Основная идея метода решения транспортной задачи по критерию стоимости

Выполнил: Попова Д., С-1841

Формулировка

Имеется M пунктов отправления (производства) A1, A2,…, Am, в которых расположены запасы некоторого однородного продукта (груза). Объем этого продукта Ai составляет ai единиц. Кроме того имеется n пунктов потребления B1, B2,…, Bn. Объем потребления в пункте Bj составляет bj единиц.

Предполагается, что из каждого пункта отправления возможна транспортировка продукта в любой пункт потребления. Известна также стоимость cij перевозки единицы продукта из пункта Ai в пункт Bj.

Требуется составить такой план перевозок, при котором все заявки пунктов потребления полностью выполнялись бы пунктами отправления, а общая стоимость перевозок (суммарные транспортные издержки) была бы минимальной.

$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$

ПП ПО	B_1	B_2	…	B_n	Запасы a_i
A_1	c_{11}	c_{12}	…	c_{1n}	a_1
A_2	c_{21}	c_{22}	…	c_{2n}	a_2
…	…	…	…	…	…
A_m	c_{m1}	c_{m2}	…	c_{mn}	a_m
Заявки B_j	b_1	b_2		b_n	$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$

Целевая функция

$$F(X)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}$$

Функция должна иметь минимальное значение, или стремиться к минимуму

Необходимые условия

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad (i = \overline{1, m})$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad (j = \overline{1, n})$$

План транспортной задачи

$$X = \|x_{ij}\| = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{pmatrix}$$

Пример

На складах А1, А2, А3 имеются запасы продукции в количествах 180,300, 120 т. соответственно. Потребители В1,В2,В3 должны получить эту продукцию в количествах 110, 350, 140 т. соответственно. Найти такой вариант прикрепления поставщиков к потребителям, при котором сумма затрат на перевозки была бы минимальной. Расходы по перевозке 1 т. продукции заданы матрицей С (ден. ед.)

B_j / A_i / b_j / a_i		B_1	B_2	B_3	Потенциалы α_i
		$b_1 = 110$	$b_2 = 350$	$b_3 = 140$	
A_1	$a_1 = 180$	2	5	2	
A_2	$a_2 = 300$	7	7	13	
A_3	$a_3 = 120$	3	6	8	
Потенциалы β_j					

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

110+350+140=600

180+300+120=600

закрытый тип Т-задачи

- Построим первый опорный план.
- Выбираем наименьший тариф стоимости перевозки, отправляем столько, сколько может вместить потребитель.

$F(X)=40*2+140*2+300*7+50*6+70*3=2970$(ед.)

A_i \ B_j, b_j, a_i		B_1	B_2	B_3	Потенциалы α_i
		$b_1=0$	$b_2=0$	$b_3=0$	
A_1	$a_1=0$	2 40	5	2 140	
A_2	$a_2=0$	7	7 300	13	
A_3	$a_3=0$	3 70	6 50	8	
Потенциалы β_j					

- На складах A1, A2, A3 имеются запасы продукции в количествах 90, 400, 110 т соответственно. Потребители B1, B2, B3 должны получить эту продукцию в количествах 140, 300, 160 т соответственно. Найти такой вариант прикрепления поставщиков к потребителям, при котором сумма затрат на перевозки была бы минимальной. Расходы по перевозке 1 т продукции заданы матрицей (усл. ед.)

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 6 & 8 \end{pmatrix}.$$