

Перестановк

и.

Факториалы

.

План урока

1. Запиши основные понятия и примеры:
слайды 3-13.
2. Отправь мне решение № 47.11(а), 47.20,
47.22.
3. Д. з. № 47.11(б), 47.21.

Перестановкой называется
множество из n элементов,
записанных в определённом
порядке по n местам

Задача №1

Собрание для проведения тайного голосования во важному вопросу избрало счетную комиссию, в состав которой вошли Антонов, Борисова и Ващенко. Члены счётной комиссии должны распределить обязанности: председатель, заместитель, секретарь. Сколькими способами они могут это сделать?

председатель	заместитель	секретарь
Антонов	Борисова	Ващенко.
Антонов	Ващенко	Борисова
Борисова	Антонов	Ващенко
Борисова	Ващенко	Антонов
Ващенко	Борисова	Антонов
Ващенко	Антонов	Борисова



Перестановкой из трех элементов называется каждое расположение этих элементов в определенном порядке.

Число перестановок из n элементов

$$P_n$$

В рассмотренном примере мы установили, что $P_3 = 6$.

*Чтобы найти количество перестановок из трех элементов, можно не выписывать их, а воспользоваться **комбинаторным правилом умножения**.*

*На первое место можно поставить
любой из трех элементов.*

*Для каждого выбора первого
элемента существует две
возможности выбора второго
элемента из оставшихся двух
элементов.*

*Для каждого выбора первых
двух элементов остается
единственная
возможность выбора
третьего элемента.*

Значит, число перестановок из 3 элементов равно $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

Пусть имеем n элементов.

Для каждого выбора первого элемента на второе место можно поставить один из оставшихся $n - 1$ элементов.

Для каждого выбора первых двух элементов на третье место можно поставить один из оставшихся $n - 2$ элементов и так далее.

$$P_n = n(n - 1)(n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1.$$

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-2)(n-1)n.$$

Для произведения первых n натуральных чисел используют специальное обозначение:

$n!$ (n факториал).

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

$$1! = 1$$

Число всевозможных перестановок из n элементов равно n факториал.

Теорема о перестановках элементов конечного множества

n различных элементов можно расставить по одному на n различных мест ровно $n!$ способами.


$$P_n = n!$$

Задача №2

*Сколькими способами можно разложить
семь шаров по семи ячейкам?*

Число способов равно числу перестановок из семи элементов.

$$P_7 = 7! = 5040.$$

Задача №3

Сколько различных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр 0, 1, 2, 3?

Из цифр 0, 1, 2, 3 можно получить из P_4 перестановок.

Надо исключить те перестановки, которые начинаются с 0, так как натуральное число не может начинаться с цифры нуль.

$$P_4 - P_3 = 4! - 3! = 18.$$

Задача №4

В 10 классе в среду 7 уроков: алгебра, геометрия, литература, физкультура, русский язык, английский язык, биология. В скольких вариантах расписания естественно-математические и гуманитарные предметы будут идти блоками, разделенными уроком физкультуры?

Решение. Физкультуру надо поставить четвертым уроком. Гуманитарный блок можно поставить до физкультуры или после нее, получаем 2 исхода. Алгебра, геометрия, биология автоматически окажутся в другом блоке. Гуманитарные предметы в блоке можно распределить P_3 способами. Аналогично естественно-математические предметы. По правилу умножения получаем: $2 \cdot 6 \cdot 6 = 72$.