Представление числовой информации с помощью систем счисления

Урок информатики в 8 классе

Смирновой Елены Александровны учителя информатики МОБУ Новобурейской СОШ № 3

2016-2017 учебный год

Задачи урока:

- * Сформировать у учащихся понятие системы счисления, позиционной и не позиционной системы счисления.
- * Сформировать у учащихся понятие основание системы счисления, разряда, свёрнутой и развёрнутой формы записи числа.
- * Научить записывать числа в свёрнутой и развёрнутой форме записи.

Ответьте на вопросы:

- * Какая информация является числовой?
- * Что используется для записи количества объектов?
- * С помощью чего можно записать числовую информацию?

Система счисления – это знаковая система, в которой числа записываются по определённым правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

Виды систем счисления

* <u>Непозиционные</u>

(количественное значение цифры не зависит от её положения в числе)

* <u>Позиционные</u>

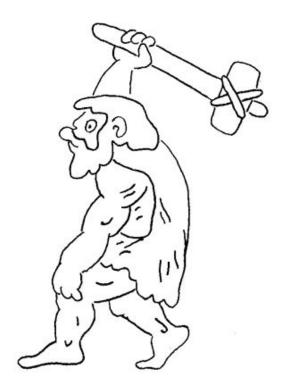
(количественное значение цифры зависит от её положения в числе)

555

555

Непозиционные системы счисления

* <u>Единичная</u>



* Римская

Единичная система счисления

Как только люди начали считать, у них появилась потребность в записи чисел. Находки археологов на стоянках первобытных людей свидетельствуют о том, что первоначально количество предметов отображали равным количеством каких-либо значков (бирок): зарубок, черточек, точек.

Позже, для облегчения счета, эти значки стали группировать по три или по пять. Такая система записи чисел называется единичной (унарной), так как любое число в ней образуется путем повторения одного знака, символизирующего единицу.

Отголоски единичной системы счисления встречаются и сегодня. Так, чтобы узнать, на каком курсе учится курсант военного училища, нужно сосчитать, сколько полосок нашито на его рукаве.



Сами того не осознавая, единичной системой счисления пользуются малыши, показывая на пальцах свой возраст, а счетные палочки используется для обучения учеников 1-го класса счету. (10 - 11 тысяч лет до н.э.).

Римская система счисления

Римская система счисления имеет свое собственное оригинальное начертание цифр. В частности, в этой системе отсутствует нуль.

Римская система основана на употреблении семи особых знаков —римских цифр, которые делятся на четыре знака десятичных разрядов

$$I = 1, X = 10, C = 100, M = 1000$$

и три знака половин десятичных разрядов

$$V = 5$$
, $L = 50$, $D = 500$.

Семь римских цифр

Для закрепления в памяти буквенных обозначений цифр в порядке убывания существует мнемоническое правило:

Мы Дарим Сочные Лимоны, Хватит Всем И ещё останется.

Запись римскими цифрами

- Натуральные числа, т. е. целые положительные числа (без нуля), можно записывать при помощи повторения римских цифр, используя четыре следующих правила:
- 1. Для правильной записи больших чисел римскими цифрами необходимо сначала записать число тысяч, затем сотен, затем десятков и, наконец, единиц.
- Пример: число 1988. Одна тысяча М, девять сотен СМ, восемьдесят LXXX, восемь VIII. Запишем их вместе: MCMLXXXVIII.
- 2. Правило сложения: если все цифры в числе по значению не возрастают, если считать слева направо, то они складываются.

Например:

II = 2, VI = 6, XI = 11 — правильно, IV = 6, XL = 60 — неправильно.

3. Правило вычитания:

- 1) сначала во всех парах, где меньшая цифра стоит перед большей, вычитается меньшая цифра из большей;
- 2) Затем полученные результаты вместе с оставшимися цифрами подпадают под принцип сложения и складываются.

Например:

```
IV = 4, XIV = 14, XXIX = 29 — правильно, IVX = 6, IXX = 1 — неправильно.
```

4. Правило ограничения:

- 1) число записывается слева направо максимально возможными цифрами;
- 2) но четыре одинаковых десятичных знака подряд заменяются этим десятичным и следующим половинным;
- 3) но если при этой замене этот десятичный знак оказывается между двумя одинаковыми половинными, то эти три знака заменяются этим десятичным и следующим десятичным (т. е. два половинных знака заменяются равноценным десятичным).

Например:

```
4 = IV, а не IIII; 9 = IX, а не VIIII или VIV; 19 = XIX, а не XVIIII или XVIV.
```

Недостатки непозиционных систем счисления:

- для записи больших чисел необходимо вводить новые цифры (буквы);
- трудно записывать большие числа;
- нельзя записать дробные и отрицательные числа;
- 🖊 нет нуля;
- очень сложно выполнять арифметические операции.

Позиционные системы счисления

Алфавит цифр

Основание системы равно количеству цифр(знаков) в алфавите

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1

Наиболее распространенными в настоящее время позиционными системами счисления являются

<u>десятичная</u> десятичная и

<u>двоичная</u>



- Древнейшая запись обнаружена в Индии и датируется 595г. В том языке чисел, которым и мы обычно пользуемся, алфавитом служат десять цифр от о до 9, называемые арабскими цифрами Это десятичная система счисления.
- Причина, по которой десятичная система счисления стала общепринятой, вовсе не математическая. Десять пальцев рук вот аппарат для счета, которым человек пользуется с доисторических времен.
- Древнее изображение десятичных цифр не случайно: каждая цифра обозначает число по количеству углов в ней. Например, о углов нет, 2 два угла и т.д. Написание десятичных цифр претерпело существенные изменения. Форма, которой мы пользуемся, установилась в XVI веке.
- Индийская нумерация пришла сначала в арабские страны, а потом в Западную Европу. Простые и удобные правила сложения и вычитания очень больших чисел, записанной в этой системе, сделали ее особенно популярной.
- Эти правила вывел азиатский математик аль-Хорезми. А поскольку его труд был написан на арабском языке, то и Индийская нумерация в Европе закрепилась неправильным названием "арабское".
- Возникновение и развитие десятичной системы счисления явилось одним из важнейших достижений человеческой мысли (наряду с появлением письменности).
- Однако десятичной системой счисления люди пользовались не всегда. В разные исторические периоды многие народы использовали другие системы счисления.

Позиция цифры в числе называется разрядом. Разряды числа возрастают справа налево, от младших разрядов к старшим, причём значения одинаковых цифр, стоящих в соседних разрядах числа, различаются на величину основания.

Рассмотрим в качестве примера десятичное число 555. Цифра 5 встречается трижды, причем самая правая обозначает пять единиц, вторая справа — пять десятков и, наконец, третья — пять сотен.

Число 555 записано в привычной для нас свернутой форме. Мы настолько привыкли к такой форме записи, что уже не замечаем, как в уме умножаем цифры числа на различные степени числа 10.

В развернутой форме запись числа 555 в десятичной системе выглядит следующим образом:

$$555_{10} = 5*10^{2} + 5*10^{1} + 5*10^{0}$$

Как видно из примера, число в позиционных системах счисления записывается в виде суммы степеней основания (в данном случае 10), коэффициентами при этом являются цифры данного числа.

Двоичная система счисления

— это позиционная система счисления, состоящая только из двух цифр: о и 1.

При этом, как и во всякой позиционной системе, значение цифры зависит дополнительно от занимаемого ею места. Число 2 считается единицей 2-го разряда и записывается так: 10 (читается: «один, нуль»). Каждая единица следующего разряда в два раза больше предыдущей, т. е. эти единицы составляют последовательность чисел 2, 4, 8, 16,..., 2п,...

- В компьютерах используется именно эта система счисления из-за своей простоты. Простота выполнения операций в двоичной системе счисления связана с двумя обстоятельствами:
- 1) простотой аппаратной реализации: 1 есть сигнал, 0 нет сигнала;
- 2) самое сложное действие таблицы умножения это $1_2 \times 1_2 = 1_2$, а таблицы сложения $1_2 + 1_2 = 10_2$.

Запись чисел в двоичной системе счисления

В двоичной системе основание равно 2, а алфавит состоит из двух цифр (0 и 1). В развернутой форме двоичные числа записываются в виде суммы степеней основания 2 с коэффициентами, в качестве которых выступают цифры 0 или 1.

Например, развернутая запись двоичного числа 101₂ будет иметь вид:

$$101_2 = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0$$

Ответьте на вопросы:

- 1. Что такое система счисления?
- 2. Какие системы счисления вы знаете? Чем характеризуется система счисления?
- 3. В чем основное отличие позиционных систем счисления от непозиционных?
- 4. Каково наименьшее основание для позиционной системы счисления?
- 5. Что подразумевается под арабской системой записи чисел?
- 6. Какие две формы записи чисел вам известны?
- 7. Что значит число в развернутой форме? Приведите пример.
- 8. Чему в десятичной системе счисления равны следующие числа, записанные римскими цифрами: а) XI; б) LX; в) MDX?

Задания для самостоятельного выполнения:

Какой числовой эквивалент имеет цифра 6 в числах:

6789 3650 16 69?

- * Какие числа записаны римскими цифрами:
 a) MCMXCIX; б) CMLXXXVIII; в) MCXLVII?
- * Некоторые римские цифры легко изобразить, используя палочки или спички. Ниже написано несколько неверных равенств. Как можно получить из них верные равенства, если разрешается переложить с одного места на другое только одну спичку (палочку)?

- * Запишите в развернутой форме числа:
- a) A_{10} =143511; Γ) A_{10} =143,511;
- 6) $A_2 = 100111; B) A_2 = 1011,10$
- * Запишите в свернутой форме следующие числа:
- a) $A_{10} = 9.10^{1} + 1.10^{0} + 5.10^{-1} + 3.10^{-2}$;
- 6) $A_{10} = 10.10^{2} + 1.10^{1} + 7.10^{0} + 5.10^{-1}$
- B) A^{2} =1 2^{4} + 0 2^{3} + 0 2^{2} + 1 2^{1} + 0 2^{0}
- * Какое минимальное основание имеет система счисления, если в ней записаны числа 127, 222, 111?

Домашнее задание:

* П. 4.1.1. Вопросы и задания к параграфу.

Дополнительное задание:

- * Некогда был пруд, в центре которого рос один лист водяной лилии. Каждый день число таких листьев удваивалось, и на десятый день вся поверхность пруда уже была заполнена листьями лилий. Сколько дней понадобилось, чтобы заполнить листьями половину пруда? Сколько листьев было после девятого дня?
- * Подготовить сообщение о других известных системах счисления.