

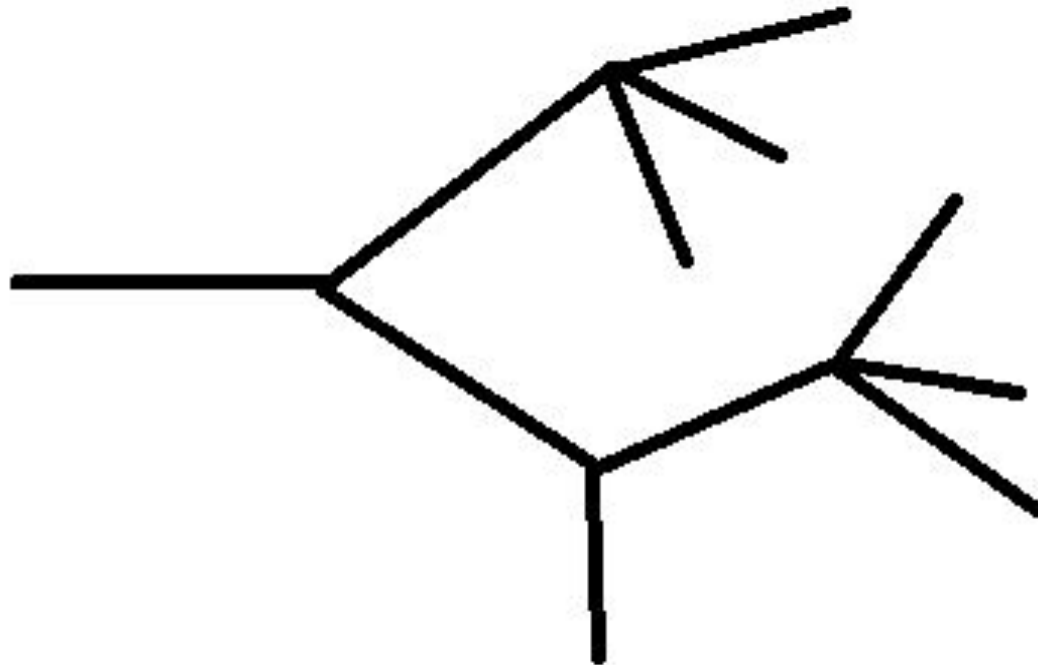
Дискретная математика

Деревья

Определения дерева

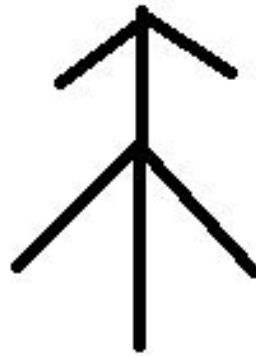
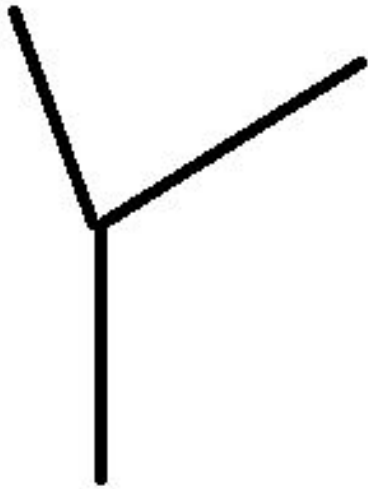
Пусть $G = (V, E)$ – n -граф.

Деревом называется связный ациклический граф.



Определение леса

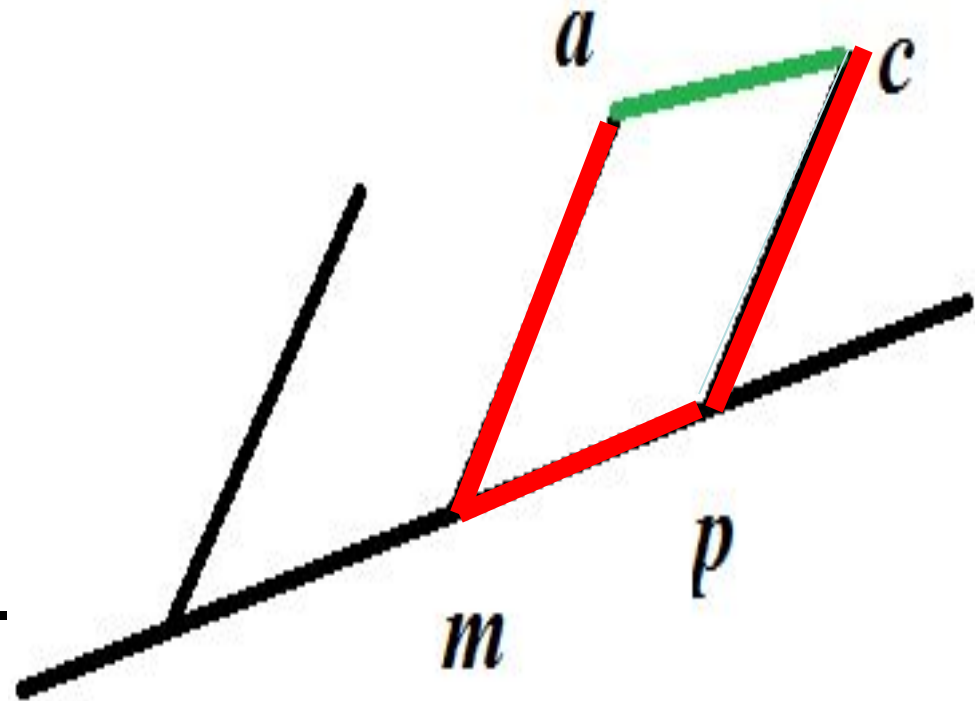
Лесом называется несвязный ациклический граф.



Теорема 1

Граф будет деревом тогда и только тогда, когда любые две его вершины связаны единственной простой цепью.

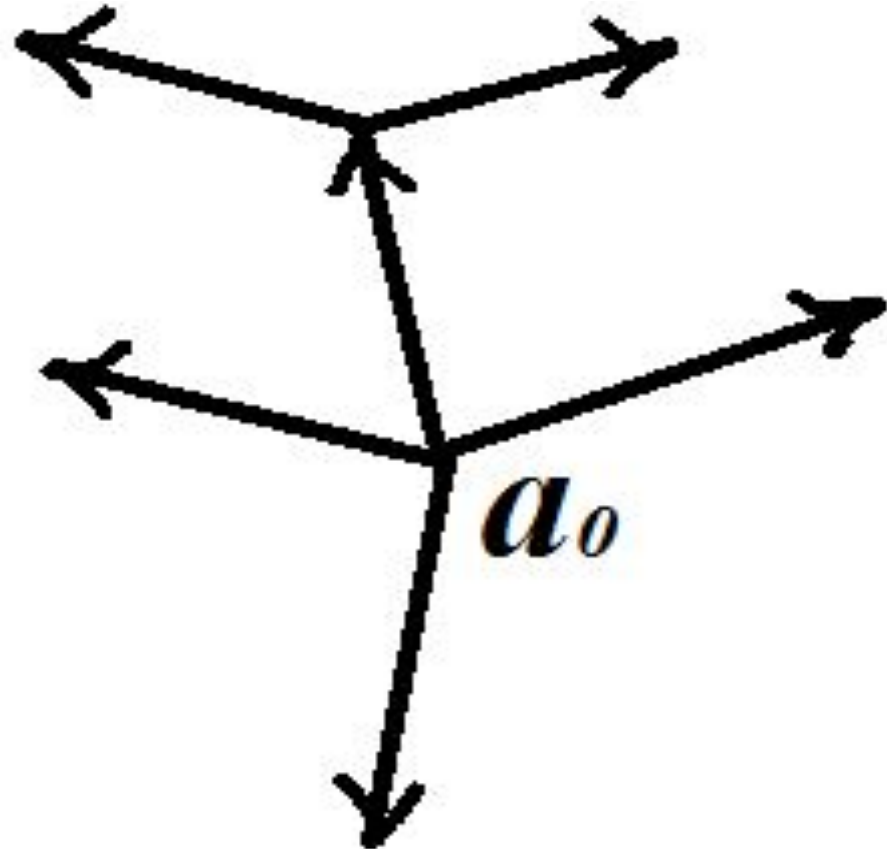
Связность дает
наличие такой
цепи, ацикличность
– ее единственность.



Терема 2

Граф с n вершинами будет деревом тогда и только тогда, в нем ровно $n-1$ ребро.

Если ориентировать дерево о выбранной вершины (корня), то в каждую вершину будет входить 1 ребро, а в корень – 0.



Бинарное дерево

Бинарным деревом

называется ориентированное дерево с корнем, где каждая вершина имеет локальную степень исхода, равную 2.

Корень дерева

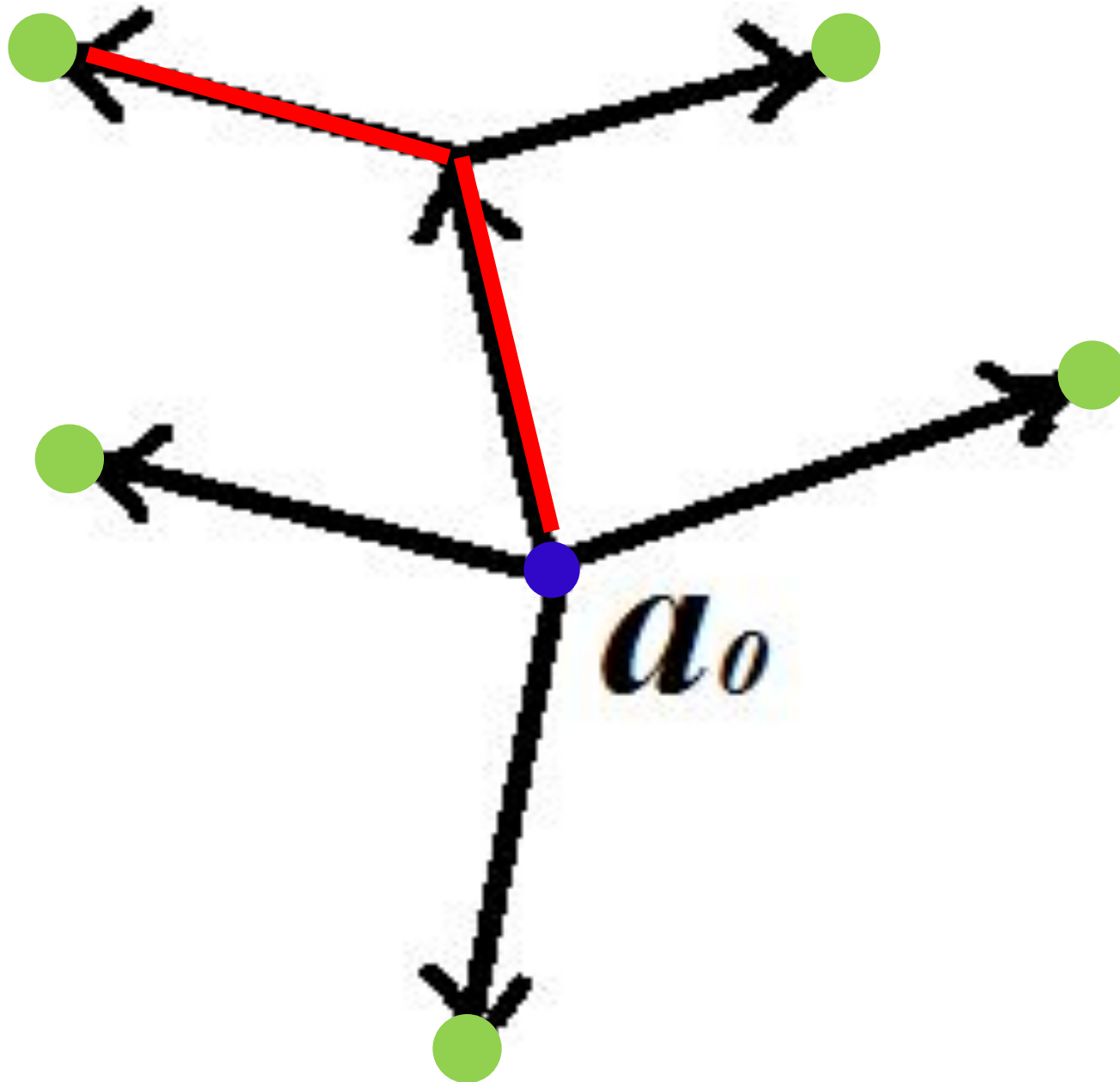
Если дерево неориентированно, то его можно ориентировать *от* *корня*. *Корень* – это любая выделенная вершина.

Корень дерева

У всех вершин дерева локальные степени захода равны 1, а у корня 0.

Вершины, степени исхода которых равны 0 называются *листьями*

Высотой дерева называется наибольшее расстояние от корня до листа.

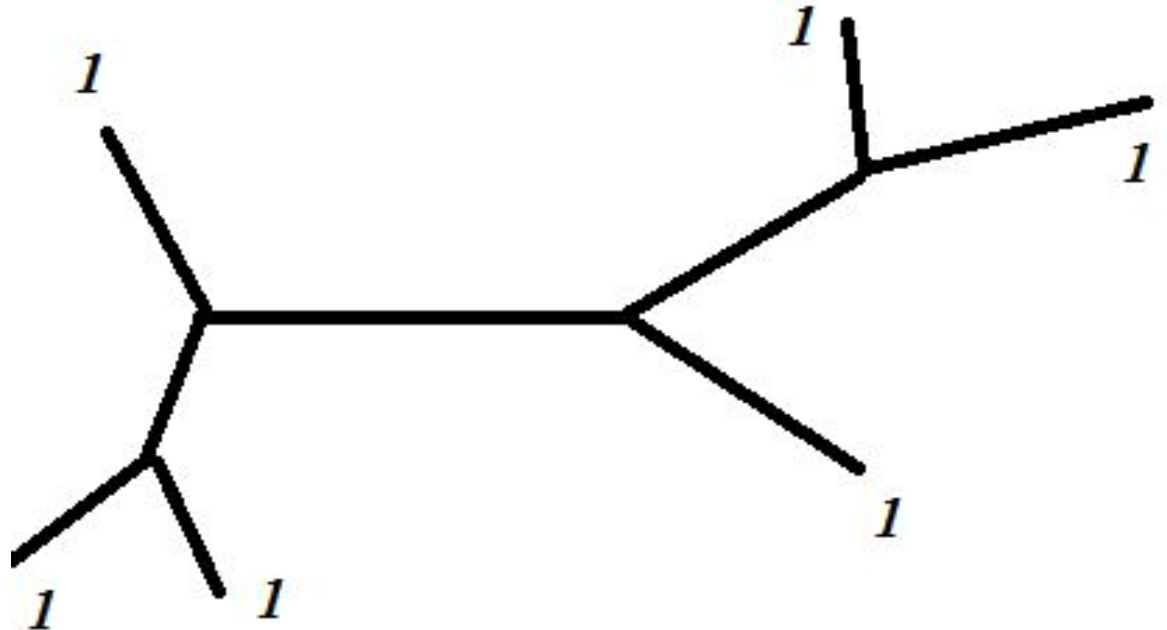


Вершины максимального типа

Дано неориентированное дерево T .

Концевые вершины дерева – вершины, локальная степень которых равна 1.

Назовем их вершинами первого типа дерева T .



Вершины максимального типа

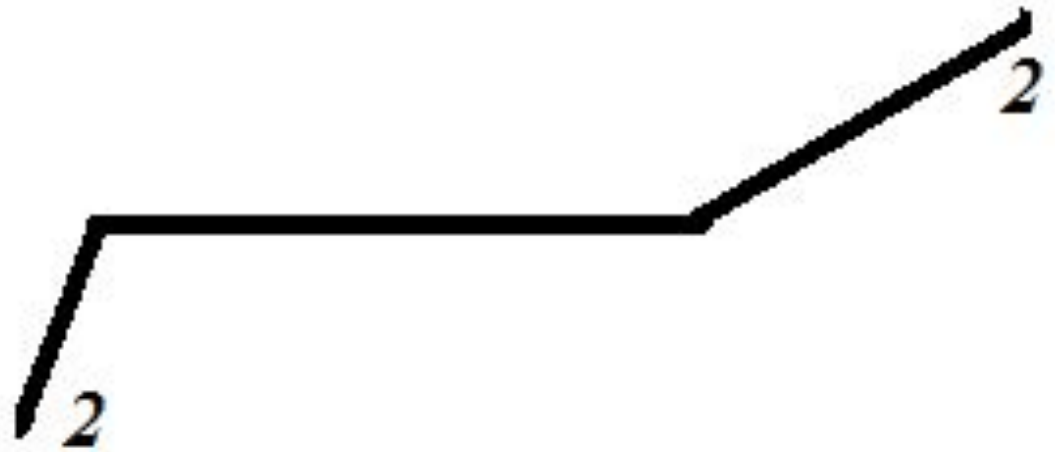
Удалим из дерева T ребра, инцидентные концевым вершинам – концевые ребра. Получим дерево T_1 .

Концевые вершины

дерева T_1 –

Вершины

типа 2.



Вершины максимального типа

Удалим из дерева T_1 концевые ребра.

Получим дерево T_2 .

Концевые вершины

дерева T_2 –

Вершины

типа 3.



Вершины максимального типа

Утверждение 1

В конечном дереве есть вершины только конечного числа типов.

Утверждение 2

Вершин максимального типа k одна или две.

Вершины максимального типа

Утверждение 1

В конечном дереве есть вершины только конечного числа типов.

Утверждение 2

Вершин максимального типа k одна или две.

Вершины максимального типа

Утверждение 3

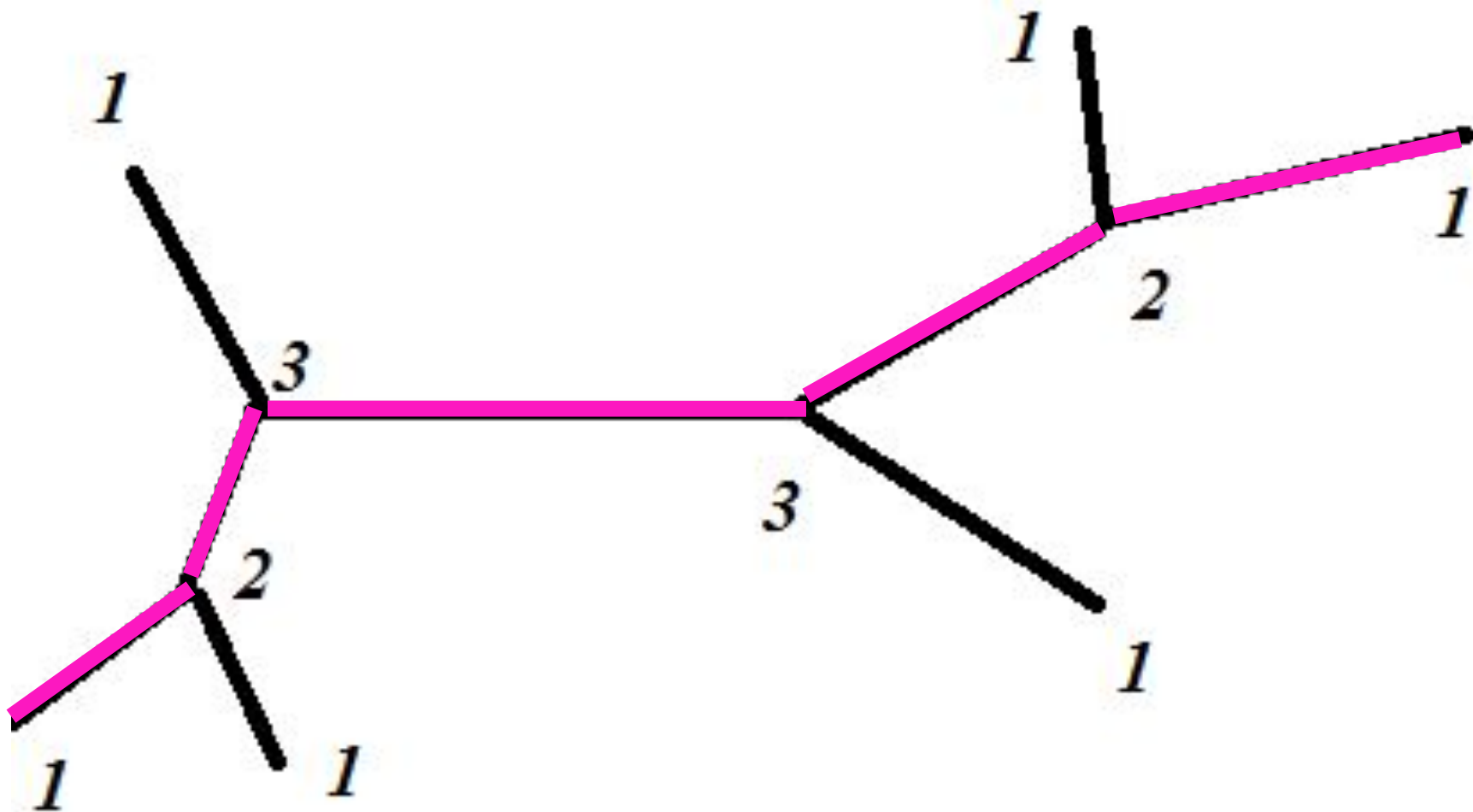
Центрами деревьев являются вершины максимального типа k и только они. Все диаметральные цепи проходят через центры.

Длина диаметральной цепи равна $2k-1$, если центра два и $2k-2$, если центр один.

Вершины максимального типа

$k=3$, центров два, длина

диаметральной цепи $2k-1=5$.



Ветвь дерева

Ветвью вершины a в дереве T с корнем a_0 называется подграф, порожденный множеством вершин **$B(a)$** состоящим из вершин, связанных с корнем цепь, проходящей через a .

Ветвь

