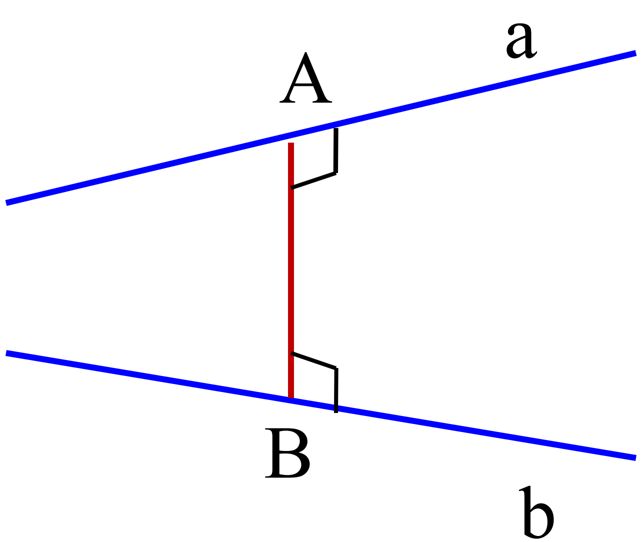
Стереометрия

Расстояние между скрещивающимися прямыми

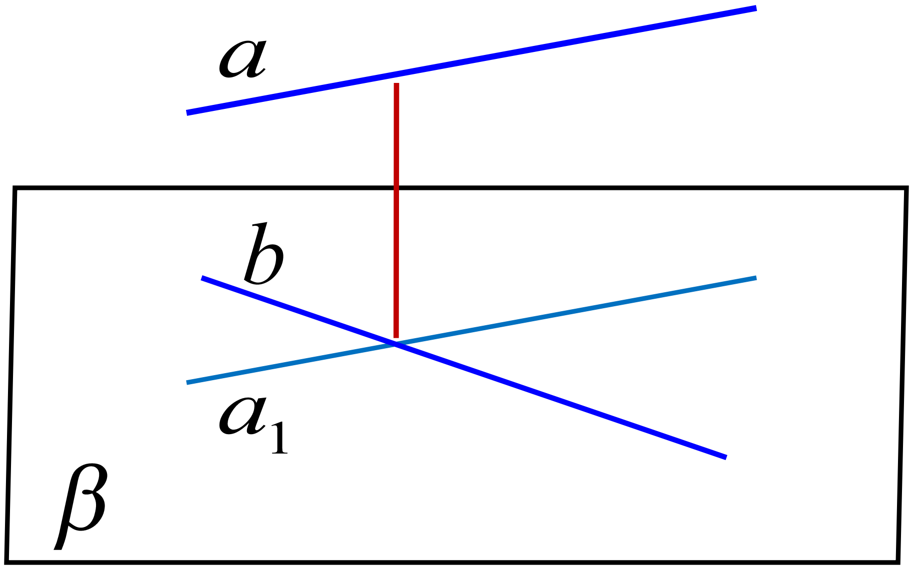
Общим перпендикуляром двух скрещивающихся прямых называют отрезок с концами на этих прямых, являющийся перпендикуляром к каждой из них.



$$\rho(a;b) = AB$$

Расстоянием между скрещивающимися прямыми называют длину их общего перпендикуляра.

Способы вычисления расстояния между скрещивающимися прямыми.

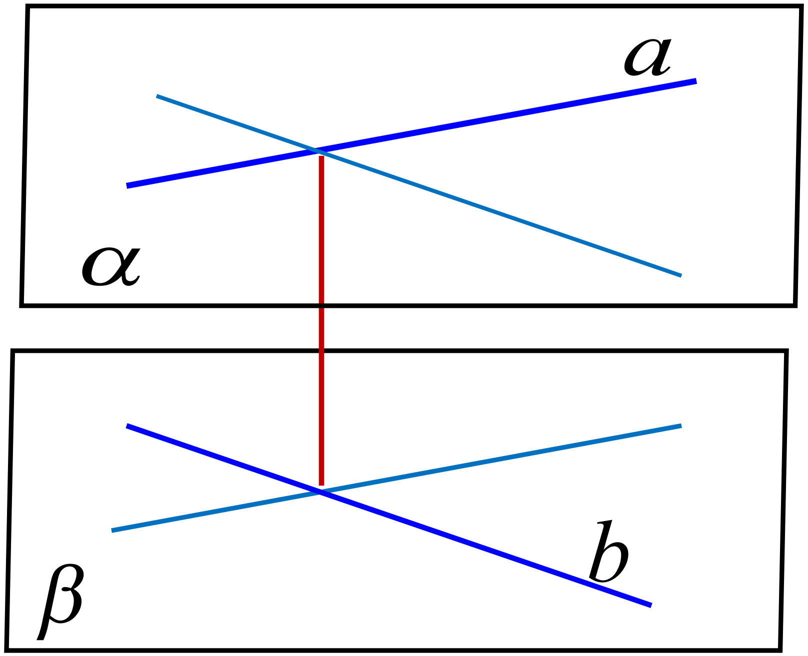


$$\beta \parallel a$$

$$\rho(a;b) = \rho(a;\beta)$$

Расстояние между скрещивающимися прямыми равно расстоянию от любой точки одной из этих прямых до плоскости, проходящей через вторую прямую параллельно первой прямой.

Способы вычисления расстояния между скрещивающимися прямыми.

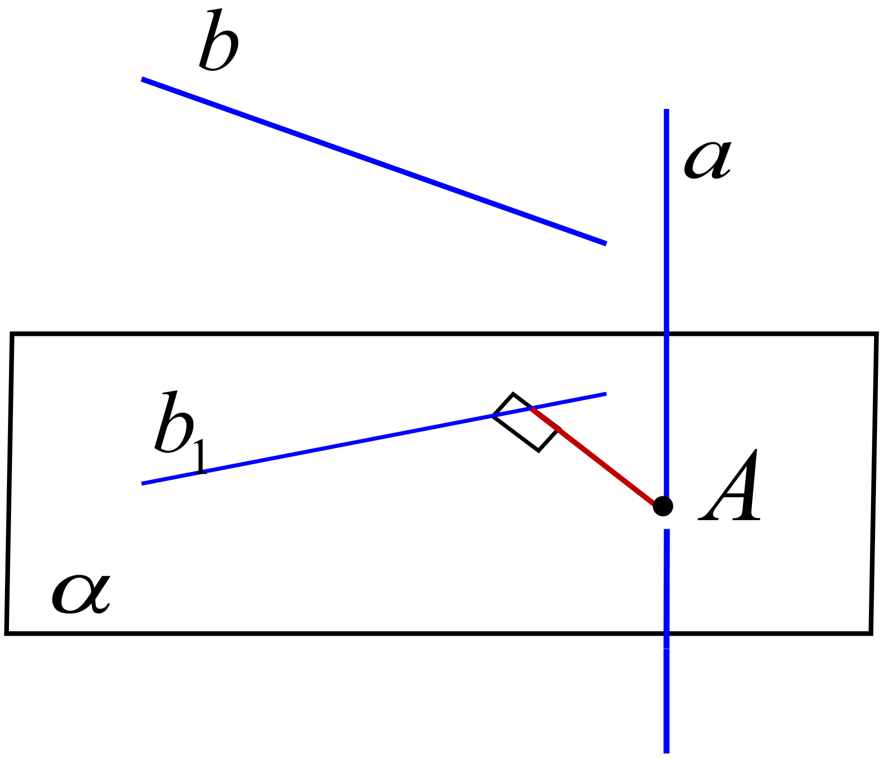


$$\alpha \parallel \beta$$

$$\rho(a;b) = \rho(\alpha;\beta)$$

Расстояние между скрещивающимися прямыми равно расстоянию между двумя параллельными плоскостями, содержащими эти прямые.

Способы вычисления расстояния между скрещивающимися прямыми.



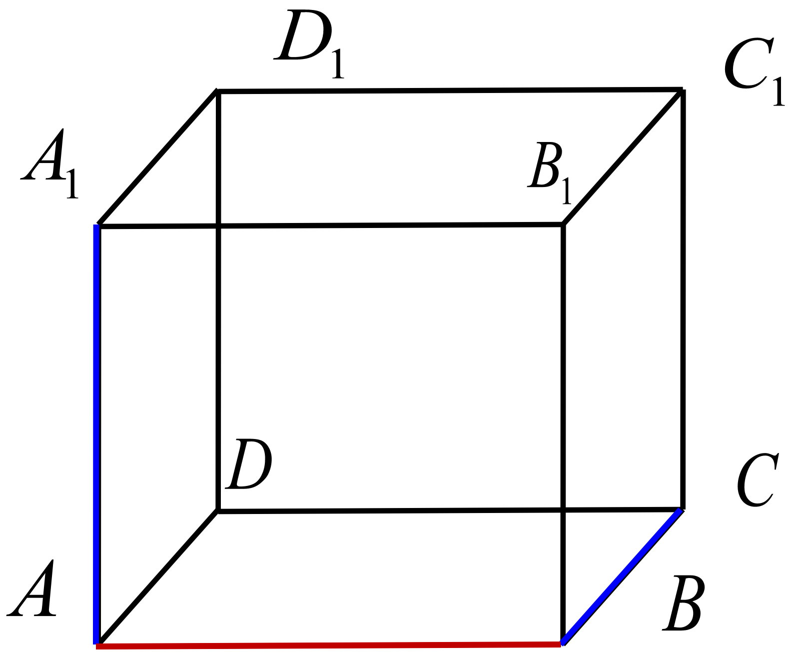
$$\alpha \perp a$$

$$a \to A \qquad b \to b_1$$

$$\rho(a;b) = \rho(A;b_1)$$

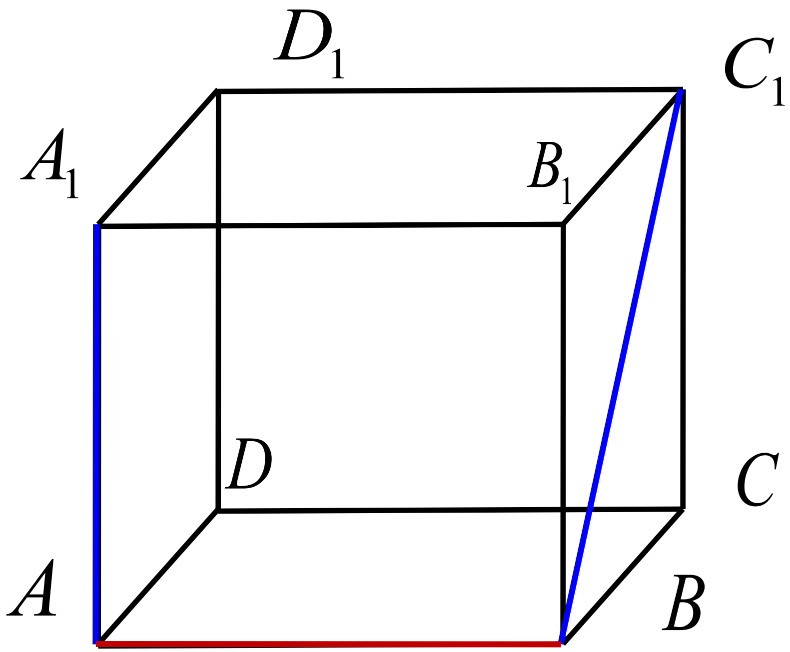
Расстояние между скрещивающимися прямыми равно расстоянию между их проекциями на плоскость, перпендикулярную одной из них.

№1 В единичном кубе найдите $\rho\left(AA_1; BC\right)$



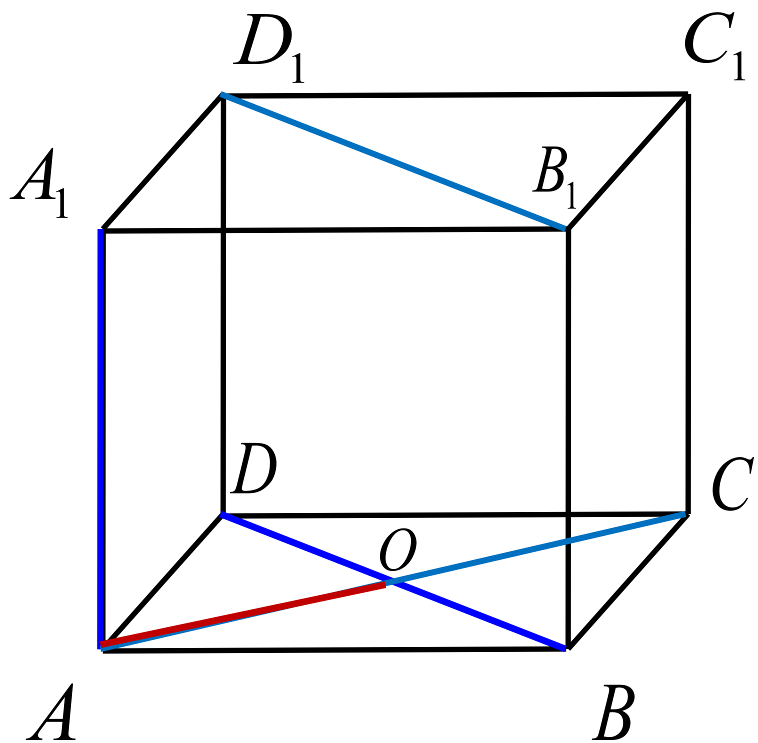
$$\rho\left(AA_1; BC\right) = 1$$

№2 В единичном кубе найдите $\rho\left(AA_1; BC_1\right)$



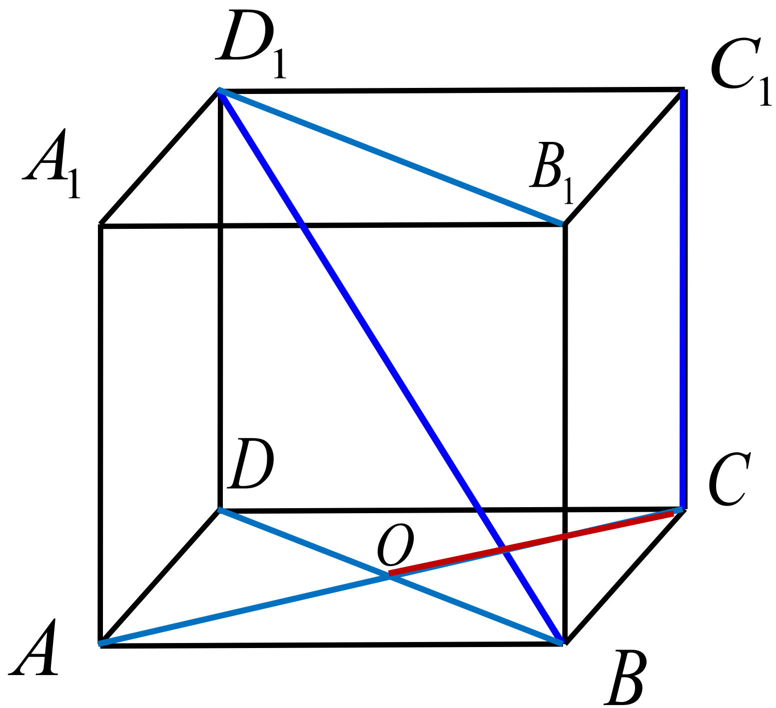
$$\rho\left(AA_1; BC_1\right) = 1$$

№3 В единичном кубе найдите $\rho(AA_1; BD)$



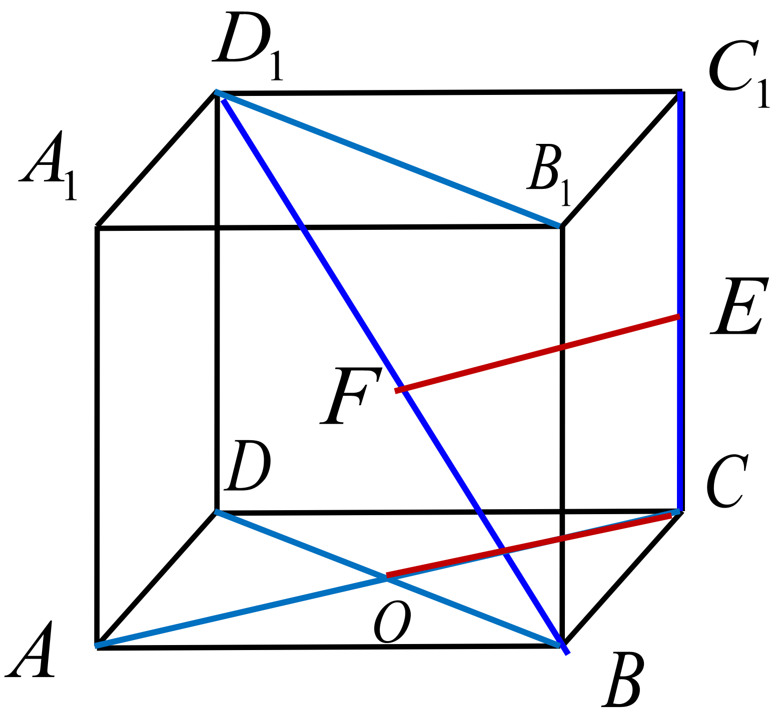
$$\rho(AA_1; BD) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

№ 4 В единичном кубе найдите $\rho\left(CC_1; BD_1\right)$



$$\rho\left(CC_1; BD_1\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых BD_1 и CC_1 есть отрезок, соединяющий середины отрезков BD_1 и CC_1

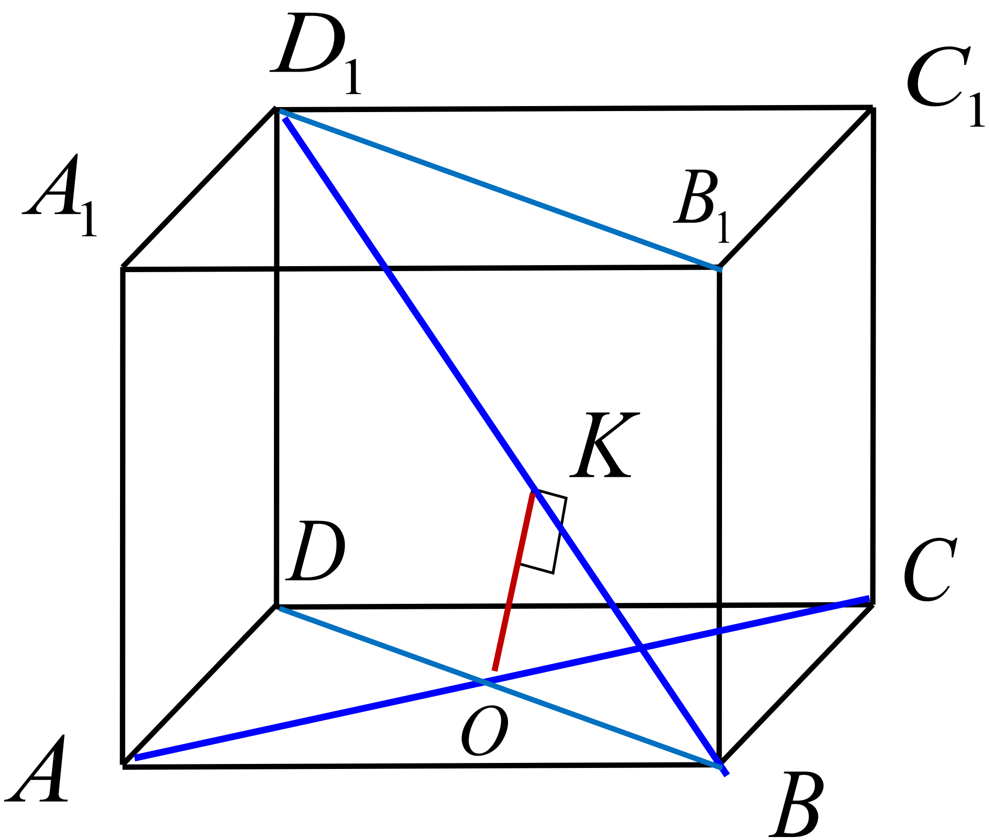


E **– середина** CC_1

F **– середина** BD_1

$$\rho\left(CC_1; BD_1\right) = EF$$

№ 5 **В единичном кубе найдите** $\rho(AC; BD_1)$



$$AC \perp (BDD_1)$$

$$OK \perp BD_1$$

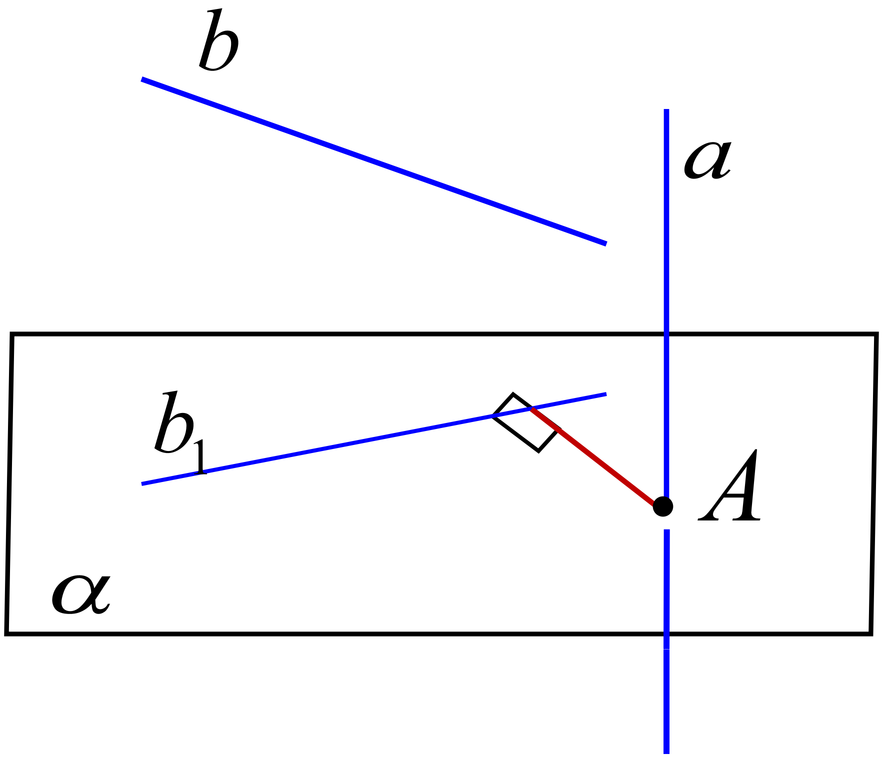
$$\Delta BKO \sim \Delta BDD_1$$

$$\frac{OK}{DD_1} = \frac{OB}{BD_1}$$

$$\frac{OK}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2} : \sqrt{3}$$

$$OK = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

Способы вычисления расстояния между скрещивающимися прямыми.



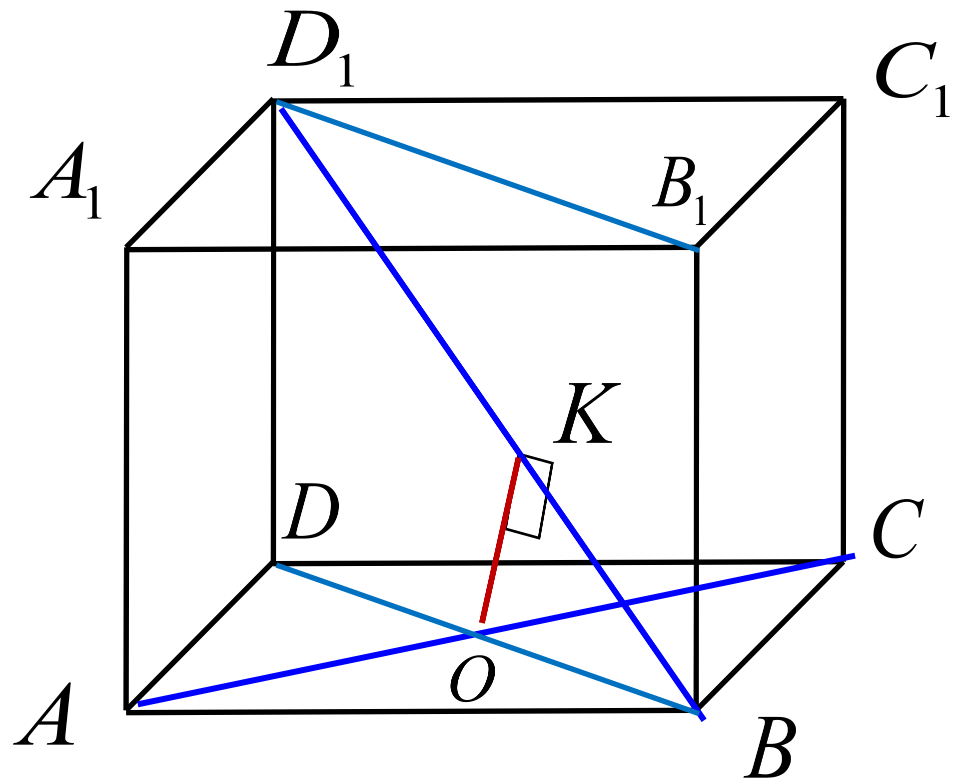
$$\alpha \perp a$$

$$a \to A \qquad b \to b_1$$

$$\rho(a;b) = \rho(A;b_1)$$

Расстояние между скрещивающимися прямыми равно расстоянию между их проекциями на плоскость, перпендикулярную одной из них.

№5 В единичном кубе найдите $\rho\left(AC;BD_1\right)$



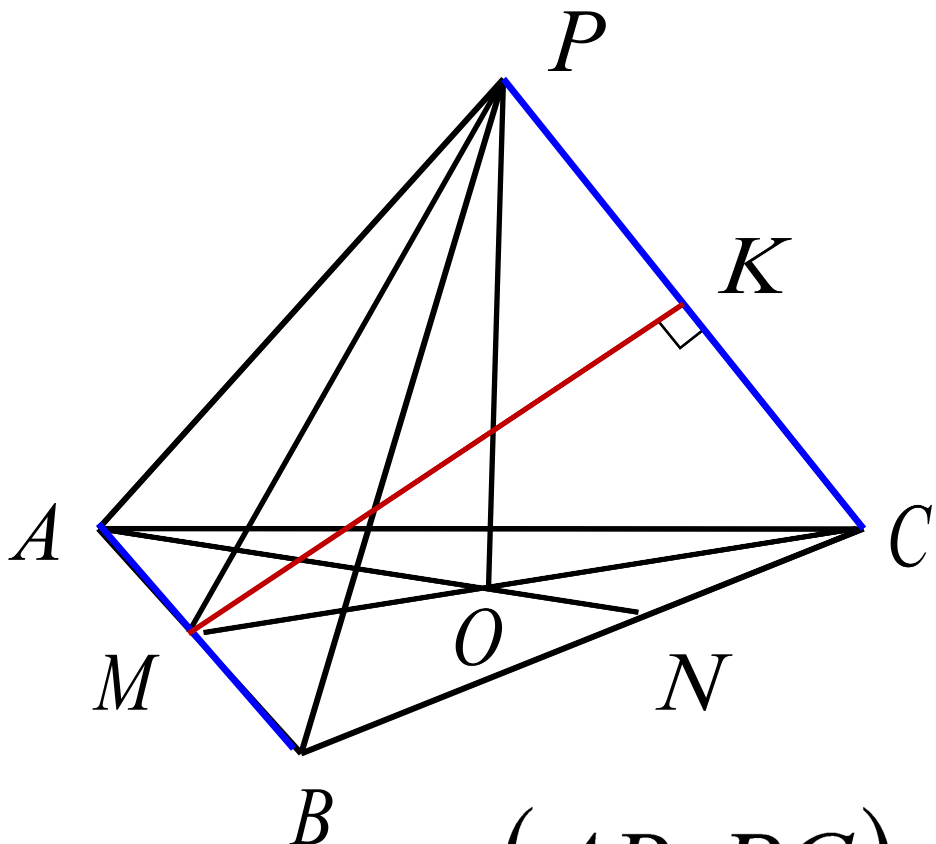
O – проекция прямой ***AC*** на плоскость BDD_1

$$BD_1 \subset (BDD_1)$$

$$\rho\left(AC;BD_1\right)=\rho\left(O;BD_1\right)=OK$$

$$OK=\frac{\sqrt{6}}{6}$$

№6 Дана правильная пирамида ***PABC*** с боковым ребром ***PA = 3*** и стороной основания ***2***. Найдите $\rho(AB;PC)$

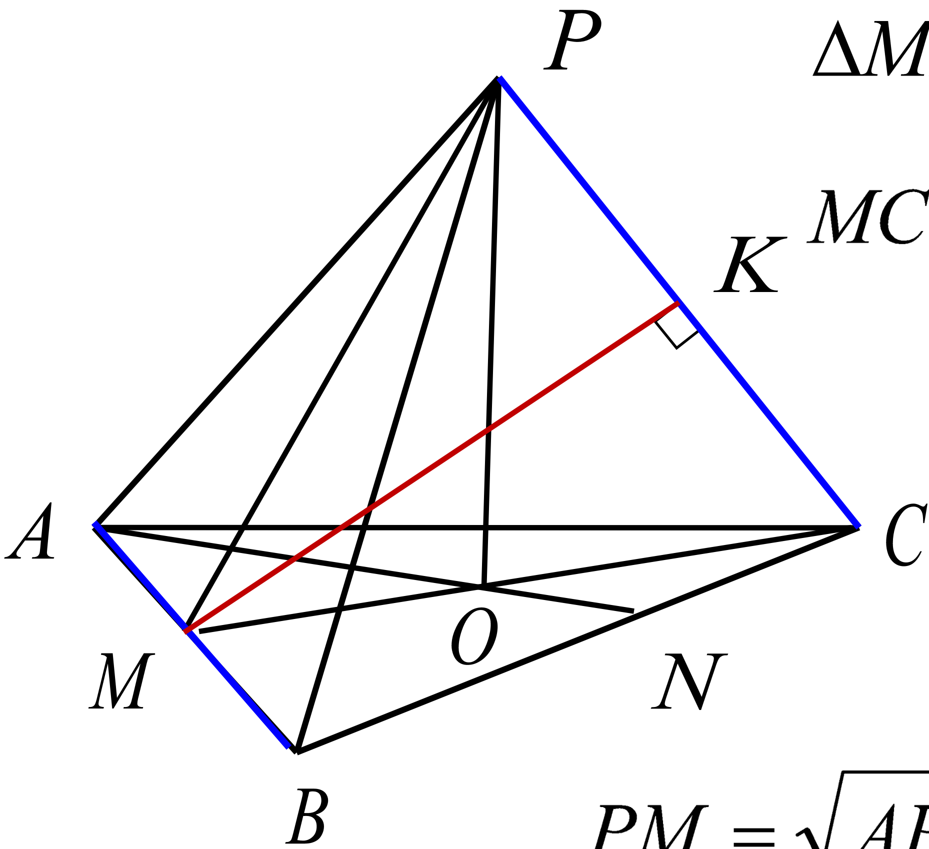


$$PO \perp (ABC)$$

$$AB \perp CM \quad AB \perp PM$$

$$AB \perp (PMC)$$

$$\rho(AB;PC) = \rho(M;PC) = MK$$



ΔMBC - прямоугольный

$$MC=\sqrt{BC^2-BM^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$$

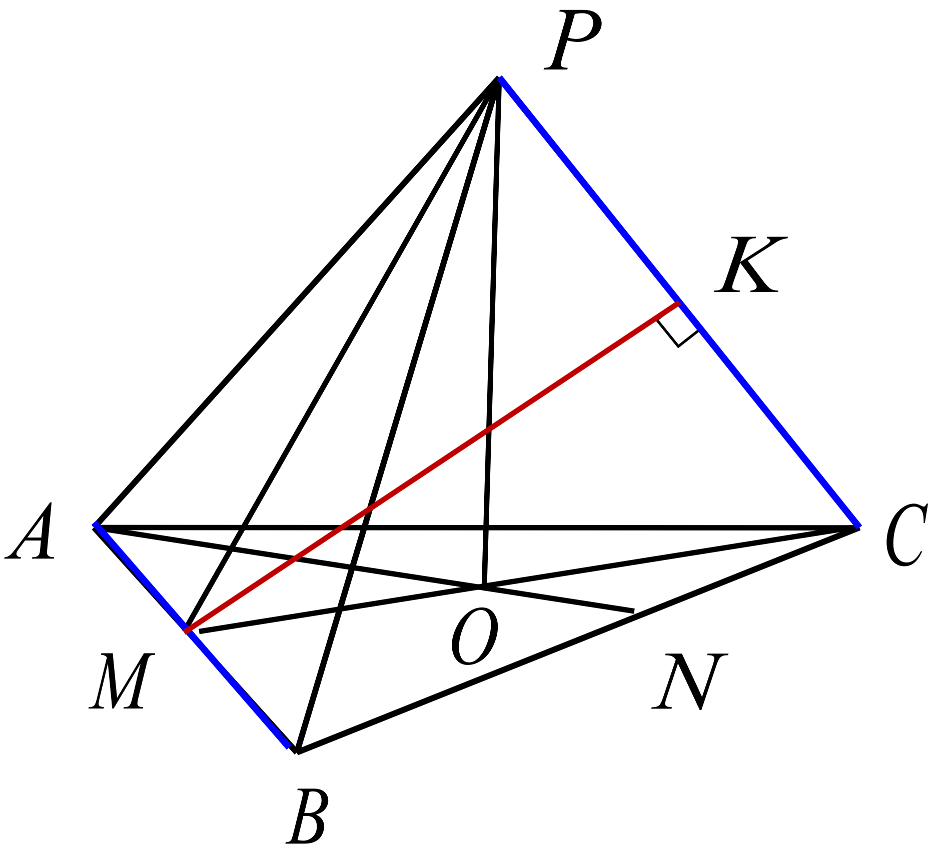
$$MO=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

ΔAMP - прямоугольный

$$PM=\sqrt{AP^2-AM^2}=\sqrt{9-1}=2\sqrt{2}$$

ΔPOM - прямоугольный

$$PO=\sqrt{PM^2-MO^2}=\sqrt{8-\frac{3}{9}}=\frac{\sqrt{69}}{3}$$



$$S_{MPC}=\frac{1}{2}MC\cdot PO$$

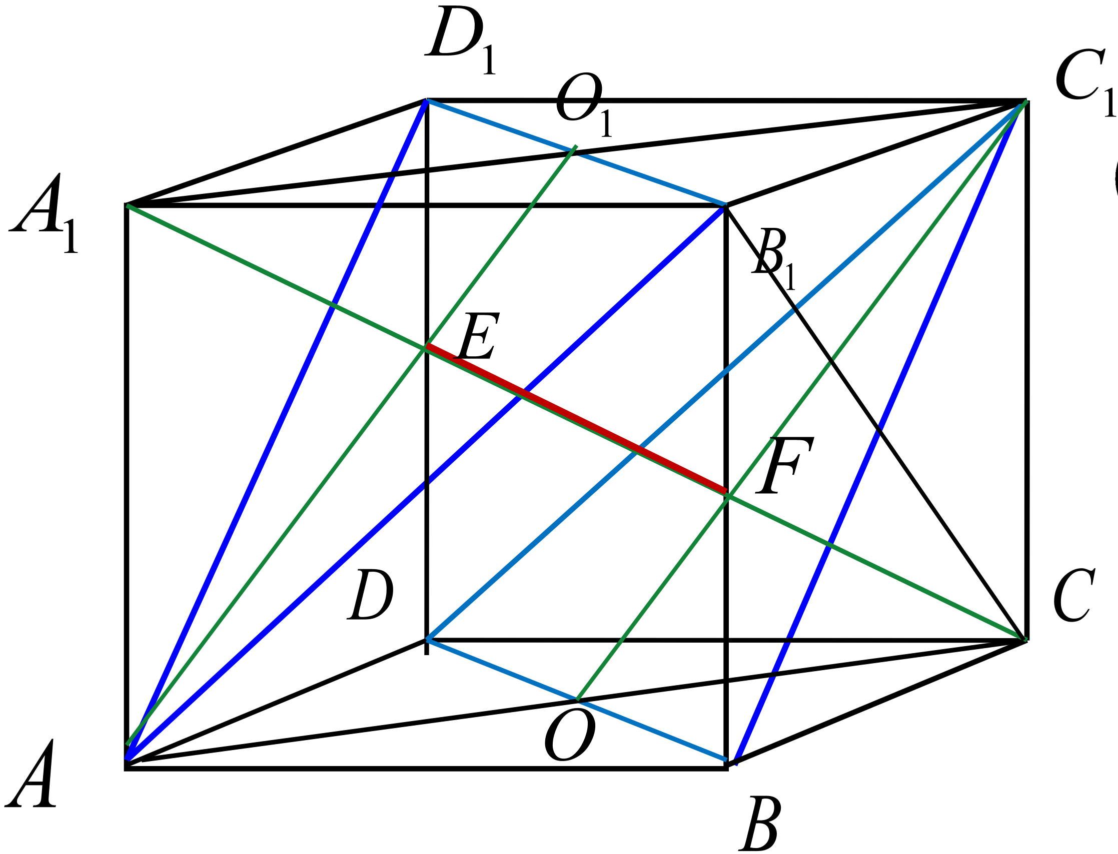
$$S_{MPC}=\frac{1}{2}PC\cdot MK$$

$$MC\cdot PO=PC\cdot MK$$

$$MK=\frac{MC\cdot PO}{PC}=\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{69}}{3\cdot 3}=\frac{\sqrt{23}}{3}$$

$$\rho\left(AB;PC\right)=\frac{\sqrt{23}}{3}$$

№ 7 **В единичном кубе найдите расстояние между прямыми AB_1 и BC_1**

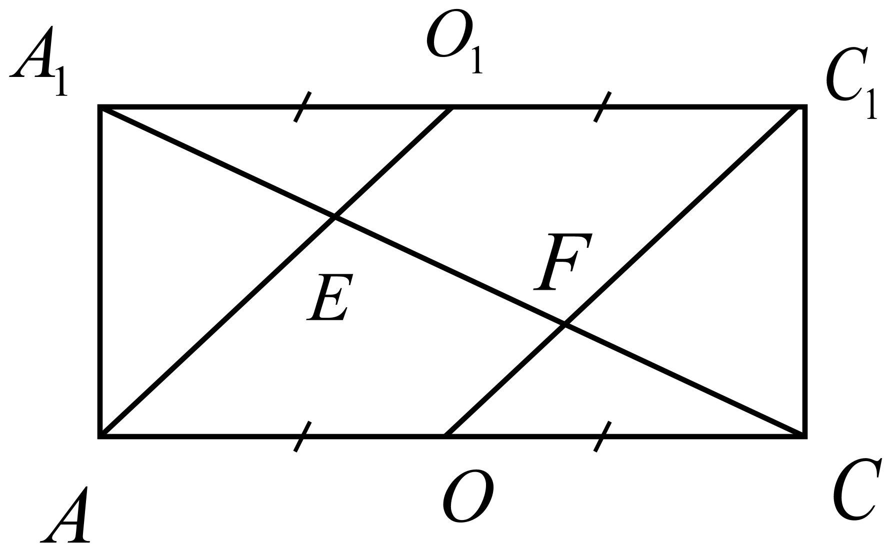


$$(AB_1D_1) \parallel (BDC_1)$$

$$CA_1 \perp (AB_1D_1)$$

$$CA_1 \perp (BDC_1)$$

$$\rho(AB_1; BC_1) = EF$$



$$AO_1 \parallel OC_1 \qquad A_1O_1 = O_1C_1 \quad \Rightarrow \quad A_1E = EF$$

$$AO = OC \quad \Rightarrow \quad EF = FC$$

$$EF = \frac{1}{3}A_1C = \frac{\sqrt{3}}{3} \qquad \rho\left(AB_1; BC_1\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$