

Тема урока:

Производная сложной функции



УСТНО

Вставить пропущенные слова:

1) Производной функции в точке x_0 называется число, к которому стремится отношение приращения функции к приращению аргумента $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, при $\Delta x \rightarrow 0$.

2) Нахождение производной функции f называется дифференцированием.

3) Производная суммы равна сумме производных.

4) Постоянный множитель можно выносить за знак производной.



ЗАДАНИЕ 1

1) $c'(c = \text{const})$

2) $(x^n)'$

3) $(\sqrt{x})'$

4) x'

5) $(u + v)'$

6) $(u \cdot v)'$

7) $\left(\frac{u}{v}\right)'$

1) $u'v + uv'$

2) $u' + v'$

3) $\frac{u'v - uv'}{v^2}$

4) 0

5) 1

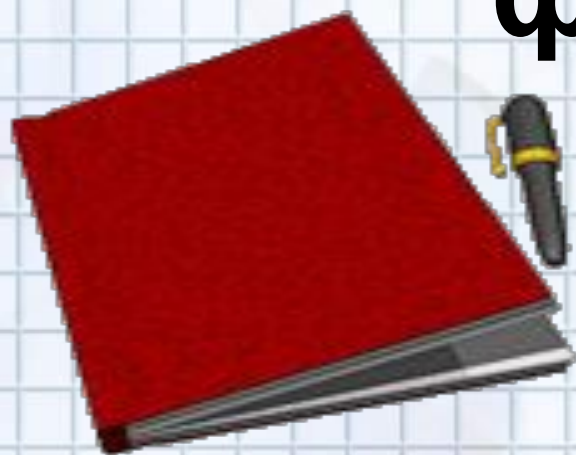
6) nx^{n-1}

7) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$



Задание 2.

Найдите производные функций.



Группа 1

$$1) f(x) = 3x^4 - x^2 + x - 7$$

$$2) f(x) = 5x^6 + 2x^3 + 8x$$

$$3) f(x) = \sqrt{x} + 2x$$

$$4) f(x) = -x^4 + x^{-3} + 4x$$

$$5) f(x) = (2x + 3)^5$$

$$1) f'(x) = 12x^3 - 2x + 1$$

$$2) f'(x) = 30x^5 + 6x^2 + 8$$

$$3) f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 2$$

$$4) f'(x) = -4x^3 - 3x^{-4} + 4$$

$$5) f'(x) = ?$$



Группа 2

$$1) f(x) = \frac{1}{x^3} + x$$

$$2) f(x) = x^{\frac{1}{3}} + 8x - 11$$

$$3) f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + 6x$$

$$4) f(x) = x^{-4} + 2x - \frac{2}{5}$$

$$5) f(x) = \sqrt{3x - 7}$$

$$1) f'(x) = -3x^{-4} + 1$$

$$2) f'(x) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} + 8$$

$$3) f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} + 6$$

$$4) f'(x) = -4x^{-5} + 2$$

$$5) f'(x) = ?$$



Группа 3

$$1) f(x) = \frac{10x + 3}{3x + 1}$$

$$2) f(x) = \frac{x - 1}{5x + 4}$$

$$3) f(x) = \frac{4x - 1}{x + 2}$$

$$4) f(x) = \frac{5x + 6}{2x + 3}$$

$$5) f(x) = \frac{1}{(7x + 3)^5}$$

$$1) f'(x) = \frac{1}{(3x + 1)^2}$$

$$2) f'(x) = \frac{9}{(5x + 4)^2}$$

$$3) f'(x) = \frac{9}{(x + 2)^2}$$

$$4) f'(x) = \frac{3}{(2x + 3)^2}$$

$$5) f'(x) = ?$$



- Сложная функция – функция от функции.
- $h(x)=f(g(x))$
- $f(x)$ - внешняя функция
- $g(x)$ -внутренняя функция
- Примеры:

$$h(x) = (5x + 4)^3$$

$$h(x) = \sqrt{4x - 3}$$

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x - 4}}$$



Алгоритм вычисления

производной сложной функции $h(x)$
 $= f(g(x))$.

- 1) Определить внутреннюю функцию $g(x)$.
- 2) Найти производную внутренней функции $g'(x)$
- 3) Определить внешнюю функцию $f(g)$
- 4) Найти производную внешней функции $f'(g)$
- 5) найти произведение производной внешней на производную внутренней функции

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$



Задание 3.

- Задайте формулами элементарные функции f и g , из которых составлена сложная функция $h(x)=f(g(x))$

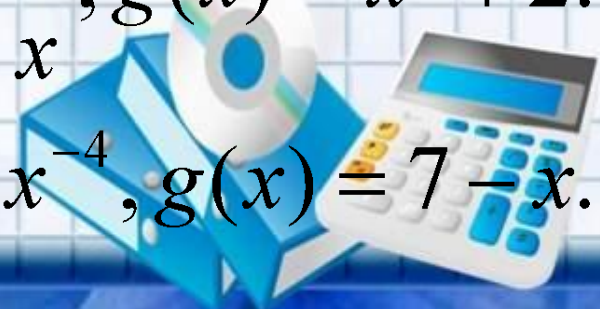
$$1) h(x) = (3 - 5x)^5 \quad 1) f(x) = x^5, g(x) = 3 - 5x.$$

$$2) h(x) = (2x + 1)^7 \quad 2) f(x) = x^7, g(x) = 2x + 1.$$

$$3) h(x) = \sqrt{x^2 - 4x} \quad 3) f(x) = \sqrt{x}, g(x) = x^2 - 4x.$$

$$4) h(x) = \frac{1}{x^3 + 2} \quad 4) f(x) = \frac{1}{x}, g(x) = x^3 + 2.$$

$$5) h(x) = (7 - x)^{-4} \quad 5) f(x) = x^{-4}, g(x) = 7 - x.$$



Задание 4.

Определите правильный ответ

$$1) f(x) = (4x - 8)^6$$

$$1) f'(x) = 24(4x - 8)^5$$

$$2) f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

$$3) f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$3) f(x) = \frac{1}{(6x - 1)^5}$$

$$5) f'(x) = \frac{-30}{(6x - 1)^4}$$





Стимул: Ваш автомобиль приближается к мосту со скоростью 60 км/ч. У моста висит дорожный знак ограничения скорости «40». За 5 сек до въезда на мост, вы нажали на тормозную педаль.

Задачная формулировка: Определите, с разрешаемой ли скоростью ваш автомобиль въехал на мост, если тормозной путь определяется формулой:

$$s(x) = 20 - (t - 10)^2$$

(S – измеряется в метрах, t – секундах)



Ответ: Да, т.к. через 5 секунд
скорость вашего автомобиля будет
равна 10 м/с (36 км/ч)





**Спасибо за
урок!**



Задание 6. Тесты

$$f(x) = (x + 9)^7$$

1	А $f'(x) = 63(x + 9)^6$	О $f'(x) = 7(x + 9)^6$	С $f'(x) = 7(x + 9)^8$
----------	-----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

$$f(x) = (x^2 - 4)^3$$

2	Т $f'(x) = 6x(x^2 - 4)^2$	К $f'(x) = 6x(x^2 - 4)^4$	Т $f'(x) = 6(x^2 - 4)^2$
----------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------------------------

$$f(x) = \sqrt{8 + 3x}$$

3	А ₃ $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{8 + 3x}}$	Б ₁ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{8 + 3x}}$	Л ₃ $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{8 + 3x}}$
----------	--	---	---

$$f(x) = \sqrt{x - 4}$$

4	П ₁ $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x - 4}}$	И ₁ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x - 4}}$	Т ₄ $f'(x) = \frac{4}{\sqrt{x - 4}}$
----------	---	--	---

$$f(x) = \frac{1}{(x + 3)^5}$$

5	Ч ₋₅ $f'(x) = \frac{-5}{(x + 3)^6}$	Е ₅ $f'(x) = \frac{5}{(x + 3)^6}$	О ₋₅ $f'(x) = \frac{-5}{(x + 3)^4}$
----------	--	--	--

$$f(x) = \frac{1}{(3x - 5)^4}$$

6	Е ₁₂ $f'(x) = \frac{12}{(3x - 5)^5}$	Н ₋₁₂ $f'(x) = \frac{-12}{(3x - 5)^5}$	Т ₃ $f'(x) = \frac{3}{(3x - 5)^5}$
----------	---	---	---

$$f(x) = \left(2x + \frac{1}{4}\right)^3$$

7	К $f'(x) = \frac{3}{4}\left(2x + \frac{1}{4}\right)^2$	У $f'(x) = 3\left(2x + \frac{1}{4}\right)^4$	О $f'(x) = 6\left(2x + \frac{1}{4}\right)^2$
----------	--	--	--

Дополнительные задания

$$1) f(x) = (x^3 + 5x^2 - 7)^4$$

$$2) f(x) = (8x^2 + 3x)^5$$

$$3) f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x+5}}$$

$$4) f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x-4}}$$



$$1) f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3$$



$$2) f(x) = 7x^4 - x + \frac{1}{2}$$

$$3) f(x) = 5x + \sqrt{x}$$

$$4) f(x) = x^{-3}$$

$$5) f(x) = x^5 + 9x^4 - 8x$$

$$6) f(x) = x^3 + \frac{1}{x^2}$$

$$7) f(x) = x + 55$$

$$8) f(x) = 0,5x^4 - 0,75$$





$$1) f(x) = 2x^{-2} + 3x$$

$$2) f(x) = \sqrt[4]{x} - 11$$

$$3) f(x) = x^2 + \frac{1}{x^3}$$

$$4) f(x) = x - \sqrt{x} + \frac{1}{4}$$

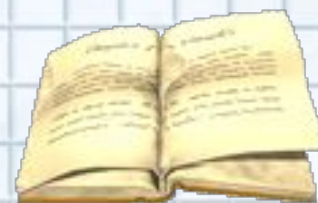
$$5) f(x) = x^7 + 9x^2 - 4x$$

$$6) f(x) = x^{-4}$$

$$7) f(x) = -3x^2 + 2x^2 - x - 5$$

$$8) f(x) = 0,5x^2 - 0,25$$





$$1) f(x) = \frac{5}{x^{70}}$$

$$2) f(x) = \sqrt[5]{x}$$

$$3) f(x) = x \cdot \sqrt{x}$$

$$4) f(x) = \frac{x}{9} - 12$$

$$5) f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 8x$$

$$6) f(x) = \sqrt[4]{x^3}$$

$$7) f(x) = 3\sqrt[6]{x}$$

$$8) f(x) = 0,5x^4 - 0,5$$

