



# **Теоретические основы информатики**

**Количество информации** – число, адекватно характеризующее величину разнообразия (набор состояний, альтернатив и т.д.) в оцениваемой системе.

**Мера информации** – формула, критерий оценки количества информации.

Мера информации обычно задана некоторой неотрицательной функцией, определенной на множестве событий и являющейся аддитивной, то есть мера конечного объединения событий (множеств) равна сумме мер каждого события.

# Ральф Винтон Лайон Хартли

## 1888 - 1970



«Когда кто-то получает информацию, каждый полученный символ позволяет получателю «устранять возможности», исключая другие возможные символы и их связанные значения.»

# Измерение количества информации

Формула Хартли (1928):

$$H = \log_2 N$$

**H – количество информации**

**N – количество возможных  
равновероятных альтернатив**

$$N = 2 \quad \rightarrow \quad H=1$$

**1 бит** - количество информации, которое соответствует сообщению о выборе одной из 2-х равновероятных альтернатив:

**ИСТИНА ЛОЖЬ**

Примеры:

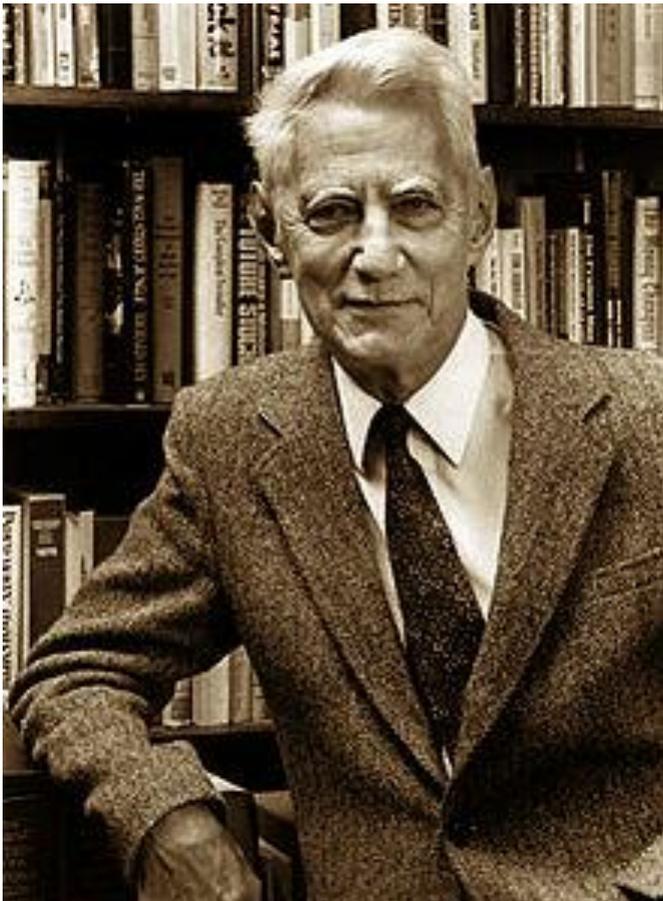
**да**

**нет**

**1**

**0**

# Клод Элвуд Шеннон 1916-2001



Из статьи "Математическая теория связи»:  
Одна из задач теории информации - поиск наиболее экономных методов кодирования, позволяющих передать необходимую информацию с помощью минимального количества символов.

# Формула Шеннона (1948):

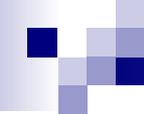
$$H = - \sum_n (p_i \log_2 p_i)$$

$H$  – среднее количество информации  
при многократном выборе

$n$  – количество альтернатив

$p_i$  – вероятности альтернатив

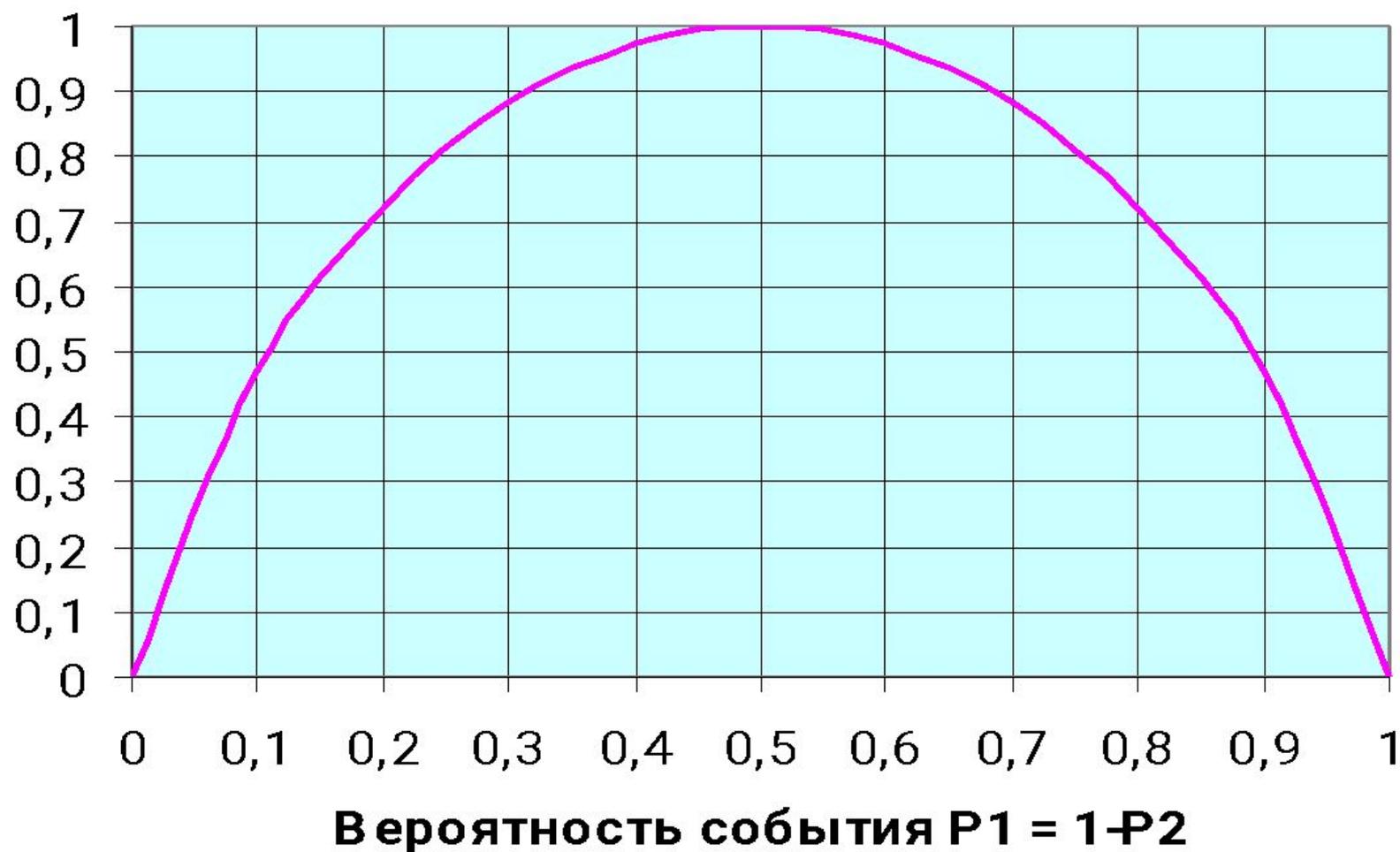
$i = 1 \dots n$


$$H = - \log_2 p$$

**H** – количество информации  
при однократном выборе

**p** – вероятность выбранной  
альтернативы

## Количество информации $H$ (бит)



В двоичном коде каждый двоичный символ несет 1 бит информации. Кодовое слово длиной в **N** двоичных символов несет **N** бит информации (при условии равной вероятности появления двоичных символов).

Общее количество кодовых слов длиной **N** бит равно:

$$N = 2^N$$

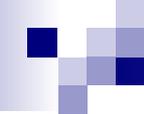
$$N=8 \quad \rightarrow \quad N = 2^8 = 256$$

$$1 \text{ байт} = 8 \text{ бит}$$

# 1 байт - количество информации, которое соответствует сообщению о выборе одной из 256 равновероятных альтернатив

Пример

Кодовая таблица ASCII :	.....
А	01000001
В	
С	
Д	
Е	
.....	.....
Р	01010010
Q	
.....	.....
25	



Кодовая таблица **Unicode**  
- используется 2 байта (16 бит)  
на каждый символ

Количество возможных  
символов равно  $2^{16}$ ,  
примерно 64000 символов

**Информационная емкость устройств  
памяти ПК (объем памяти)  
оцениваются следующими  
единицами:**

- **1 кбайт = 1024 байт (2<sup>10</sup> байт)**
- **1 Мбайт = 1024 кбайт (2<sup>20</sup> байт)**
- **1 Гбайт = 1024 Мбайт (2<sup>30</sup> байт)**
- **1 Тбайт = 1024 Гбайт (2<sup>40</sup> байт)**

**Пропускная  
способность — метрическая  
характеристика,  
показывающая соотношение  
предельного количества единиц  
информации, проходящих через  
канал, систему, узел в единицу  
времени.**

**Кбит/сек, Мбит/сек, МБ/сек**

# Арифметические основы ЭЦВМ

Для представления чисел в ЭЦВМ  
используется двоичная система счисления —  
позиционная система счисления  
с основанием 2

# Преобразование двоичного числа в десятичное

Разряды числа

$$10011011101_2 =$$

$$\begin{aligned} &1*2^{10} + 0*2^9 + 0*2^8 + 1*2^7 + 1*2^6 + 0*2^5 + \\ &1024 \quad 512 \quad 256 \quad 128 \quad 64 \quad 32 \\ &+ 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = \\ &16 \quad 8 \quad 4 \quad 2 \quad 1 \end{aligned}$$

←  
Весы  
разрядов

$$= 1245_{10}$$

# Преобразование десятичного числа в двоичное (последовательными делениями на 2)

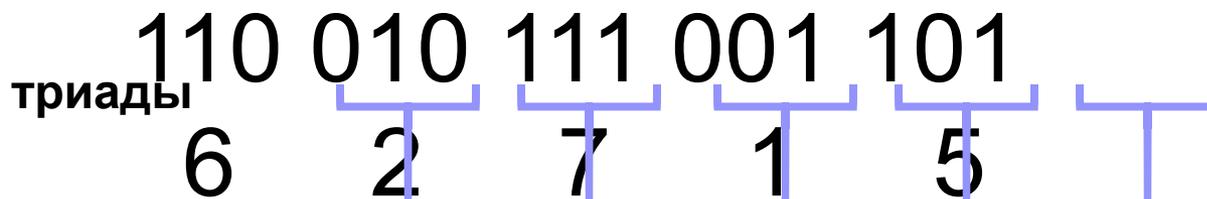
$$\begin{array}{r} 245_{10} \\ 2 * 122 = 244 \quad 1 \\ 2 * 61 = 122 \quad 0 \\ 2 * 30 = 60 \quad 0 \\ 2 * 15 = 30 \quad 1 \\ 2 * 7 = 14 \quad 0 \\ 2 * 3 = 6 \quad 1 \\ 2 * 1 = 2 \quad 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{Остатки} \\ \text{от деления} \end{array}$$

$= 1110101_2$

# Восьмеричная система счисления

**{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**

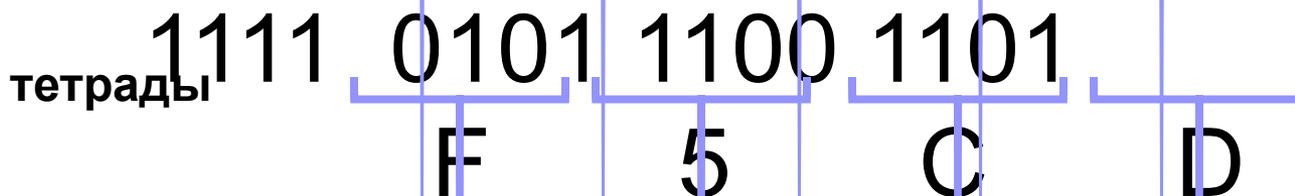
триады  
110 010 111 001 101  
6 2 7 1 5



# Шестнадцатиричная система счисления

**{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}**

тетрады  
1111 0101 1100 1101  
F 5 C D



# Суммирование двоичных чисел

$$\begin{array}{r} + 10100101 \\ 00101111 \\ \hline 11010100 \end{array}$$

  
1 1 1 1 1

переносы в следующий разряд

# Представление отрицательных чисел в двоичном дополнительном коде

Пример:  $14 - 6 = 8$

$1110 - 0110 = ?$

- Инверсный код вычитаемого: **1001**
- Дополнительный код вычитаемого:  
 **$1001+1=1010$**
- Вычитание заменяется сложением с дополнительным кодом вычитаемого

$$\begin{array}{r} 1110 \\ + 1010 \\ \hline 1000 \end{array}$$

# Логические основы ЭЦВМ

Алгебра высказываний  
(Алгебра логики)

Высказывания представляются  
**логическими переменными**,  
которые могут иметь всего два  
значения:

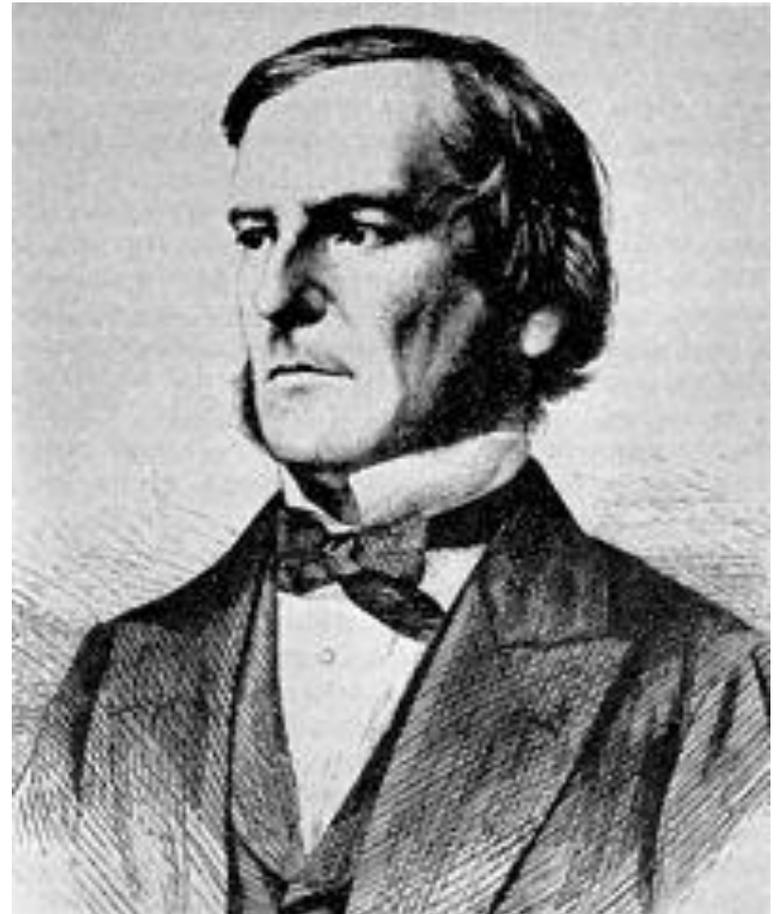
**истина true (1)**

**ложь false (0)**

# Джордж Буль

## 1815 - 1864

«Имеется глубокая аналогия между символическим методом алгебры и символическим методом представления логических форм ... В такой символике высказывания могут быть сведены к форме уравнений»



# Базовые операции алгебры логики (задаются таблицами истинности)

Логическое ИЛИ

(дизъюнкция  $\vee$ , |, OR)

a	b	a+b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Логическое И

(конъюнкция  $\wedge$ , &, AND)

a	b	a*b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

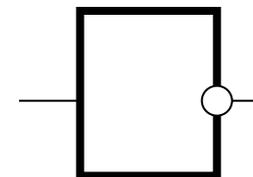
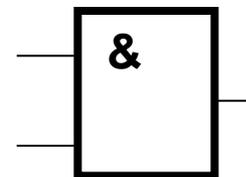
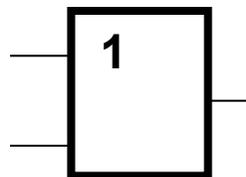
Логическое НЕ

(инверсия  $\neg$ , NOT)

a	$\bar{a}$
0	1
1	0

убывание  
приоритета

Логические элементы:



# ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

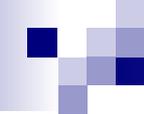
- Операции с константами:  $a + 0 = a$     $a + 1 = 1$     $a * 0 = 0$     $a * 1 = a$
- Закон исключенного третьего:  $a + \underline{a} = 1$
- Закон непротиворечия:  $a * \underline{a} = 0$
- Законы идемпотенции:  $a + a = a$     $a * a = a$
- Закон двойного отрицания:  $\underline{\underline{a}} = a$
- Законы де Моргана:  $a + b = \underline{\underline{a}} * \underline{\underline{b}}$     $a * b = \underline{\underline{a}} + \underline{\underline{b}}$
- Закон поглощения:  $a + a * b = a$
- Закон склеивания:  $a * b + a * \underline{\underline{b}} = a$

# Логическая операция

«Импликация»:  $a \rightarrow b = \bar{a} + b$

Порядок выполнения операций можно изменять с помощью скобок:

$$a + bc \quad (a + b)c \quad \overline{a + b} = \overline{(a + b)}$$



**Любая сколь угодно сложная  
логическая функция,  
заданная своей таблицей  
истинности,  
может быть представлена  
логическим выражением в  
совершенной дизъюнктивной  
нормальной форме (СДНФ)**

## Пример: таблица истинности одноразрядного сумматора

Входы

Выходы

a	b	p	S	P
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

### Построение СДНФ:

для всех строк с единичными значениями выходной функции выписывается логическая сумма (дизъюнкция) из логических произведений (конъюнкций) всех входных переменных, при этом входная переменная пишется с инверсией, если ее значение в соответствующей строке равно нулю

$$S = \bar{a}\bar{b}p + \bar{a}b\bar{p} + a\bar{b}\bar{p} + abp$$

$$P = \bar{a}bp + a\bar{b}p + ab\bar{p} + abp = ab + ap + bp$$



# **Тестовые задания по теме лекции**



Формула Хартли связывает

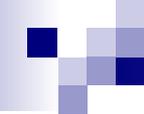
|1. количество информации с  
количеством ВОЗМОЖНЫХ  
равновероятных  
альтернативных сообщений

|2. количество информации с  
вероятностями ВОЗМОЖНЫХ  
альтернативных сообщений



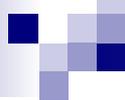
Формула Шеннона связывает  
|1. количество информации с  
количеством ВОЗМОЖНЫХ  
равновероятных альтернативных  
сообщений

|2. количество информации с  
вероятностями ВОЗМОЖНЫХ  
альтернативных сообщений



Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 2-х равновероятных альтернатив, равно

- |1. Один бит
- |2. Два бита
- |3. Восемь бит



1 бит – это

|1. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 2-х альтернатив

|2. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 8-ми альтернатив

|3. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 2-х равновероятных альтернатив

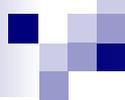


1 байт равен

|1. 2 бита

|2. 8 бит

|3. 256 бит



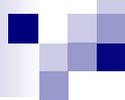
1 байт – это

|1. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 8 альтернатив

|2. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 256 альтернатив

|3. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 256 равновероятных альтернатив

|4. Количество информации, которое содержится в сообщении о выборе одной из 2 равновероятных альтернатив



Сообщение о выборе одной из  
32 равновероятных  
альтернатив в соответствии с  
формулой Хартли дает  
количество информации в

|1. 5 бит

|2. 6 бит

|3. 7 бит



В соответствии с формулой Шеннона  
максимальное количество

информации при многократном  
выборе одной из двух возможных  
альтернатив получается, если

|1. Вероятность одной альтернативы  
больше, чем вероятность другой

|2. Вероятность одной из альтернатив  
равна 1

|3. Вероятности двух альтернатив  
равны



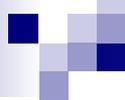
Общее количество кодовых слов длиной в 1 байт равно

|1. 8

|2. 32

|3. 256

|4. 1024



Для кодирования одного  
печатного символа в коде  
ASCII используется кодовое  
слово длиной

|1. 8 бит

|2. 1 байт

|3. 2 байта

|4. 8 байт



Для кодирования цвета 1  
пиксела в режиме High Color  
(всего 65 536 цветовых  
оттенков) потребуется кодовое  
слово длиной

|1. 1 байт

|2. 2 байта

|3. 4 байта

Количество адресов ячеек памяти, которые можно закодировать с помощью кодового слова длиной 10 бит, равно

|1. 256

|2. 512

|3. 1024

|4. 2048

Числу в двоичном коде 1101  
соответствует десятичное

число

|1. 12

|2. 13

|3. 14

|4. 15



Десятичному числу 9  
соответствует двоичное число

|1. 1100

|2. 1011

|3. 1001

|4. 0111

В числовом ряду весов двоичных разрядов

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 126, 256, 512, 1024

допущена ошибка в разряде

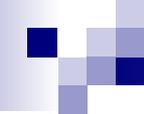
номер

| 1. 1

| 2. 4

| 3. 8

| 4. 10



Двоичному коду 00111101  
соответствует восьмеричное  
число

|1. 75

|2. 101

|3. 331

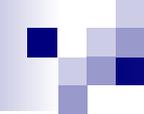


Двоичному коду 11111010  
соответствует  
шестнадцатиричное число

|1. AC

|2. 8D

|3. FA



Сумма двух двоичных чисел  
1001 и 0011 равна двоичному  
числу

|1. 1010

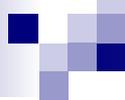
|2. 1100

|3. 1011



Результат логической операции  
ДИЗЪЮНКЦИЯ (логическое ИЛИ) от двух  
переменных равен ИСТИНА, если

- |1. Значение хотя бы одной из переменных  
равно ИСТИНА
- |2. Значение обоих переменных равно  
ИСТИНА
- |3. Значение только одной из переменных  
равно ЛОЖЬ
- |4. Значение обоих переменных равно  
ЛОЖЬ



Результат логической операции  
КОНЪЮНКЦИЯ (логическое И) от двух  
переменных равен ИСТИНА, если

|1. Значение хотя бы одной из  
переменных равно ИСТИНА

|2. Значение обоих переменных равно  
ИСТИНА

|3. Значение только одной из переменных  
равно ЛОЖЬ

|4. Значение обоих переменных равно  
ЛОЖЬ

Результат логической операции  
ДИЗЪЮНКЦИЯ с ИНВЕРСИЕЙ  
(логическое ИЛИ-НЕ) от двух переменных  
равен ИСТИНА, если

|1. Значение хотя бы одной из  
переменных равно ИСТИНА

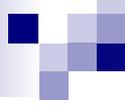
|2. Значение обоих переменных равно  
ИСТИНА

|3. Значение только одной из переменных  
равно ЛОЖЬ

|4. Значение обоих переменных равно  
ЛОЖЬ

Результат логической операции  
КОНЪЮНКЦИЯ с ИНВЕРСИЕЙ  
(логическое И-НЕ) от двух переменных  
равен ИСТИНА, если

- |1. Значение только одной из переменных  
равно ИСТИНА
- |2. Значение обоих переменных равно  
ИСТИНА
- |3. Значение хотя бы одной из переменных  
равно ЛОЖЬ
- |4. Значение обоих переменных равно  
ЛОЖЬ

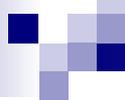


В результате поиска в базе  
данных пациентов по условию  
ВОЗРАСТ больше 30 лет И  
ВОЗРАСТ меньше 20 лет  
будут отображены

|1. Одна запись

|2. Ни одной записи

|3. Все записи



В результате поиска в базе данных пациентов по условию ВОЗРАСТ больше 30 лет ИЛИ ВОЗРАСТ меньше 40 лет будут отобраны

|1. Одна запись

|2. Ни одной записи

|3. Все записи

В приведенных ниже  
логических равенствах

(знак дизъюнкции +, знак конъюнкции \*)

НЕВЕРНЫМ ЯВЛЯЕТСЯ

| 1.  $a + 1 = 1$

| 2.  $a + a = a$

| 3.  $a * 1 = 1$

| 4.  $a + a * b = a$



**Тестовые задания  
с единого портала  
интернет-тестирования  
в сфере образования**

Имеется сообщение объемом  $2^{23}$  бит. В мегабайтах объем этого сообщения равен ...

- 1
- 64
- 1024
- 8

$$2^{23} \text{ бит} = 2^{20} \cdot 2^3 \text{ бит} = 2^{20} \cdot 8 \text{ бит} = 2^{20} \cdot 1 \text{ байт} = 1 \text{ Мбайт}$$

Количество цветов, воспроизводимых на экране сотового телефона, равно 1024, разрешение экрана 128\*64. Минимальный объем видеопамати равен \_\_\_\_ Кбайт.

- 8
- 8192
- 10
- 1

$$10 \text{ бит} * 2^7 * 2^6 = 10 * 2^{13} \text{ бит} = 10 * 2^{10} * 2^3 \text{ бит} = 10 * 2^{10} \text{ байт} = 10 \text{ Кбайт}$$

Скорость передачи данных через ADSL-соединение равна 256000 бит/сек.  
Передача файла через это соединение по времени заняла 2 мин. Определите  
размер файла в килобайтах.

- 
- 3750
  - 62,5
  - 30000
  - 3840

$$120 \text{ сек} * 256000 \text{ бит/сек} = 120 \text{ сек} * 32000 \text{ байт/сек} \sim$$
$$120 \text{ сек} * 32000 / 1024 \text{ кбайт/сек} = 3750 \text{ кбайт}$$

При кодировании (Unicode) информационный объем фразы *Ученые – свет,  
а неученые – тьма.* составляет ...

- 
- 528 бит
  - 33 байт
  - 66 бит
  - 54 байт

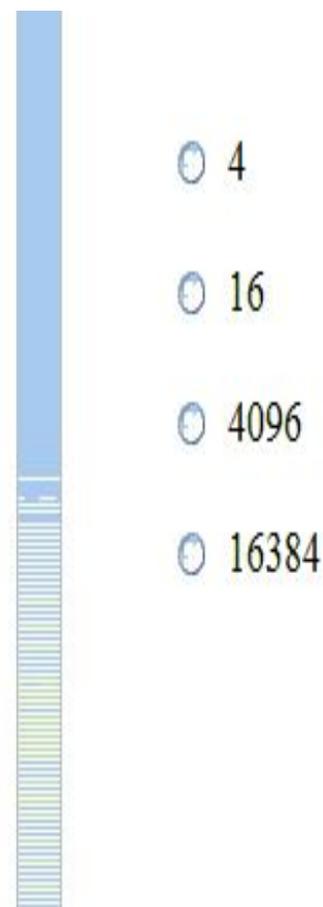
**33 символа \* 16 бит = 528 бит**

В книге 500 страниц. На каждой странице книги 20 строк по 64 символа. В кодировке ASCII объем книги равен \_\_\_\_\_ килобайт.

- 1,25
- 1250
- 625
- 640

**$500 * 20 * 64 \text{ символов} * 1 \text{ байт} = 640000 / 1024 \text{ кбайт} = 625 \text{ кбайт}$**

Сообщение содержит 4096 символов. Объем сообщения при использовании равномерного кода составил 1/512 Мбайт. Мощность алфавита, с помощью которого записано данное сообщение, равна...



**$1/512 \text{ Мбайт} = 2^{20} / 2^9 \text{ байт} = 2^{11} \text{ байт} = 2048 \text{ байт}$**   
 **$2048/4096 \text{ байт/символ} = 0,5 \text{ байт/символ} = 4 \text{ бит/символ}$**   
**Алфавит содержит  $2^4 = 16$  разных символов**

**Заданное в восьмеричной системе число  $1053_8$  равно десятичному .....**

$$1 * 8^3 + 0 * 8^2 + 5 * 8 + 3 = 1 * 2^9 + 40 + 3 = 555_{10}$$

**Заданное в шестнадцатеричной системе число  $F1A_{16}$  равно десятичному .....**

$$15 * 16^2 + 1 * 16 + 10 = 15 * 2^8 + 26 = 15 * 256 + 26 = 3866_{10}$$

Если 8-разрядный дополнительный код равен  $10110011_2$ , то десятичное значение данного числа равно ...

**Инверсный код равен  $10110010$**   
**Прямой код равен  $-01001101$**   
 **$= -(2^6 + 2^3 + 2^2 + 1) = -77$**

179

-77

-179

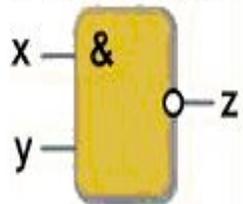
77

Отрицательное число  $-2009$  в 16-разрядном компьютерном представлении будет равно ...

- 1111100000100111
- 0000000000100111
- 0000011111011001
- 1111100000100110

**Отрицательное нечетное число в дополнительном коде начинается на единицу и кончается на единицу, поэтому первый вариант**

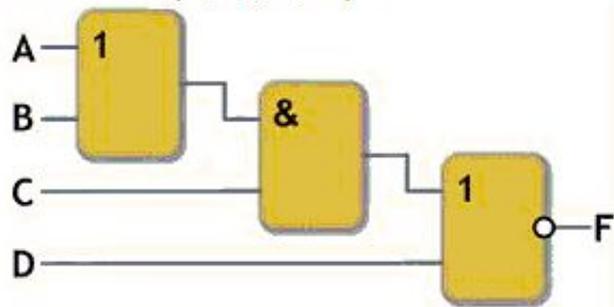
На рисунке представлено условное графическое изображение логической схемы. Связь между выходом  $z$  и входами  $x$  и  $y$  для данной логической схемы записывается в виде ...



- $Z = X \& Y$
- $Z = X \vee Y$
- $Z = \overline{X \& Y}$
- $Z = \overline{X \vee Y}$

**Правильный ответ 3**

На входе логической схемы при  $F=1$  возможна следующая комбинация сигналов  $(A, B, C, D) \dots$



(1 1 0 0)

(1 1 1 0)

(0 1 1 0)

(1 0 1 0)

**Правильный ответ 1**

Логическому выражению  $\overline{(\bar{A} \& B)} \vee \bar{C}$  равносильно выражение ...

$\bar{A} \vee B \vee \bar{C}$

$\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C}$

$A \vee B \vee \bar{C}$

$A \vee \bar{B} \vee \bar{C}$

**По формуле де Моргана для выражения в скобках  
правильный ответ 4**

Логическая функция  $F = \bar{A} \& B \vee \overline{(A \& B)}$  принимает значение *Ложь* (0) при

...

$A = 0, B = 0$

$A = 1, B = 0$

$A = 1, B = 1$

$A = 0, B = 1$

**Правильный ответ 3**

Для того чтобы логическое выражение

$$(X \& \neg X) ? (Y \& \neg Y)$$

было тождественно истинным, вместо знака ? в нем ...

- можно поставить как знак дизъюнкции ( $\dot{\cup}$ ), так и знак конъюнкции ( $\&$ )
- можно поставить знак дизъюнкции ( $\dot{\cup}$ ), но не знак конъюнкции ( $\&$ )
- нельзя поставить ни знак дизъюнкции ( $\dot{\cup}$ ), ни знак конъюнкции ( $\&$ )
- нельзя поставить знак дизъюнкции ( $\dot{\cup}$ ), но можно поставить знак конъюнкции ( $\&$ )

**Правильный ответ 3**