# Лекция №3
# Типовые линейные алгоритмы регулирования; нелинейные позиционные алгоритмырегулировани я;

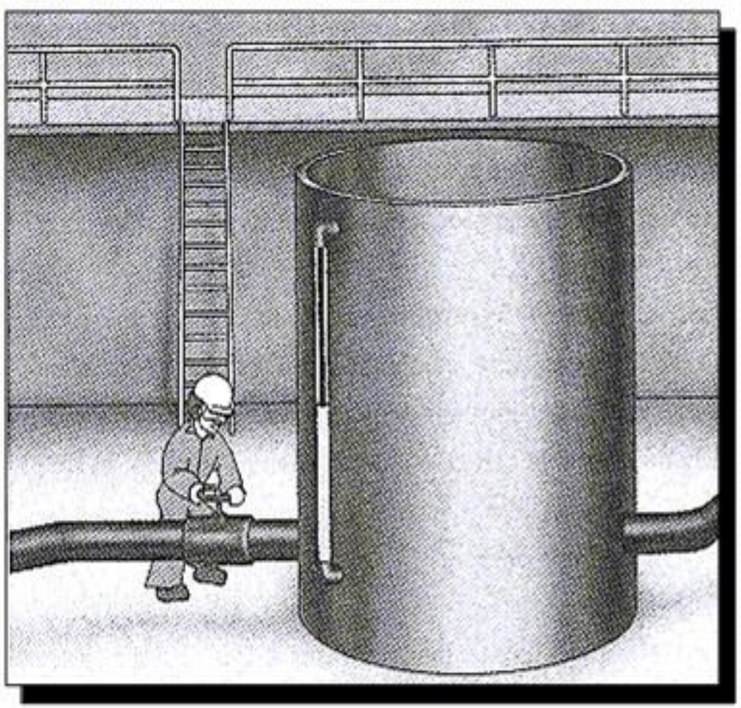
В зависимости от свойств ОУ, технологических требований и возможных изменениях возмущающих воздействий применяются САР ***прерывистого*** и ***непрерывного*** действия

Основной характеристикой регуляторов является функциональная зависимость между отклонением регулируемой величины и перемещением регулирующего органа. Эта зависимость называется ***законом регулирования*** по которому различают основные виды регуляторов.

- позиционный
- пропорциональный
- интегральный
- пропорционально-интегральный
- пропорционально-интегрально-дифференциальный

# Системы регулирования прерывистого действия

В САР ***прерывистого*** действия применяются регуляторы, рабочий орган которых может принимать два фиксированных положения (позиции), соответствующих определенному отклонению регулируемой величины, поэтому эти регуляторы называют ***позиционными***.



«Двухпозиционное регулирование», называют еще «Старт-стопное регулирование». Чтобы моделировать двухпозиционный режим регулирования, оператор на рисунке выше устанавливал бы регулирующий клапан в одно из двух крайних положений: или полностью открыт, или полностью закрыт, то есть «включено» или «выключено».

# Системы регулирования непрерывного действия

В САР данного типа применяют регуляторы у которых при получении сигнала об отклонении регулируемой величины регулирующий орган перемещается плавно и непрерывно до момента установления заданного значения регулируемой величины.

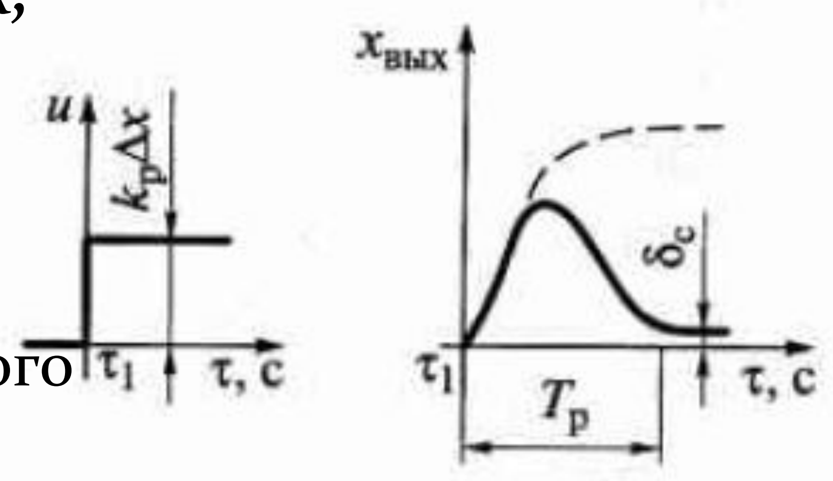
***Пропорциональным П- регулятором*** называется регулятор, у которого перемещение регулирующего органа пропорционально отклонению регулируемой величины от ее заданного значения.

Уравнение регулятора имеет вид

$$U = \kappa_p \Delta x,$$

где ***u*** - регулирующее воздействие регулятора; ***κр*** – коэффициент передачи (коэффициент усиления) регулятора; ***Δx*** -отклонение регулируемой величины от заданного значения.

П-регулятор



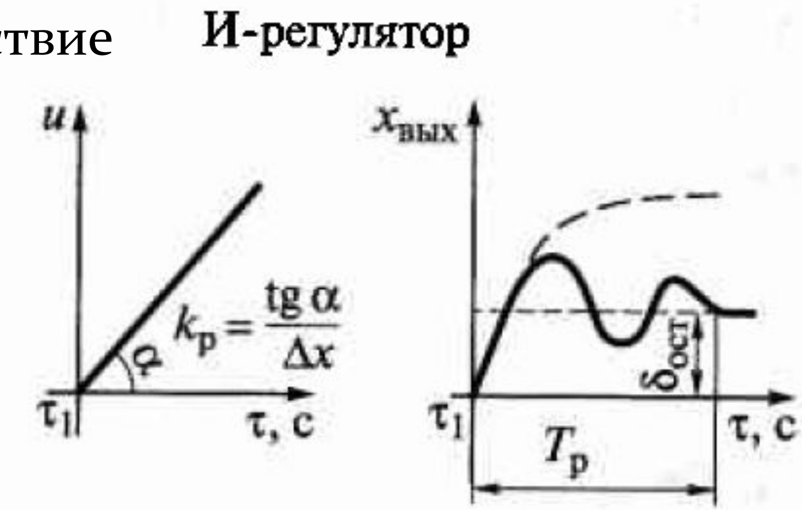
Чтобы моделировать **пропорциональный закон регулирования**, оператор непрерывно устанавливал бы регулирующий клапан в положение, отвечающее произошедшему на данный момент изменению уровня. Т.е. если уровень понизился немного, оператор откроет клапан немного; если уровень понизился еще больше, оператор увеличит степень открытия клапана.

Когда уровень в резервуаре изменяется, оператор открывает или закрывает клапан пропорционально этим изменениям. Когда изменения уровня прекращаются, оператор останавливает позиционирование клапана. При этом уровень установится на некоторой отметке, но это может не быть заданное значение уровня. Это означает, что при пропорциональном регулировании может быть смещение регулируемой переменной процесса или ошибка регулирования.

***Интегральным И-регулятором*** называется регулятор, у которого регулирующее воздействие пропорционально интегралу отклонения регулируемой величины.

Уравнение ***И-регулятора*** имеет вид

$$u = 1/T_и\left(\int_0^\tau \Delta x d\tau\right) \text{ или } T_и(dm/dt) = Dx,$$



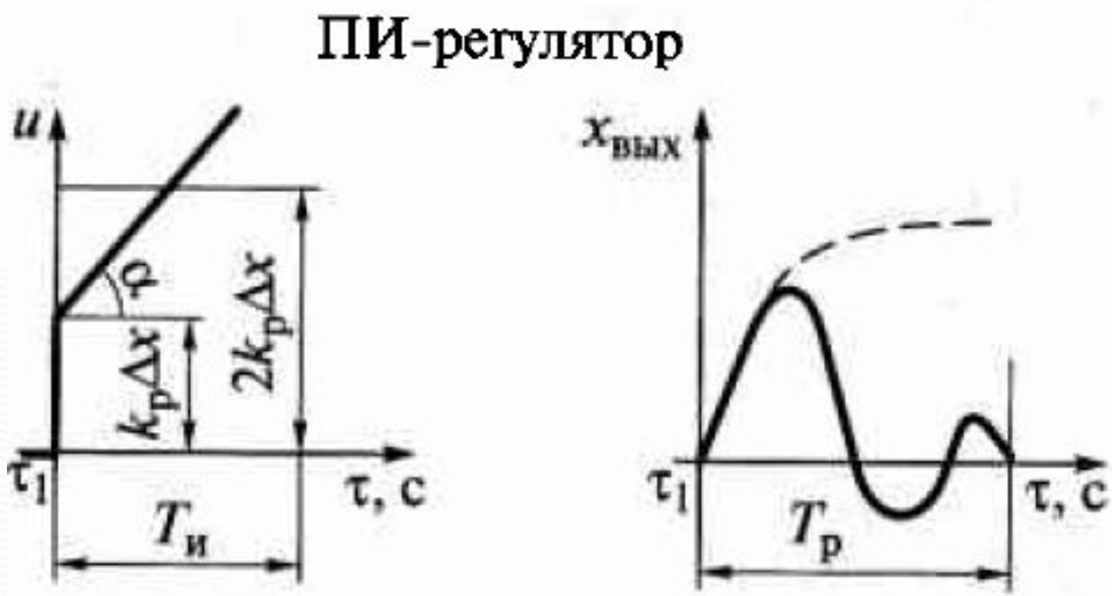

где ***Ти*** - постоянная времени регулятора, равная цродолжительности перемещения регулирующего органа из одного крайнего положения в другое при максимальном отклонении регулируемой величины, с; ***1/Ти***- скорость перемещения регулируюшего органа, пропорциональная степени отклонения регулируемой величины.

Чтобы моделировать **закон интегрального регулирования**, оператор продолжает открывать или закрывать клапан так долго пока уровень отклоняется от уставки в независимости от того происходят ли при этом произвольные изменения уровня или не происходят. Так, например, если уровень немного понизился, оператор приоткроет клапан немного. Затем, даже если уровень перестал изменяться, оператор продолжит открывать клапан пока уровень не возвратится к заданному значению (уставке).

***Пропорционально - интегральным ПИ-регулятором*** называется регулятор, у которого регулирующее воздействие пропорционально отклонению регулируемой величины от заданного значения и интегралу по времени от этого отклонения. Действие данного регулятора можно рассматривать как совместное действие пропорционального и интегрального регуляторов.

$$u = \kappa_p \Delta x + 1/T_и \left( \int_0^{\tau} \Delta x d\tau \right)$$

где ***Ти*** - продолжительность действия интегральной составляющей регулятора - продолжительность изодромы, с.

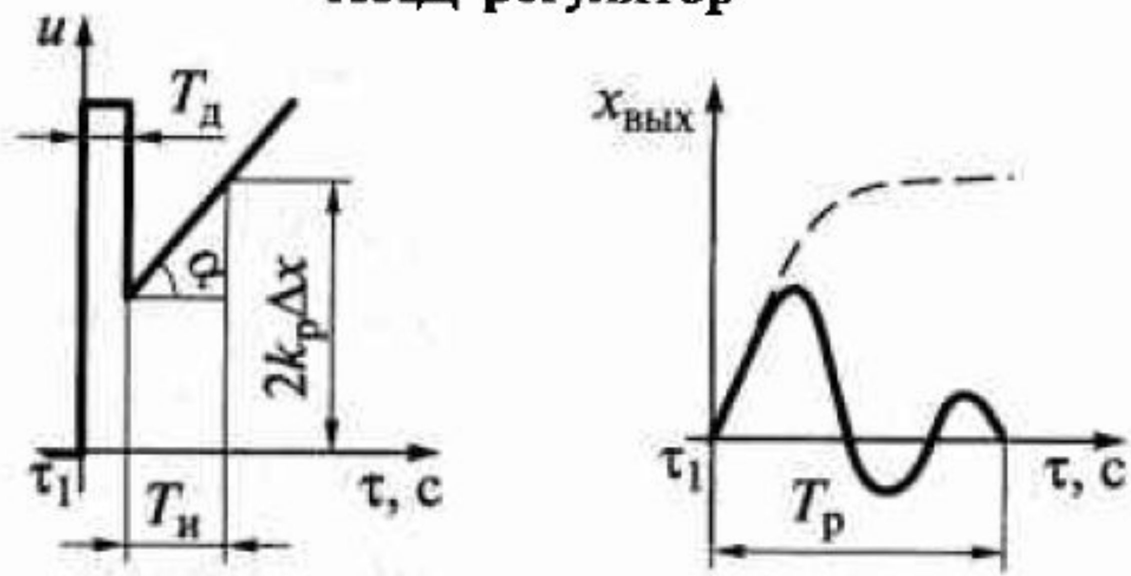


***Пропорционально – интегрально - дифференциальным регулятором*** называется регулятор, у которого регулирующее воздействие пропорционально отклонению регулируемой величины от задания, интегралу и скорости этого отклонения.

Уравнение регулятора имеет вид

$$u = к_р \Delta x + 1/T_и \left( \int_0^\tau \Delta x d\tau \right) + T_д \left[ d(\Delta x)/d\tau \right].$$

**ПИД-регулятор**



# *Преобразование Лапласа*

Одна из первых задач, которая была поставлена в теории управления – вычисление выхода системы при известном входе. Для этого нужно решать дифференциальные уравнения, классический метод решения которых имеет следующие существенные недостатки:

- *ограниченность применения*
- *громоздкость* при анализе переходных процессов цепей более второго порядка.

Чтобы упростить процедуру расчетов, математики придумали *операторный метод,* основанный на применении *преобразования Лапласа*, который позволил заменить решение дифференциальных уравнений алгебраическими вычислениями.

*Операторный метод* не обладает физической наглядностью в силу математической формализации, но значительно упрощает расчеты.

Сущность операторного метода заключается в том, что расчет переходного процесса переносится из области функций действительной переменной (времени $t$) в область функций комплексного переменного $\boldsymbol{p}$. При этом операции дифференцирования и интегрирования функций времени заменяются соответствующими операциями умножения и деления функций комплексного переменного на оператор $\boldsymbol{p}$. Это существенно упрощает расчет, так как сводит систему дифференциальных уравнений к системе алгебраической.

*Для функции f (t) вводится преобразование Лапласа, которое обозначается как L{ f (t)}:*

$$F(s)=\mathcal{L}\{f(t)\}=\int_0^{\infty} f(t)\,e^{-st}\,dt\,.$$

Функция *F(s) называется изображением для функции f (t) (оригинала). Здесь s – это* комплексная переменная.

Обратное преобразование Лапласа L {*F(s)} позволяет вычислить оригинал f (t)* по известному изображению *F(s)*:

$$f(t)=\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}=\frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)\,e^{st}\,ds\,,$$

где $j = -1$.

На практике вместо интеграла чаще всего используют готовые таблицы, по которым можно сразу определить изображение по оригиналу и наоборот.

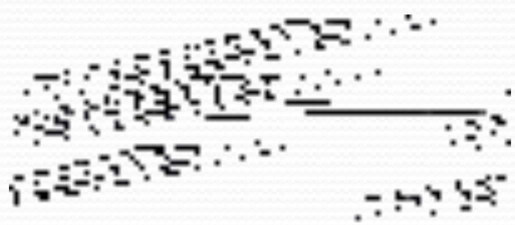
# Таблица преобразования Лапласа

| № | Оригинал | Изображение | № | Оригинал | Изображение |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\delta(t)$ | $1$ | 8 | $\sin\omega t$ | $\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$ |
| 2 | $1$ | $\frac{1}{s}$ | 9 | $\cos\omega t$ | $\frac{s}{s^2+\omega^2}$ |
| 3 | $t$ | $\frac{1}{s^2}$ | 10 | $e^{-\alpha t}\sin\omega t$ | $\frac{\omega}{(s+\alpha)^2+\omega^2}$ |
| 4 | $t^n$ $(n=1, 2, \ldots)$ | $\frac{n!}{s^{n+1}}$ | 11 | $e^{-\alpha t}\cos\omega t$ | $\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\omega^2}$ |
| 5 | $e^{-\alpha t}$ | $\frac{1}{s+\alpha}$ | 12 | $\frac{1}{\alpha}(1-e^{-\alpha t})$ | $\frac{1}{s(s+\alpha)}$ |
| 6 | $t\,e^{-\alpha t}$ | $\frac{1}{(s+\alpha)^2}$ | 13 | $1(t-a)$ | $\frac{1}{s}e^{-as}$ |
| 7 | $t^n\,e^{-\alpha t}$ | $\frac{1}{(s+\alpha)^{n+1}}$ | | | |

# ***Передаточная функция***

Преобразование дифференциального уравнения по Лапласу дает возможность ввести одно из фундаментальных понятий — понятие ***передаточной функции***

***Передаточной функцией*** линейной стационарной динамической системы называют отношение преобразования Лапласа величины на выходе системы к преобразованию Лапласа воздействия на ее входе при нулевых начальных условиях, т.е. передаточная функция представляет собой, по существу, сокращенную запись дифференциального уравнения автоматической системы.



# *Частотные характеристики линейных САУ*

Частотные характеристики линейных САУ рассчитываются через передаточные функции: если $W(p)$ – передаточная функция, то $W(j\omega)$– частотная характеристика (ЧХ), получаемая из передаточной функции путём замены в ней $\boldsymbol{p}$ на $\boldsymbol{j\omega}$ .ЧХ как комплексное число может быть представлено в показательной и алгебраической формах.

*Показательная форма:*

$$W(j\omega) = A(\omega)\cdot e^{j\cdot\varphi((\omega)}$$

Эта запись позволяет найти еще две важнейшие характеристики: АЧХ и ФЧХ:

$A(\omega)$ – амплитудо-частотная характеристика (АЧХ);

$W(j\omega)$ – фазо-частотная характеристика (ФЧХ).