

# Тема урока: "Арифметическая и геометрическая прогрессии"



Церетели Н.К.



**Изучена данная тема,  
Пройдена теории схема,  
Вы много новых формул узнали,  
Задачи с прогрессией решали.  
И вот в этот урок  
Нас красивый лозунг  
поведет:  
“ПРОГРЕССИО - ВПЕРЕД,**



## Основная цель:

**Повторить и закрепить умения и вычислительные навыки использования основных формул прогрессий при решении задач. Осмыслить и сравнить формулы арифметической и геометрической прогрессий.**



# Содержание

- Прогрессии
- Математический диктант
- Карточки для индивидуального пользования
- Самостоятельная работа
- Задания ГИА



# Прогрессии

**АРИФМЕТИЧЕСКАЯ  
ПРОГРЕССИЯ**

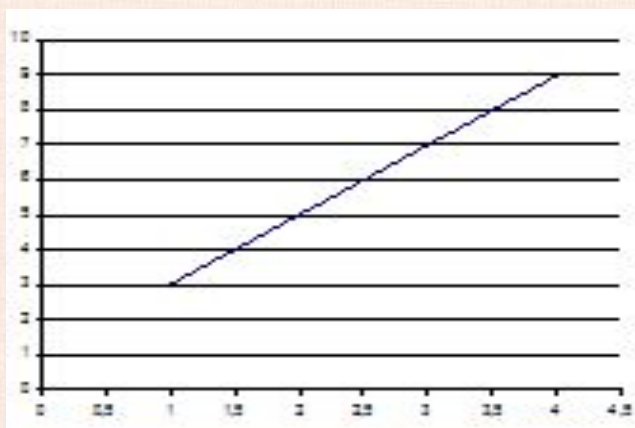
**ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ  
ПРОГРЕССИЯ**

# Определения

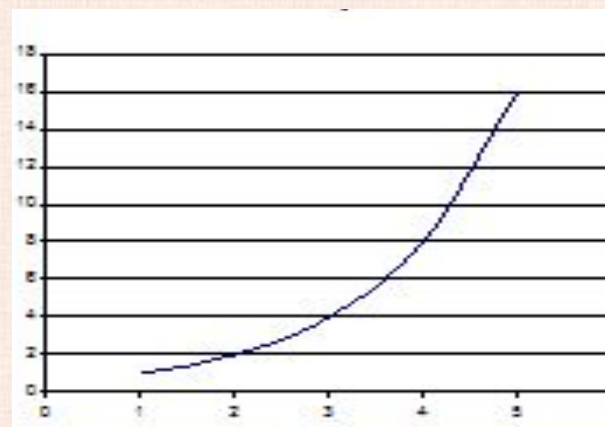
Числовая последовательность  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  называется арифметической прогрессией, если для всех натуральных  $n$  выполняется равенство  $a_{n+1} = a_n + d$ , где  $d$  – некоторое число.

Числовая последовательность  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$  называется геометрической прогрессией, если для всех натуральных  $n$  выполняется равенство  $b_{n+1} = b_n q$ , где  $b_n \neq 0$ ,  $q$  – некоторое число, не равное нулю.

# Сравните графики



Разность двух рядом стоящих членов остается одна и та же, вследствие чего члены прогрессии возрастают (убывают) равномерно.



Разность двух соседних членов увеличивается по мере удаления их от начала ряда: вследствие этого, члены такой прогрессии, по мере их удаления от начала ряда, возрастают всё быстрее и быстрее, что наглядно изображено на рисунке.



# Свойство членов прогрессий

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов, при  $n > 1$ .

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Если все члены прогрессии положительны, то каждый член геометрической прогрессии, начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов, при  $n > 1$ .

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$



# Формулы n-ого члена прогрессий

## АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

# Сумма $n$ первых членов прогрессий

## АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$



# Математический диктант



- 1) **2; 5; 8; 11; 14; 17; ...** арифметическая прогрессия  $d = 3$
- 2) **3; 9; 27; 81; 243; ...** геометрическая прогрессия  $q = 3$
- 3) **1; 6; 11; 20; 25; ...** последовательность чисел
- 4) **-4; -8; -16; -32; ...** геометрическая прогрессия  $q = 2$
- 5) **5; 25; 35; 45; 55; ...** последовательность чисел
- 6) **-2; -4; -6; -8; ...** арифметическая прогрессия  $d = -2$



# ИСТИННО или ЛОЖНО каждое высказывание



1. В арифметической прогрессии  
2,4; 2,6;... разность равна 2.

2. В геометрической прогрессии  
0,3; 0,9;... третий член равен 2,7

3. 11-ый член арифметической прогрессии, у  
которой  $a_1 = -4,2; d = 0,4$  равен 0,2



4. Сумма 5 первых членов геометрической прогрессии, у которой  $b_1 = 1, q = -2$ , равна 11.

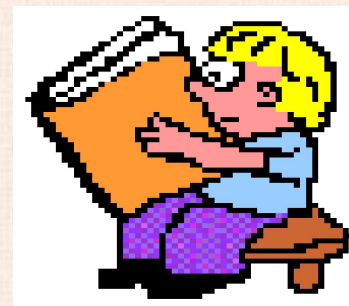


5. Последовательность чисел, кратных 5, является геометрической прогрессией.

6. Последовательность степеней числа 3 является арифметической прогрессией.



# Проверь себя!



1. В арифметической прогрессии  
2,4; 2,6;... разность равна 2.

$$d = 2,6 - 2,4 = 0,2 \quad \text{высказывание ложно}$$

2. В геометрической прогрессии  
0,3; 0,9;... третий член равен 2,7

$$b_3 = 0,3 \cdot 3^2 = 2,7 \quad \text{высказывание истинно}$$

3. 11-ый член арифметической прогрессии, у которой

$$a_1 = -4,2; d = 0,4$$

равен 0,2

$$a_{11} = -4,2 + 0,4 \cdot 10 = -4,2 + 4 = -0,2$$

**высказывание ложно**



4. Сумма 5 первых членов геометрической прогрессии, у которой  $b_1 = 1, q = -2$ , равна 11.

$$S_5 = \frac{1 \cdot ((-2)^5 - 1)}{-2 - 1} = \frac{-33}{-3} = 11 \text{ *высказывание истинно*}$$

5. Последовательность чисел, кратных 5, является геометрической прогрессией.

*высказывание ложно, т.к.*

$$x_n = 5n \quad 5; 10; 15; \dots - \text{арифм. прогрессия}$$

6. Последовательность степеней числа 3 является арифметической прогрессией

*высказывание ложно, т.к.*  $x_n = 3^n$

*3; 9; 27; \dots - геометрическая прогрессия*



# Карточки для индивидуального пользования



1) Дано:  $(a_n)$  арифметическая прогрессия

$$a_1 = 5 \quad d = 3$$

Найти:  $a_6$ ;  $a_{10}$

*Решение:* используя формулу

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$a_6 = a_1 + 5 d = 5 + 5 \cdot 3 = 20$$

$$a_{10} = a_1 + 9 d = 5 + 9 \cdot 3 = 32$$

**Ответ: 20; 32**



2) Дано:  $(b, n)$  геометрическая прогрессия

$$b_1 = 5 \quad q = 3$$

Найти:  $b_3$ ;  $b_5$ .

Решение: используя формулу  $b$

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$b_3 = b_1 q^2 = 5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45$$

$$b_5 = b_1 q^4 = 5 \cdot 3^4 = 5 \cdot 81 = 405$$

Ответ: 45; 405.



3) Дано:  $(a_n)$  арифметическая прогрессия

$$a_4 = 11 \quad d = 2$$

Найти:  $a_1$ .

*Решение:* используя формулу

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$a_4 = a_1 + 3 d ; a_1 = a_4 - 3 d = 11 - 3 \cdot 2 \\ = 5$$



**Ответ: 5.**

4) Дано: ( $b_n$ ) геометрическая  
прогрессия

$$b_4 = 40 \quad q = 2$$

Найти:  $b_1$ .

Решение: используя формулу  $b_n = b_1 q^{n-1}$

$$b_4 = b_1 q^3 ; b_1 = b_4 : q^3 = 40 : 2^3 = 40 : 8 = 5$$

Ответ: 5.



5) Дано:  $(a_n)$  арифметическая  
прогрессия

$$a_4 = 12,5; a_6 = 17,5$$

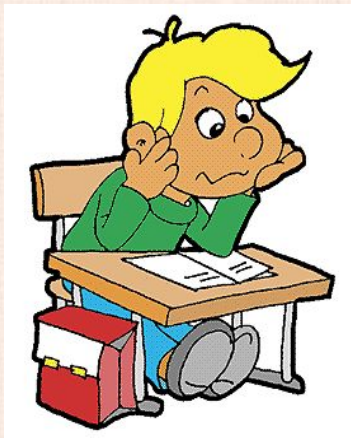
Найти:  $a_5$



б) Дано:  $(b_n)$  геометрическая  
прогрессия

$$b_4 = 12,5; b_6 = 17,5$$

Найти:  $b_5$



$$b_5 \cdot b_6 = \sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{144} = 12$$



# Самостоятельная работа





- 1) Дано:  $(a_n)$ ,  $a_1 = -3$ ,  $a_2 = 4$ . Найти:  $a_{16} - ?$
- 2) Дано:  $(b_n)$ ,  $b_{12} = -32$ ,  $b_{13} = -16$ . Найти:  $q - ?$
- 3) Дано:  $(a_n)$ ,  $a_{21} = -44$ ,  $a_{22} = -42$ . Найти:  $d - ?$
- 4) Дано:  $(b_n)$ ,  $b_n > 0$ ,  $b_2 = 4$ ,  $b_4 = 9$ . Найти:  $b_3 - ?$
- 5) Дано:  $(a_n)$ ,  $a_1 = 28$ ,  $a_{21} = 4$ . Найти:  $d - ?$
- 6) Дано:  $(b_n)$ ,  $b_5 = 8$ ,  $q = 2$ . Найти:  $b_1 - ?$
- 7) Дано:  $(a_n)$ ,  $a_7 = 16$ ,  $a_9 = 30$ . Найти:  $a_8 - ?$



# Отвeты:

1) 102

2) 0,5

3) 2

4) 6

5) - 1,2

6) 0,5

7) 23





## Задания ГИА

- 1) Пятый член арифметической прогрессии равен 8,4, а ее десятый член равен 14,4. Найдите пятнадцатый член этой прогрессии.
- 2) Число  $-3,8$  является восьмым членом арифметической прогрессии  $(a_n)$ , а число  $-11$  является ее двенадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число  $a_n = -30,8$  ?
- 3) Между числами 6 и 17 вставьте четыре числа так, чтобы вместе с данными числами они образовали арифметическую прогрессию.
- 4) В геометрической прогрессии  $b_{12} = 3^{15}$  и  $b_{14} = 3^{17}$ . Найдите  $b_1$ .



# Решите задачи

- Курс воздушных ванн начинают с 15 минут в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 10 минут. Сколько дней следует принимать воздушные ванны в указанном режиме, чтобы достичь их максимальной продолжительности 1 час 45 минут.



- **Ребенок заболит ветрянкой, если в его организме окажется не менее 27000 вирусов ветряной оспы. Если заранее не сделана прививка от ветрянки, то каждый день число попавших в организм вирусов утраивается. Если в течении 6 дней после попадания инфекции болезнь не наступает, организм начинает вырабатывать антитела, прекращающие размножение вирусов. Какое минимальное количество вирусов должно попасть в организм, чтобы ребенок, которому не сделали прививку, заболел**



## Ответы:

1. 20,4

2. является

3. 6;8,2;10,4;12,6;14,8;17

4.  $b_1=3^4$  или  $b_1=-3^4$

5. 10

6. 74



# Домашнее задание

- Сборник «Закрытый сегмент»  
№1247,1253,1313,1324
- Учить формулы



**Урок сегодня  
завершён,  
Но каждый должен  
знать:**

**Познание, упорство,  
труд**

**К профессии в жизни**

**приведут.**







Спасибо за внимание!

