

Тема №10

Электromагнетизм

Задача 1

Задача 2

Задача 3

Задача 4

Задача 5

Задача 6

Задача 7

Задача 8

Задача 9

Задача 10

Теоретическое введение

Электромагнетизм

Основные формулы и законы

1. Связь индукции B магнитного поля с напряженностью H : $B = \mu\mu_0 H$
(где μ - магнитная проницаемость среды; μ_0 - магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$).
2. Напряженность магнитного поля в центре кругового тока
 $H = I/2R$
(где I - сила тока в проводнике; R - радиус кругового витка).
3. Напряженность магнитного поля, созданного бесконечно длинным прямым проводником с током I на расстоянии a от него: $H = \frac{1}{2\pi a}$
4. Сила Лоренца $F = qvB \sin \alpha$
(где q - заряд частицы; v - её скорость; B - индукция магнитного поля).
5. Магнитный поток Φ для однородного магнитного поля и плоского контура площадью S : $\Phi = B_n S = BS \cos \alpha$
6. Работа A по перемещению проводника и контура с током I в магнитном поле:
 $A = I\Delta\Phi$
(где $\Delta\Phi$ - изменение магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром).
7. Основной закон электромагнитной индукции: $E = -N d\Phi/dt$
(где N - число витков катушки).



8. Электродвижущая сила самоиндукции: $E = -L di/dt$
(где L - коэффициент самоиндукции; i - скорость изменения тока в контуре).

9. Энергия магнитного поля тока $W = \frac{LI^2}{2}$



Задача № 1

Условие задачи

На соленоид длиной $l=144$ см и диаметром $D=5$ см надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N=2000$ витков, и по ней течет ток $I=1$ А. Соленоид имеет железный сердечник. Какая средняя э.д.с. индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $t=2$ мс?



Дано:

$$l=144 \text{ см}$$

$$D=5 \text{ см}$$

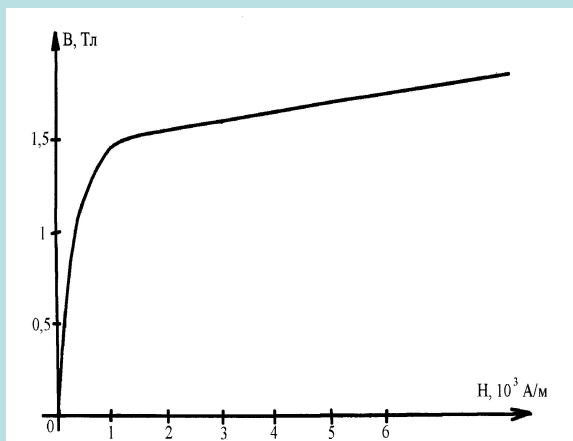
$$N=2000$$

$$t=2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$$

$$I=2 \text{ А}$$

$$\mu_0 = 12,56 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

Решение:



$$E_{\text{ср}} - ?$$

$$E_{\text{ср}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow E_{\text{ср}} = \frac{-(\Delta\Phi_2 - \Delta\Phi_1)}{\Delta t}.$$

По условию задачи ток в соленоиде отключается, значит $\Delta\Phi_2=0$, т.е. магнитное поле соленоида временно прекратит существование, значит $E_{\text{ср}} = \frac{\Phi_1}{\Delta t}$. (2)

$\Phi = BS \cos \phi$. (2) Так как $\phi=0$, то $\cos \phi = 1$. $S = \frac{\pi D^2}{4}$. С учетом этого выражение (1) приобретает вид

$$E_{\text{ср}} = \frac{e\pi D^2}{4\Delta t} \cdot (3) \quad B = \mu\mu_0 H \quad (4) \quad H = \frac{IN}{l} \cdot (5) \quad H = \frac{2 \cdot 2000}{1,44} = 2,778 \cdot 10^3 \text{ (А/м)}.$$

$$E_{\text{ср}} = \frac{1,6 \cdot 3,14 \cdot 25 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 1,57 \text{ (В)}$$

Ответ: средняя э.д.с. индукции в надетом на соленоид витке, когда ток выключается за данное время $E_{\text{ср}} = 1,57 \text{ В}$.



Условие задачи

В однородном магнитном поле, индукция которого $B=0,1$ Тл, вращается катушка, состоящая из $N=200$ витков. Ось вращения катушки перпендикулярна и ее оси и к направлению магнитного поля. Период обращения катушки $T=0,2$ с, площадь поперечного сечения $S=4$ см². Найти максимальную э.д.с. индукции E_{max} во вращающейся катушке.



Дано:

$$B=0,1 \text{ Тл}$$

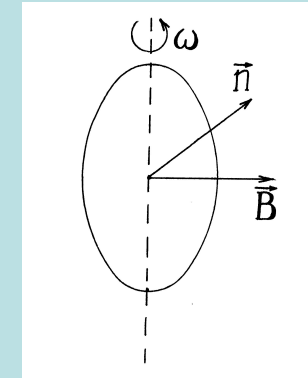
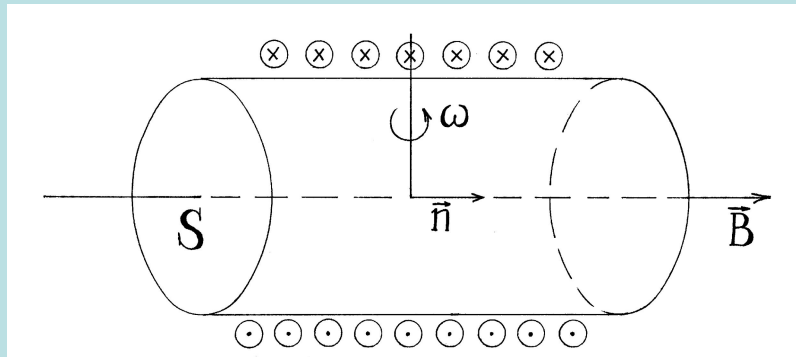
$$N=200$$

$$S = 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$T=0,2 \text{ с}$$

$$E_{\max} - ?$$

Решение:



$$\Phi = BS \cos \phi \quad E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BS \cos \phi).$$

Угол ϕ меняется со временем как $\phi = \omega t$, где ω - циклическая частота, равная $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$E = -\frac{d}{dt}(BS \cos \phi) = -BS(-\sin \phi) \cdot \omega = E_0 \sin \phi \quad \text{где } E_0 = BS\omega \text{ - максимальное значение э.д.с. индукции в витке.}$$

$$E_{\max} = NE_0 \quad \text{или} \quad E_{\max} = NBS\omega = \frac{2\pi NBS}{T}$$

$$E_{\max} = \frac{2\pi \cdot 200 \cdot 0,1 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{0,2} = 0,25(e)$$

Ответ: максимальная э.д.с. индукции во вращающейся катушке равна $E_{\max} = 0,25(e)$



Условие задачи

Обмотка соленоида состоит из N витков медной проволоки, поперечное сечение которой $S=1 \text{ мм}^2$. Длина соленоида $l=25 \text{ см}$, его сопротивление $R=0,2 \text{ Ом}$.
Найти индуктивность L соленоида.



Дано:

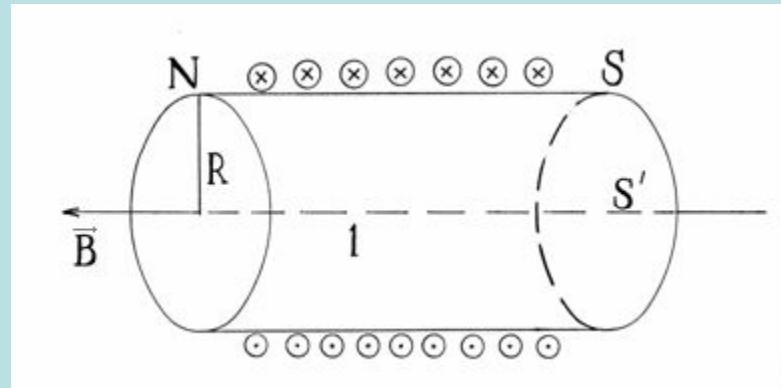
$$S = 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$l = 0,25 \text{ м}$$

$$R = 0,2 \text{ Ом}$$

$$\rho = 17 \cdot 10^{-9} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

Решение:



$E_{cp} - ?$

$$R = \rho \frac{l'}{S} \quad \text{где } l' - \text{длина проволоки, намотанной на весь соленоид.}$$

$$l' = \frac{RS}{\rho} \cdot \frac{l'}{N} = \frac{RS}{\rho N} \quad \frac{l'}{N} = 2\pi r \quad \text{где } r - \text{радиус витка. Отсюда } r = \frac{l'}{2\pi N} \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2), получаем: $r = \frac{RS}{2\pi\rho N} \quad (3) \quad S = \pi r^2 \quad (4) \quad \text{Подставим (3) в (4), получаем:}$

$$S' = \frac{\pi S^2 R^2}{4\pi^2 \rho^2 N^2} = \frac{S^2 R^2}{4\pi \rho^2 N^2} \quad (5) \quad L = \frac{\mu_0 N^2 S'}{l} \quad (6) \quad \text{Подставим (5) в (6), получаем}$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 R^2 S^2}{4l\pi\rho^2 N^2} = \frac{\mu_0 R^2 S^2}{4l\pi\rho} \quad L = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-17}}{4 \cdot 0,25 \cdot 3,14 \cdot 17^2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-16}} = 9,5 \cdot 10^{-5} (\text{Гн})$$

Ответ: индуктивность соленоида равна $L = 9,5 \cdot 10^{-5} (\text{Гн})$



Задача №4

Условие задачи

Катушка с железным сердечником имеет площадь поперечного сечения $S=20 \text{ см}^2$ и число витков $N=500$. Индуктивность катушки с сердечником $L=0,28 \text{ Гн}$ при токе через обмотку $I=5 \text{ А}$. Найти магнитную проницаемость μ железного сердечника.



Дано:

$$S = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$L = 0,28 \text{ Гн}$$

$$I = 5 \text{ А}$$

$$\mu_0 = 12,6 \cdot 10^{-3} \text{ Гн/м}$$

μ - ?

Решение:

$$H = \frac{IN}{l} \quad (1)$$

$$L = \frac{\mu\mu_0 N^2}{l} S \quad (2)$$

Магнитная индукция B связана с напряженностью H магнитного поля соотношением

$$B = \mu\mu_0 H \quad \mu\mu_0 = \frac{B}{H} \quad (3)$$

Подставим (3) в (2), получаем

$$L = \frac{BN^2}{lH} S$$

Подставим (1) в (4), получаем

$$L = \frac{BN^2 S I}{lIN} = \frac{BN^2 S}{IN} = \frac{BNS}{I} \quad \text{Отсюда} \quad B = \frac{LI}{NS}$$

Найдем числовое значение магнитной индукции и впоследствии находим эту точку на оси координат графика $B=f(H)$ и, приводя из этой точки параллельную линию оси OH , найдем соответствующую ей точку на оси H напряженности магнитного поля. После этой серии операций мы находим числовое значение H . После этого все получившиеся числовые данные мы подставляем в формулу (3), откуда находим магнитную проницаемость железного сердечника

$$\mu = \frac{B}{H\mu_0} \quad B = \frac{0,28 \cdot 5}{500 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} = 1,4 \text{ (Тл)}$$

По графику зависимости $B=f(H)$, находим что $H=800 \text{ А/м}$. Отсюда

$$\mu = \frac{1,4}{1257 \cdot 10^{-7} \cdot 0,6 \cdot 10^3} = 1800$$

Ответ: магнитная проницаемость железного сердечника соленоида равна $\mu = 1800$.

Задача №5

Условие задачи

Сколько витков имеет катушка, индуктивность которой $L=1$ мГн, если при токе $I=1$ А магнитный поток через катушку $\Phi=2$ мкВб?



Дано:

$$L=1 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$I=1 \text{ А}$$

$$\Phi=2 \cdot 10^{-6} \text{ Вб}$$

$N - ?$

Решение:

Полный магнитный поток Ψ через контур

$$\Psi = LI \quad (1)$$

Поток через каждый из витков равен

$$\Phi = BS,$$

а полный магнитный поток, сцепленный с соленоидом:

$$\Psi = N\Phi \quad (2)$$

Сопоставляя (1) и (2), получаем

$$LI = N\Phi \Rightarrow N = \frac{LI}{\Phi}$$
$$N = \frac{10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}} = 500$$

Ответ: катушка имеет 500 витков.



Условие задачи

В магнитном поле, индукция которого $B=0,1$ Тл, помещена квадратная рамка из медной проволоки. Площадь поперечного сечения провода $s = 1 \text{ мм}^2$, площадь рамки $S = 25 \text{ см}^2$. Нормаль к плоскости рамки параллельна магнитному полю. Какое количество электричества q пройдет по контуру рамки при исчезновении магнитного поля?



Дано:

$$B=0,1 \text{ Тл}$$

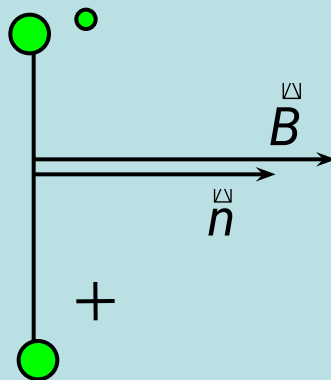
$$S = 25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$s = 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$\rho = 17 \cdot 10^{-9} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$q - ?$

Решение:



$$q = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = -\frac{1}{R} (\Phi_2 - \Phi_1)$$

Φ_1 - магнитный поток через рамку в первом состоянии

Φ_2 - магнитный поток через рамку во втором состоянии.

По условию $\Phi_2 = 0$. $R = \rho \frac{l}{S}$ (1) где l - длина проволоки.

$S = a^2$ где a - сторона квадрата, равная $\frac{1}{4}l$ Отсюда $a = \sqrt{S}$
 $\frac{1}{4}l = \sqrt{S} \Rightarrow l = 4\sqrt{S}$ (2) Подставим (2) в (1), получаем $R = \rho \frac{4\sqrt{S}}{s}$

Так как $\Phi_1 = BS$ $q = \frac{BSs'}{4\sqrt{S}\rho} = \frac{B\sqrt{S}s'}{4\rho}$ $q = \frac{0,1 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{25 \cdot 10^{-2}}}{4 \cdot 0,017 \cdot 10^{-6}} = 7,4 \cdot 10^{-3} \text{ (Кл)}$

Ответ: количество электричества, которое пройдет по контуру рамки при исчезновении магнитного поля, равно $q = 7,4 \cdot 10^{-3}$ Кл.



Условие задачи

Круговой контур радиусом $r=2$ см помещен в однородное магнитное поле, индукция которого $B=0,2$ Тл. Плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. Сопротивление контура $R=1$ Ом. Какое количество электричества q пройдет через катушку при повороте ее на угол 90 градусов?



Дано:

$$B=0,2 \text{ Тл}$$

$$R=1 \text{ Ом}$$

$$r=0,02 \text{ м}$$

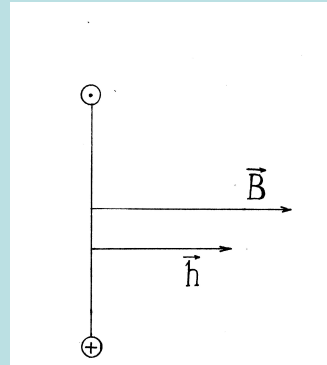
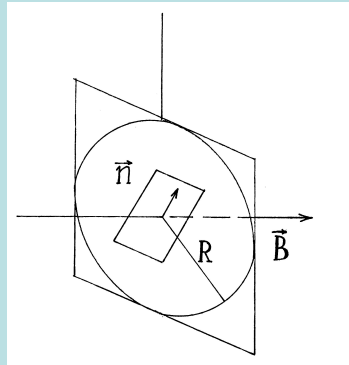
$$\alpha = 90^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ$$

$q - ?$

Решение:

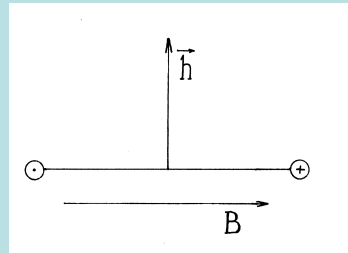
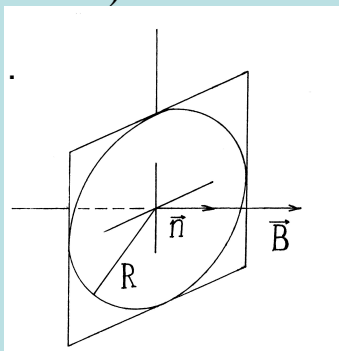
$$q = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = -\frac{1}{R} (\Phi_2 - \Phi_1) \quad \text{где } \Phi_1 - \text{ магнитный поток через рамку в первом положении}$$



$$\Phi_1 = BS \cos \phi$$

ϕ - угол между нормалью к плоскости контура и направлением магнитного поля, $\phi = 0, \cos \phi = 1$

Φ_2 - магнитный поток через рамку в первом положении, $\Phi_2 = 0$, т.к. $\cos 90^\circ = 0$



$R = \rho \frac{l}{S}$ где l - длина окружности контура, равна $l=2\pi r$. Площадь круга определяется формулой $S = \pi r^2$

$$q = \frac{1}{R} B \pi r^2 \quad q = \frac{0,2 \cdot \pi \cdot (0,02)^2}{1} = 2,5 \cdot 10^{-4} (\text{Кл})$$

Ответ: количество электричества, которое пройдет через катушку при ее повороте на угол $\alpha = 90^\circ$, равно $q = 2,5 \cdot 10^{-4} (\text{Кл})$



Условие задачи

Электрическая лампочка, сопротивление которой в горячем состоянии $R=10$ Ом, подключается через дроссель к двенадцати вольтному аккумулятору. Индуктивность дросселя $L=2$ Гн, сопротивление $r=1$ Ом. Через какое время t после включения лампочка загорится, если она начинает заметно светиться при напряжении на ней $U=6$ В.



Дано:

$$R=10 \text{ Ом}$$

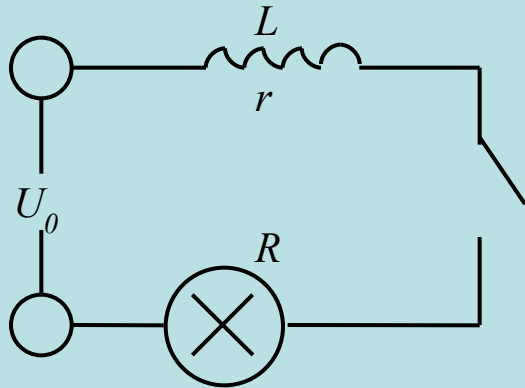
$$r=1 \text{ Ом}$$

$$U_0=12 \text{ В}$$

$$L=2 \text{ Гн}$$

$$U=6 \text{ В}$$

$t - ?$



Решение:

$$I = I_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{R'}{L}t\right) \right], \text{ где } R' - \text{сопротивление цепи.}$$

Умножим обе части выражения на R' , получаем:

$$U = U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{R'}{L}t\right) \right], \quad 1 - \frac{U}{U_0} = \exp\left(-\frac{R'}{L}t\right),$$

Прологарифмировав данное выражение, получаем:

$$\ln\left[\frac{U_0 - U}{U_0}\right] = -\frac{R'}{L}t. (1) \quad R' = R + r \quad \text{Следовательно, выражение (1) примет вид}$$

$$\ln\left[\frac{U_0 - U}{U_0}\right] = -\frac{R + r}{L}t \quad t = -\frac{L}{R + r} \ln\left[\frac{U_0 - U}{U_0}\right] \quad t = \frac{2}{11} \ln \frac{12}{6} = 0,126(c)$$

Ответ: через время, равное $t=0,126 \text{ с}$ после включения лампочки, она загорится.



Условие задачи

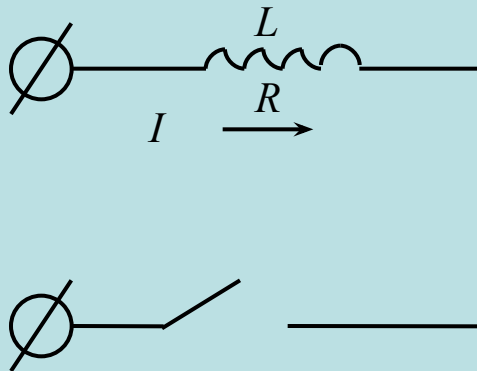
Катушка имеет индуктивность $L=0,144$ Гн и сопротивление $R=10$ Ом. Через какое время t после включения в катушке потечет ток, равный половине установившегося?



Дано:

$$R=10 \text{ Ом}$$
$$L=0,144 \text{ ГН}$$
$$I=I_0/2$$

$t - ?$



Решение:

$$I = I_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right],$$

где R - сопротивление цепи, в данном случае сопротивление катушки;

I_0 - ток, установившийся в цепи после ее включения, в случае, когда $t \rightarrow \infty$.

Отсюда найдем время t , через которое выполнится условие $I=I_0/2$, значит

$$\frac{I_0}{2} = I_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right], \quad \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) = \frac{1}{2} \quad \text{Прологарифмируем данное выражение, получаем:}$$

$$-\frac{R}{L}t = \ln \frac{1}{2} \quad t = -\frac{L}{R} \ln \frac{1}{2} \quad t = -\frac{0,144}{10} \ln 0,5 = 0,01(c)$$

Ответ: через время t , равное $t=0,01$ с после включения в катушке потечет ток, равный половине установившегося.



Условие задачи

Квадратная рамка из медной проволоки сечением $S'=1$ мм помещена в магнитное поле, индукция которого меняется по закону $B = B_0 \sin \omega t$, где $B_0 = 0,01$ Тл $\omega = 2\pi / T$, $T = 0,02$ с. Площадь рамки $S=25$ см². Плоскость рамки перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти зависимость от времени и наибольшее значение:

- а) магнитного потока Φ , пронизывающего рамку,
- б) э.д.с. индукции, возникающей в рамке,
- в) тока I , текущего по рамке.



Дано:

$$S' = 10^{-6} \text{ м}$$

$$B = B_0 \sin \omega t$$

$$B_0 = 0,01 \text{ Тл}$$

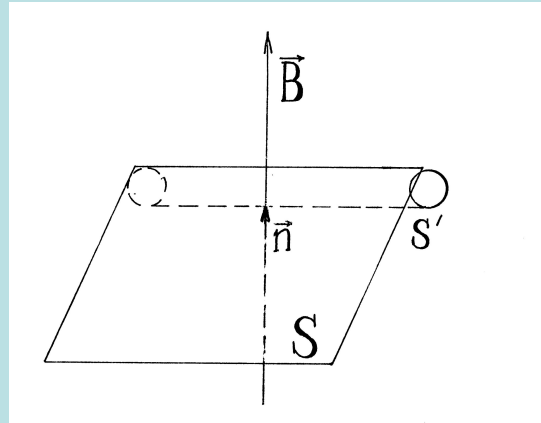
$$T = 0,02 \text{ с}$$

$$\omega = 2\pi / T$$

$$S = 25 \text{ см}^2$$

$$\rho = 17 \cdot 10^{-9} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

Решение:



$$\Phi = BS \cos \alpha$$

где α - угол между нормалью к плоскости и направлением магнитного поля. В данном случае $\alpha = \omega t$
Зная зависимость $B=B(t)$, найдем зависимость $\Phi=\Phi(t)$, так как $S=const$ т.е.

$$\Phi(t) = B_0 S \sin \omega t (1)$$

$\Phi(t), E(t), I(t)$ - ?

Зная, что $\omega = 2\pi / T$, преобразуем выражение (1):

$$\Phi(t) = B_0 S \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) (2) \quad \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = 1 \quad \Phi_{\max} = B_0 S$$

$$E = -\frac{d\Phi}{dt}, (3) \quad \text{Подставим выражение (1) в (3), получаем:} \quad E = -\frac{d}{dt}(BS \cos \omega t)$$

$$E = -BS(\cos \omega t) = -BS\omega \cos \omega t \Rightarrow E(t) = \frac{2\pi BS}{T} \cos \omega t \quad \text{так как} \quad |\cos \omega t| \leq 1 \quad \text{то}$$

$$E_{\max} = BS\omega = \frac{2\pi BS}{T} \quad I = \frac{E}{R}, (4) \quad \text{Зная зависимость } E=E(t), \text{ можно найти зависимость } I=I(t), \text{ т.к. } R=const. \text{ Сопротивление рамки определяется формулой}$$

$$R = \rho \frac{l}{S'}, (5) \quad \text{где } l - \text{длина проводника, из которого сделана рамка.} \quad S = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{S}$$



$$l = 4a = 4\sqrt{S}, (6)$$

Подставим (6) в (5), получаем

$$R = \rho \frac{4\sqrt{S}}{S'} (7)$$



Подставим (7) и (3) в (4), получаем

$$I(t) = -\frac{BSS'\omega}{4\rho\sqrt{S}}\cos\omega t = -\frac{B\sqrt{SS'}\omega}{2\rho T}\cos\omega t \quad \text{Так как } |\cos\omega t| \leq 1 \text{ то } I_{\max} = \frac{\pi B\sqrt{SS'}}{2 \cdot 2\rho T}$$

$$\Phi(t) = 2,5 \cdot 10^{-5} \sin 100\pi t$$

$$\Phi_{\max} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}$$

$$E(t) = -7,85 \cdot 10^{-3} \cos 100\pi t$$

$$E_{\max} = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ В}$$

$$I(t) = -2,3 \cdot \cos 100\pi t$$

$$I_{\max} = 2,3 \text{ А}$$

Ответ: зависимость от времени t и наибольшее значение:

а) магнитного потока Φ , пронизывающего рамку,

б) э.д.с. индукции E , возникающей в рамке,

в) тока I , текущего по рамке представлены в перечисленном порядке:

$$\Phi(t) = 2,5 \cdot 10^{-5} \sin 100\pi t \quad E(t) = -7,85 \cdot 10^{-3} \cos 100\pi t \quad I(t) = -2,3 \cdot \cos 100\pi t$$

$$\Phi_{\max} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ Вб} \quad E_{\max} = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ В} \quad I_{\max} = 2,3 \text{ А}$$

