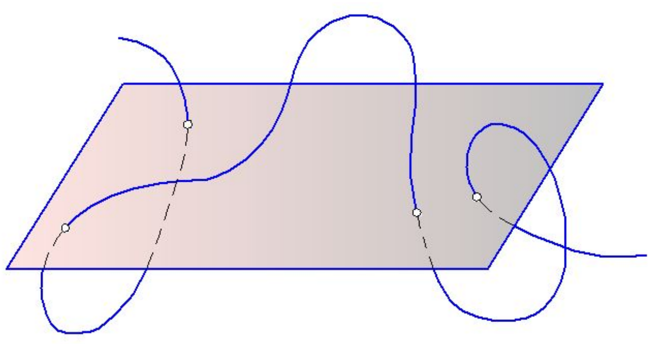
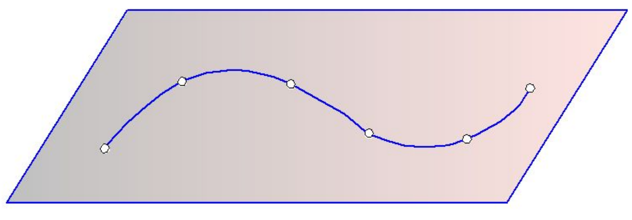
Кривые линии

- Линии занимают особое положение в начертательной геометрии – с их помощью можно создать наглядные модели многих процессов и решать научные и инженерные задачи.
- Линии могут быть **пространственными** и **плоскими**.
- **Пространственные** линии – линии, все точки которых не принадлежат одной плоскости.
- **Плоские** линии – линии, все точки которой принадлежат одной плоскости.
- **Порядок линии** определяется наибольшим числом точек ее пересечения с плоскостью.
- Простейшей линией является **прямая**.

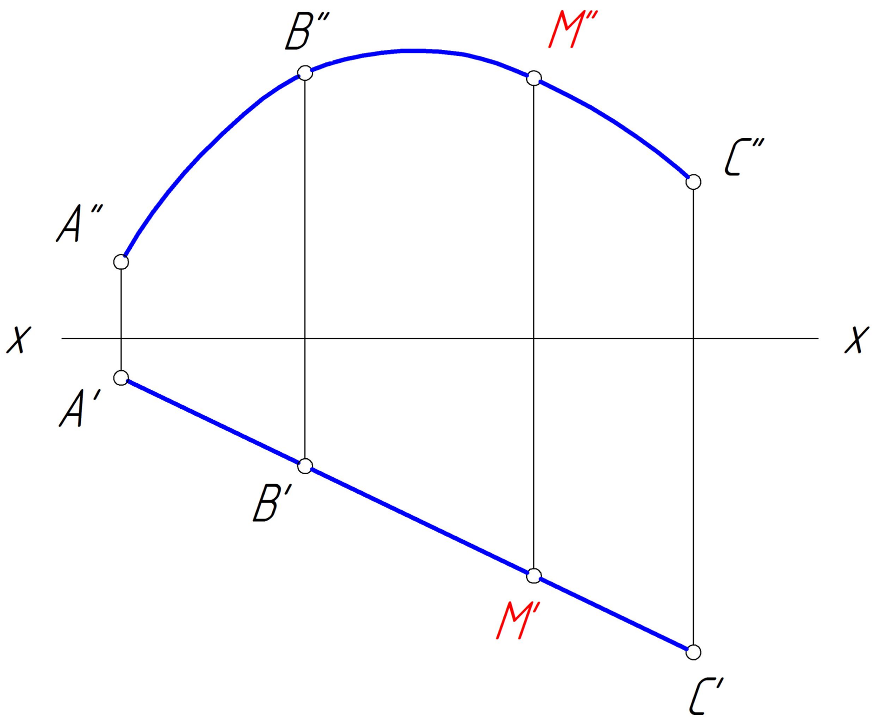


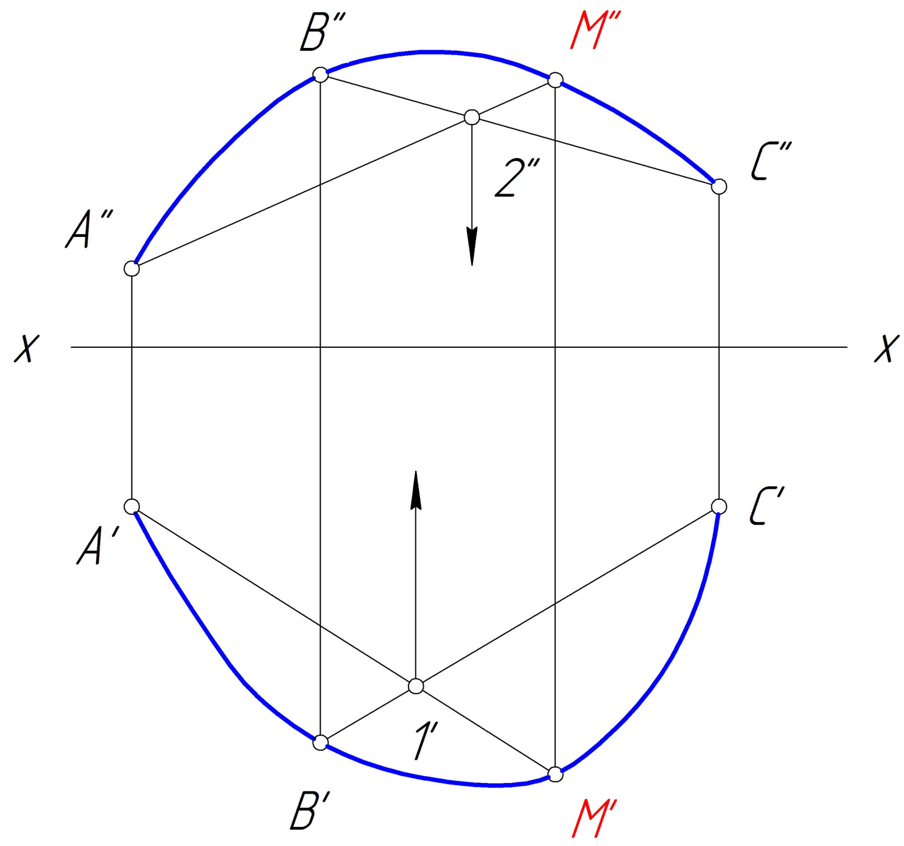


Ортогональные проекции кривой линии

- Для построения ортогональных проекций пространственной или плоской кривой необходимо:
- построить проекции ряда точек, принадлежащих этой кривой;
- соединить между собой одноименные проекции точек в той же последовательности, как и на оригинале.
- По двум ортогональным проекциям кривой нельзя сразу ответить на вопрос – плоской или пространственной кривой соответствуют данные проекции.
- Для этого необходимо выяснить, принадлежат ли все точки кривой одной плоскости.

- Если принадлежат – кривая плоская.
- Если не принадлежат – кривая пространственная.





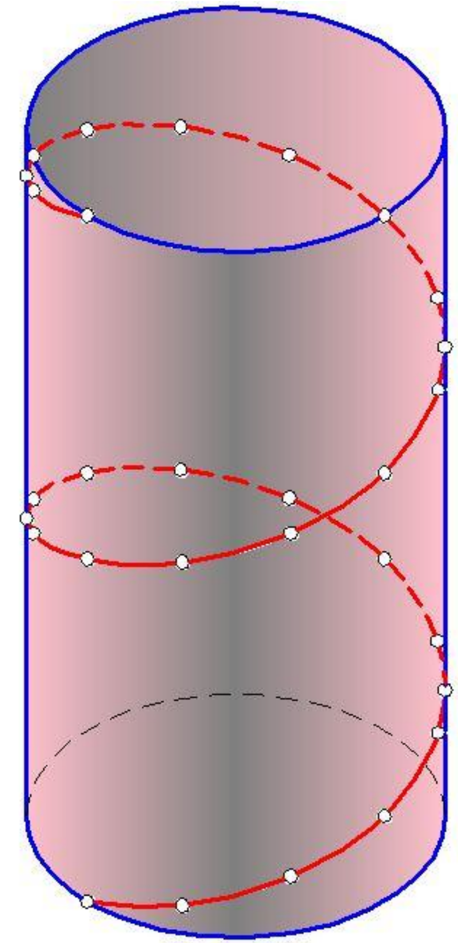
Свойства кривых инвариантные относительно ортогонального проецирования

- При построении ортогональных проекций кривых необходимо знать свойства этих кривых, которые сохраняются (относятся к инвариантным) при проецировании:
- 1. Касательные к кривой проецируются в касательные к ее проекциям.
- При проецировании плоских кривых справедливы будут еще следующие свойства:
- 2. Порядок проекции кривой равен порядку самой кривой.
- 3. Число точек самопересечения проекций равно числу точек самопересечения самой кривой.
- Случаи, когда касательная проецируется в точку (свойство 1), а плоская кривая в прямую (свойства 2 и 3), не учитываются.

Ортогональные проекции винтовой линии

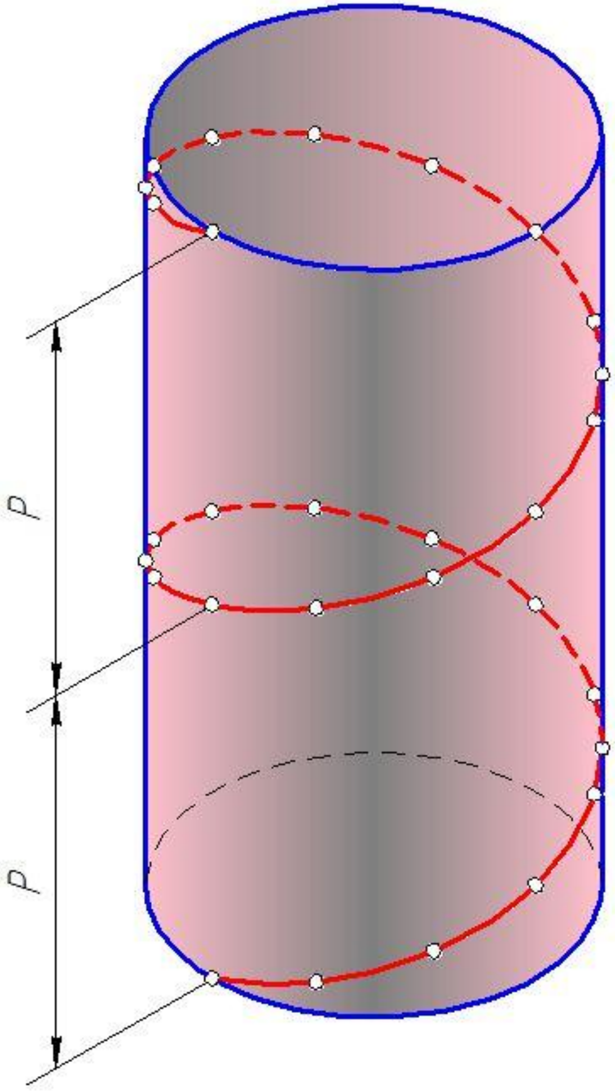
- Из пространственных кривых в технике широкое применение находят **винтовые линии.**

- Если зафиксировать положение точки на поверхности прямого кругового цилиндра, а затем начать вращать цилиндр вокруг его оси и перемещать точку вдоль оси цилиндра, то точка опишет на цилиндрической поверхности пространственную кривую, называемую **цилиндрической винтовой линией**.



- Если вращение цилиндра и прямолинейное перемещение точки будет равномерным, то полученную таким способом цилиндрическую винтовую линию называют **гелисой**.

- Величину *P* перемещения точки в направлении оси, соответствующую одному ее обороту вокруг оси, называют **шагом винтовой линии**.

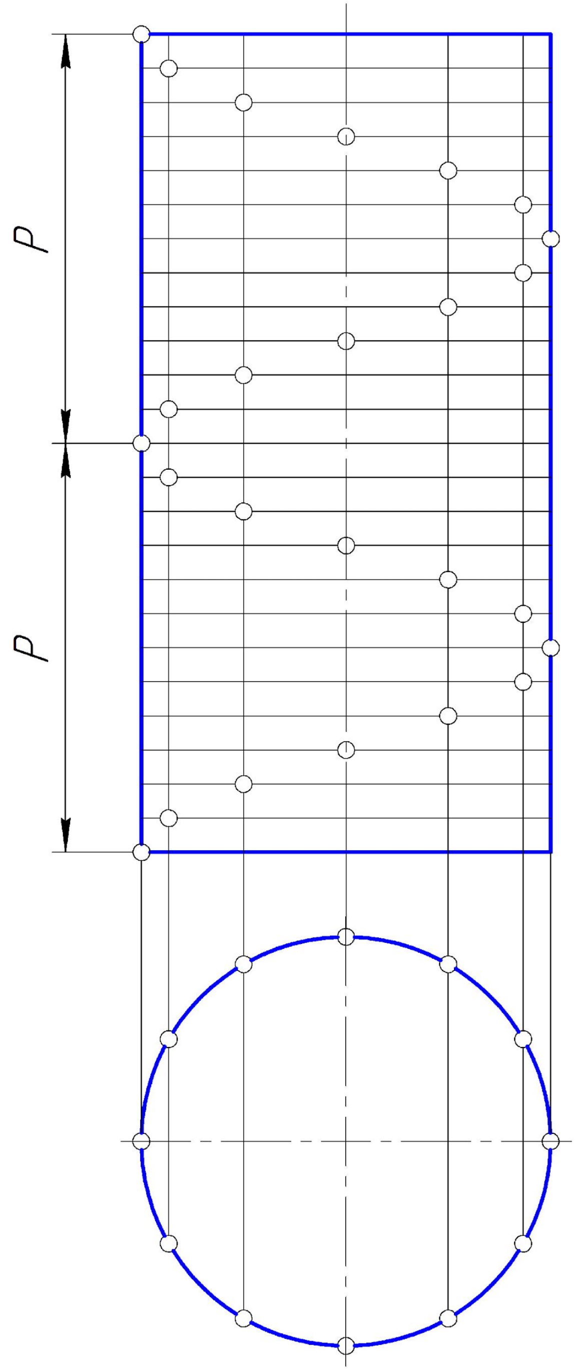


- Для построения гелисы на эпюре предварительно строят проекции прямого кругового цилиндра.

- Горизонтальную проекцию делят на одинаковое число равных частей.

- На такое же число делят шаг винтовой линии (фронтальную проекцию прямого кругового цилиндра).

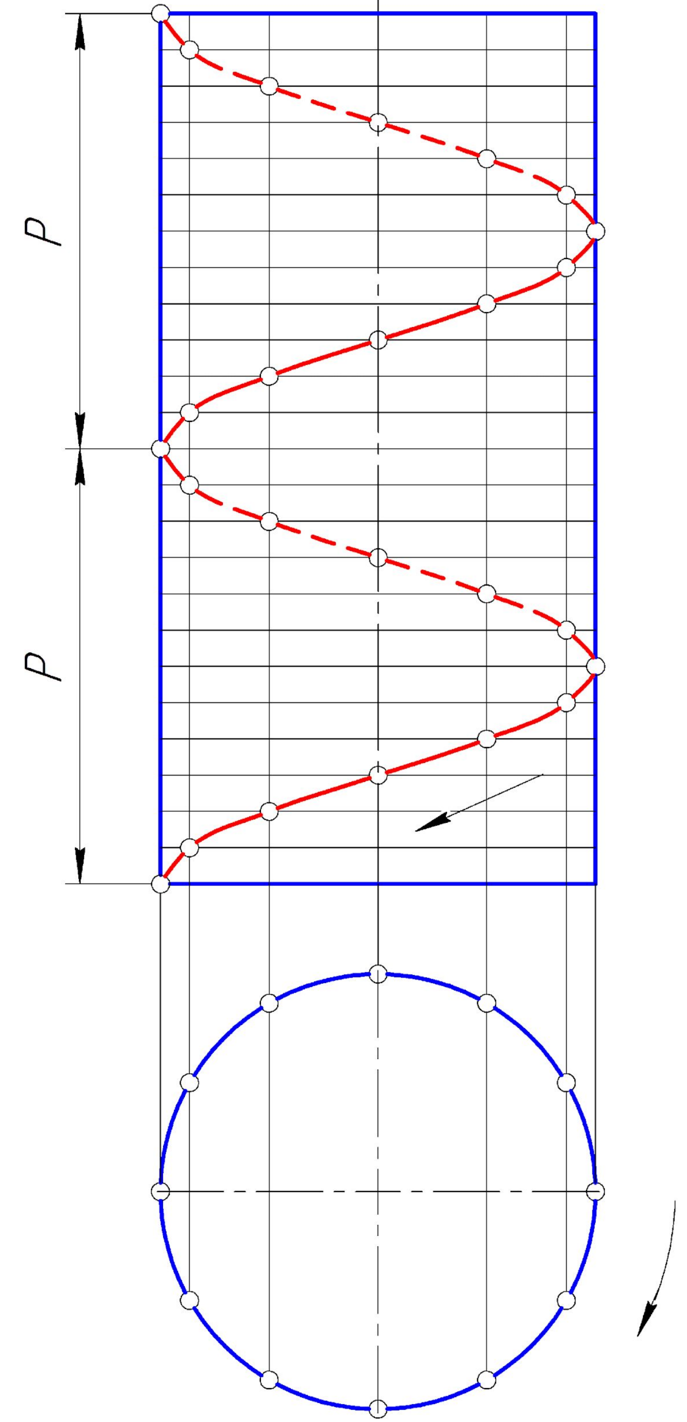
- Из точек деления окружности проводят линии связи, а через соответствующие точки деления шага – горизонтальные прямые.



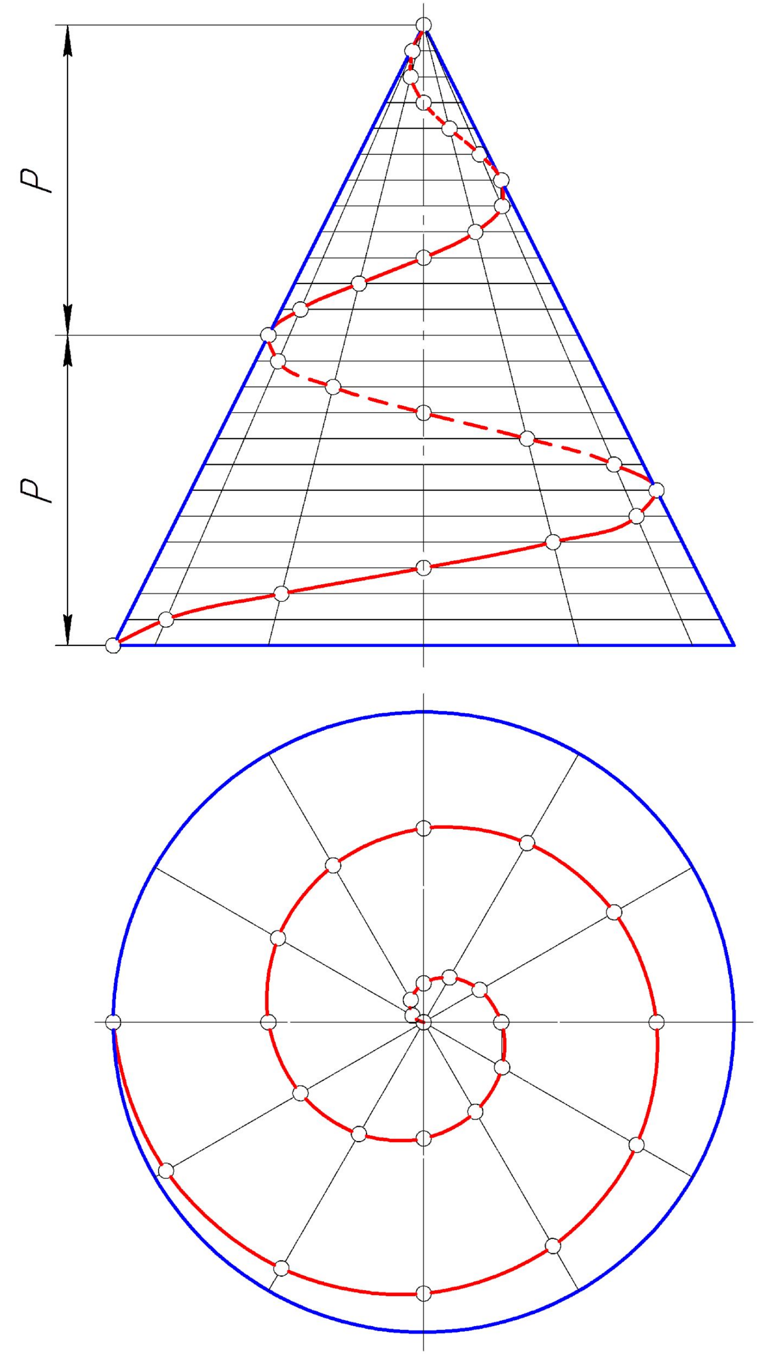
- Винтовые линии подразделяют на **правые** и **левые**.

- Основанием для этого служит направление движения точки, спускающейся по винтовой линии.

- Если проекция этого направления на плоскость, перпендикулярную к оси винтовой линии, совпадает с направлением движения часовой стрелки, то винтовая линия – правая. В противном случае – левая.



- Если точка перемещается равномерно по образующей прямого кругового конуса, а образующая совершает равномерное вращательное движение вокруг оси конуса, то траекторией точки является **коническая винтовая линия**.



Развертка поверхностей

- Если поверхность может быть совмещена с плоскостью без разрывов и склеивания, то такую поверхность называют **развертывающейся**, а полученную плоскую фигуру – ее **разверткой**.
- К группе развертывающихся поверхностей могут быть отнесены только линейчатые поверхности, которые имеют пересекающиеся смежные образующие – торсы (цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, поверхность с ребром возврата).
- Построение разверток имеет большое практическое применение, так как позволяет изготавливать разнообразные изделия из листового материала путем его изгибания.

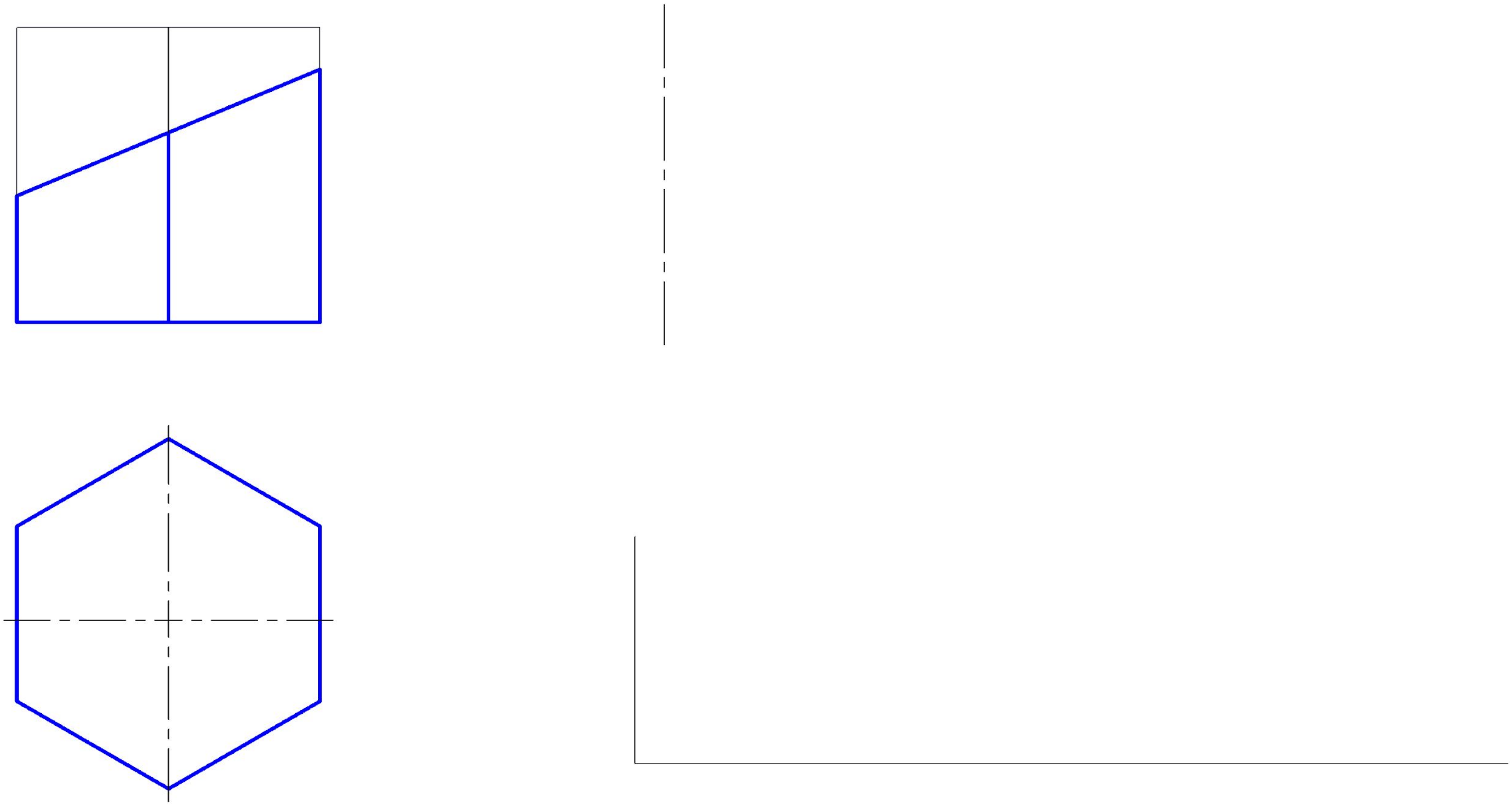
Основные свойства развертки поверхностей

- 1. Длины двух соответствующих линий поверхности и ее развертки равны между собой.
- Следствием чего является:
- Замкнутая линия на поверхности и соответствующая ей линия на развертке ограничивают одинаковую площадь.
- 2. Угол между линиями на поверхности равен углу между соответствующими им линиями на развертке.
- 3. Прямой на поверхности соответствует также прямая на развертке.
- 4. Параллельным прямым на поверхности соответствуют также параллельные прямые на развертке.

Развертка поверхности многогранника

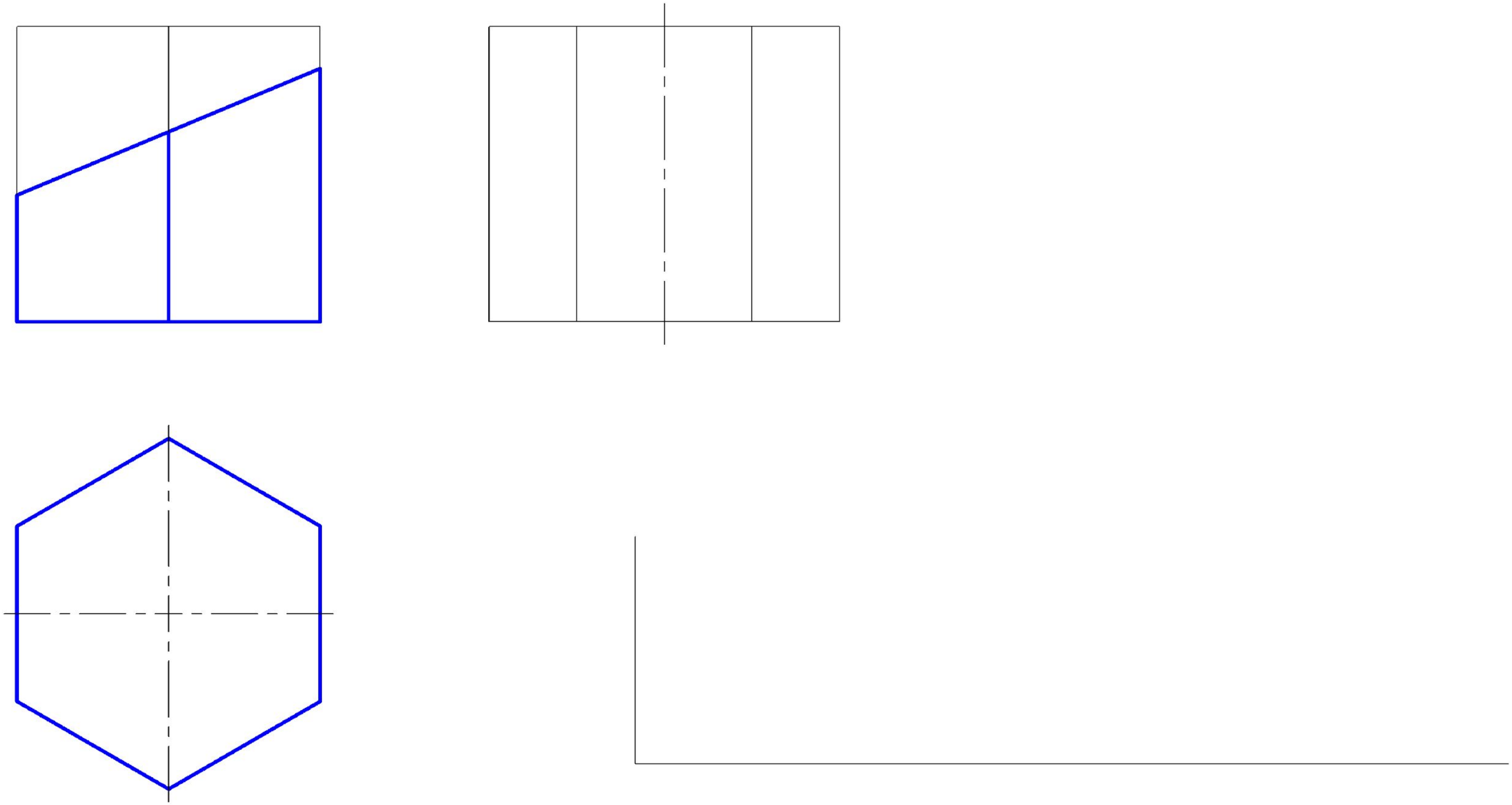
- Под разверткой многогранной поверхности подразумевают плоскую фигуру, составленную из граней этой поверхности, совмещенных с одной плоскостью.
- Существуют три способа построения развертки многогранных поверхностей:
- 1) способ нормального сечения;
- 2) способ раскатки;
- 3) способ треугольников (треангуляции).
- Первые два применяются для построения развертки призматических гранных поверхностей, третий – для пирамидальных гранных поверхностей.

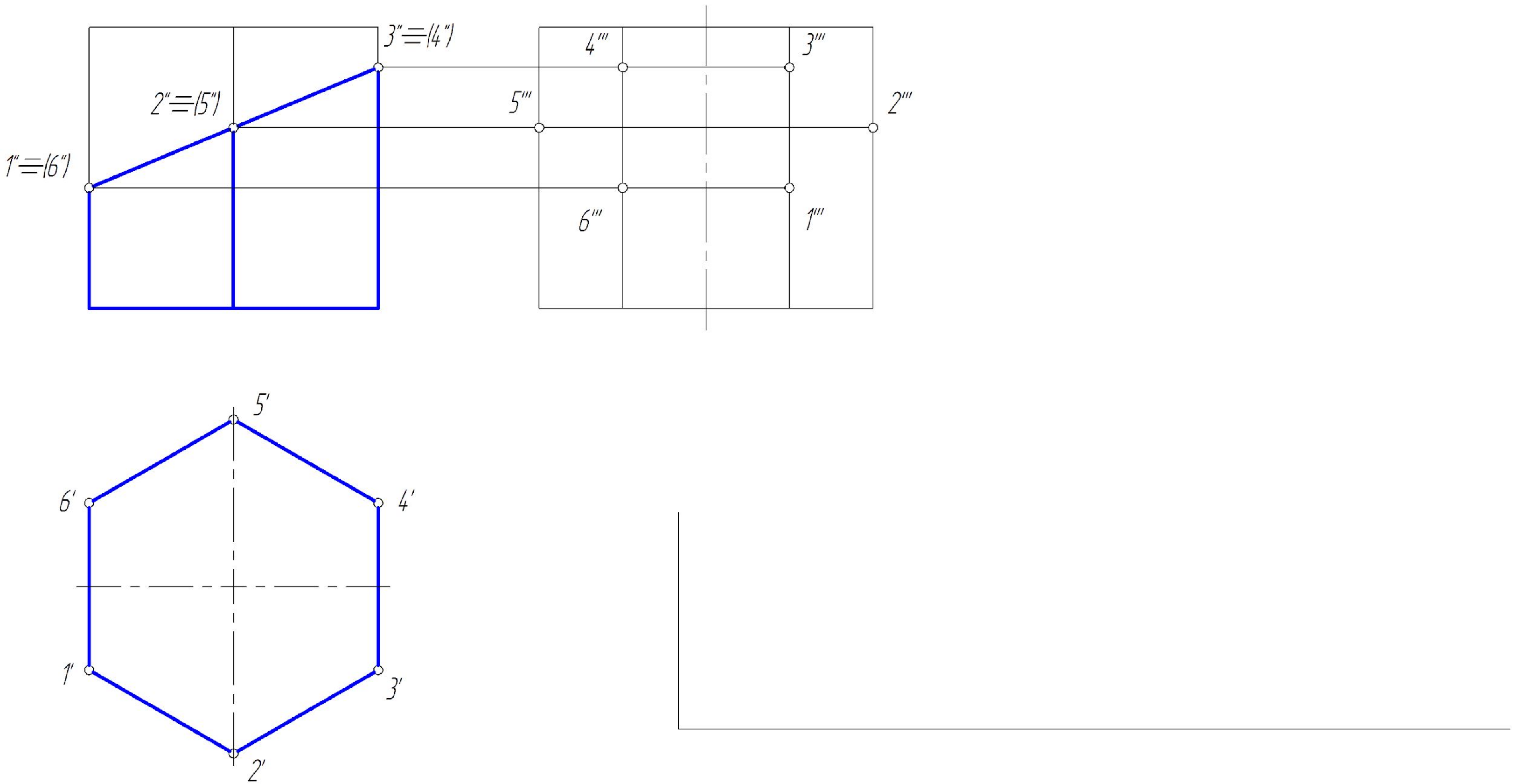
Построение развертки боковой поверхности призмы

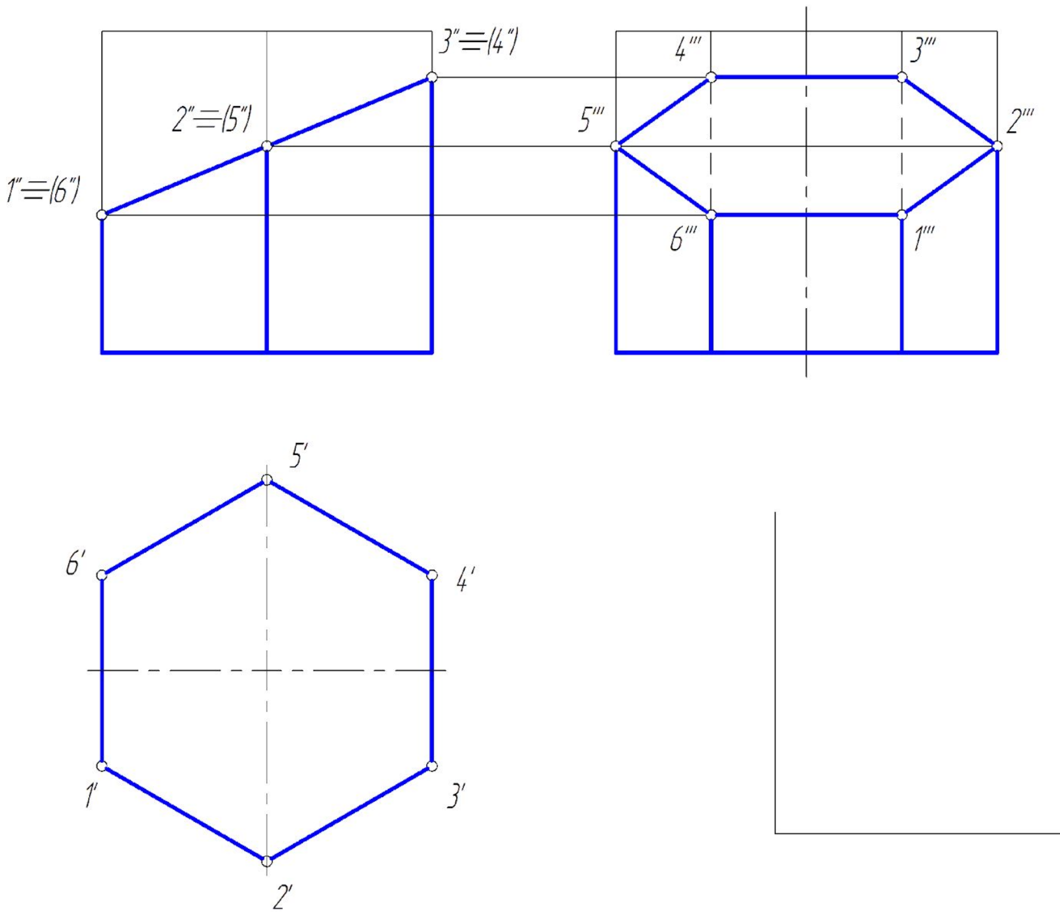


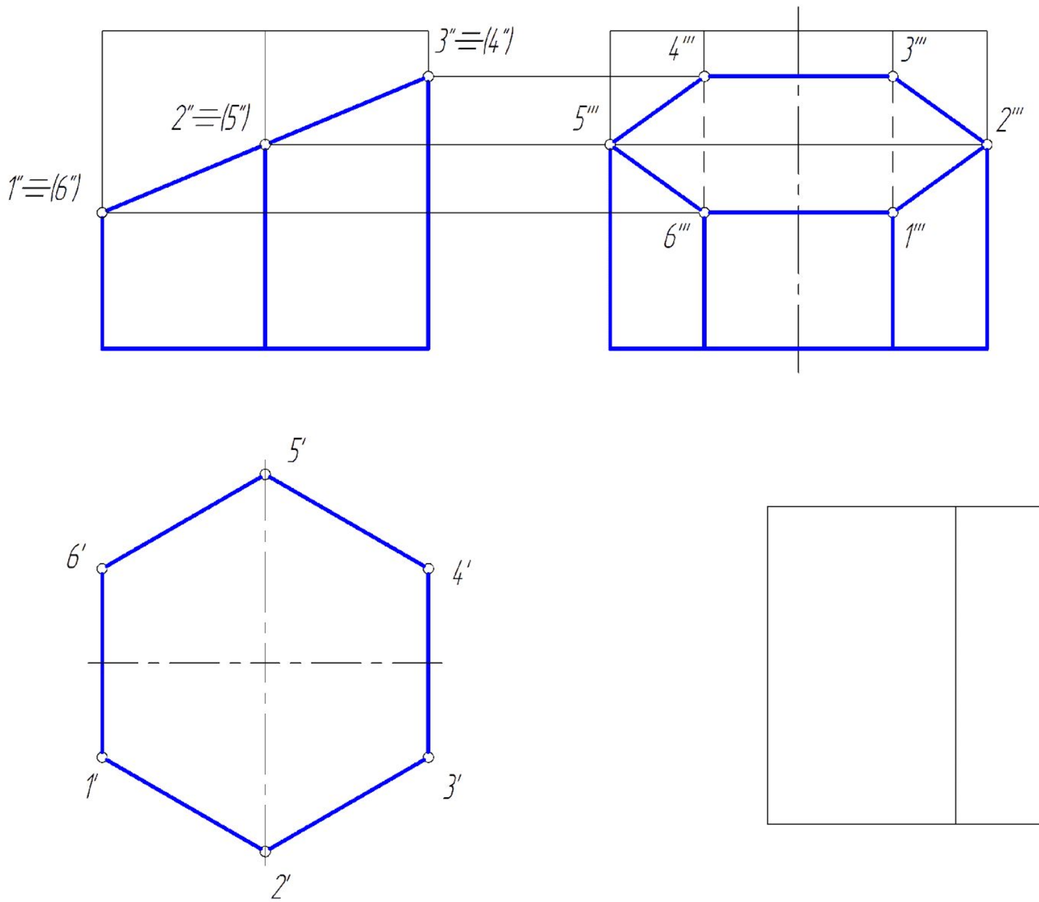
- Так как дана правильная шестигранная призма, то боковые грани – равные между собой прямоугольники.

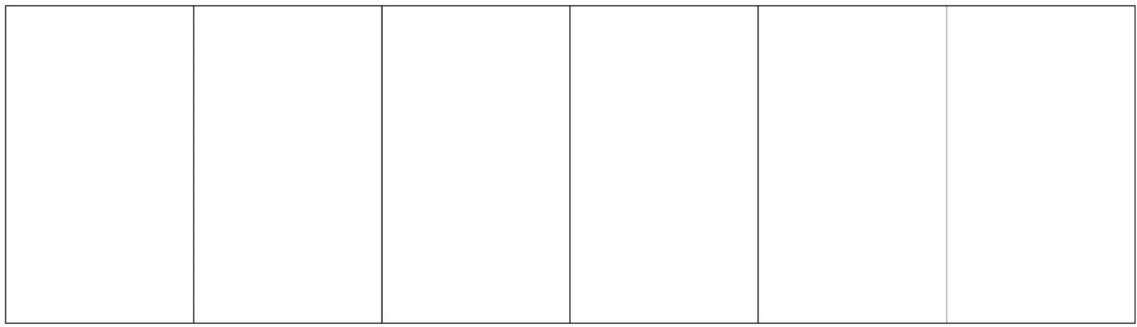
- Развертка боковой поверхности такой призмы – прямоугольник, длина которого = периметру нижнего основания, ширина = высоте призмы.

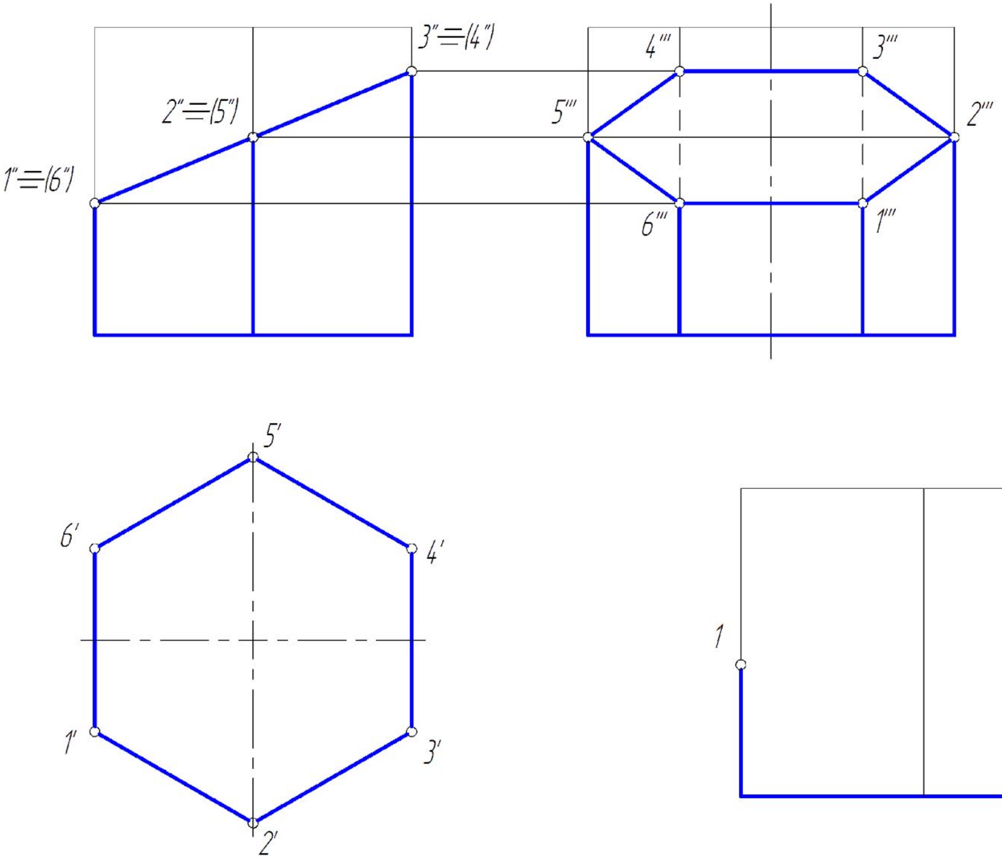


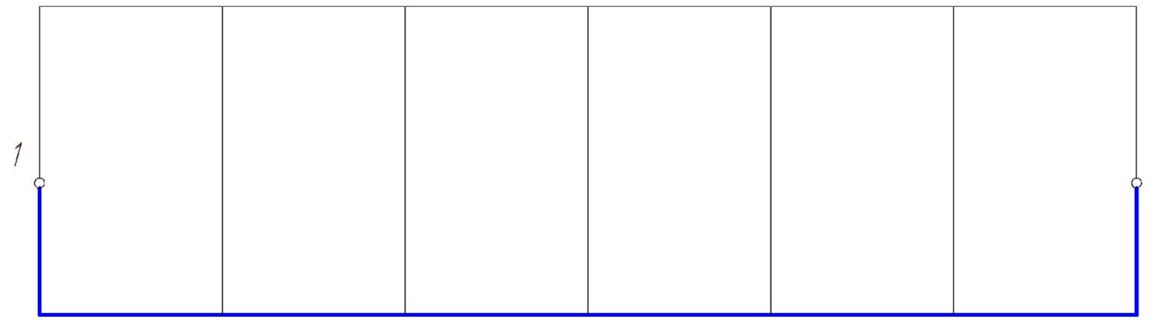

3″≡(4″)
2″≡(5″)
1″≡(6″)
4‴
3‴
5‴
2‴
6‴
1‴
5′
6′
4′
1′
3′
2′

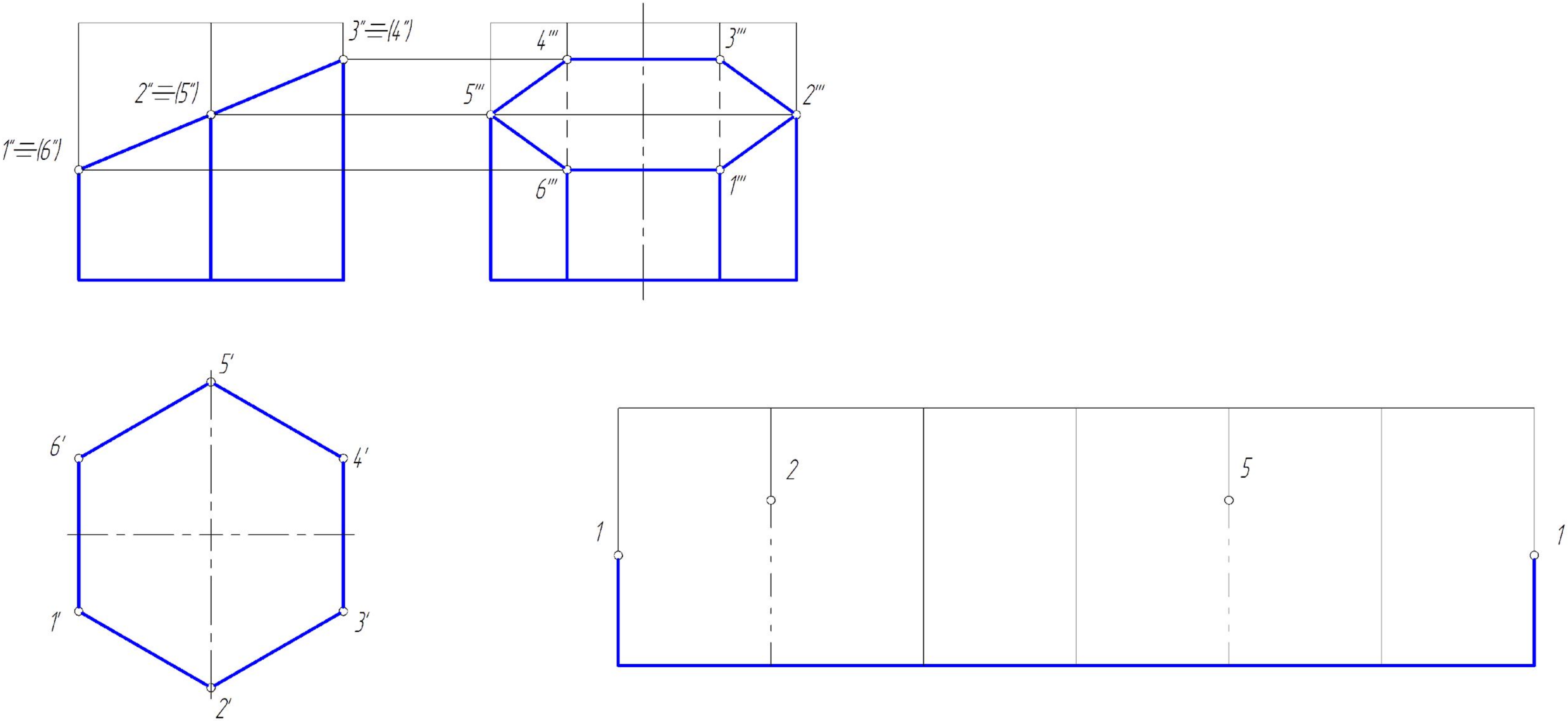

1''≡(6'')
2''≡(5'')
3''≡(4'')
4'''
3'''
5'''
2'''
6'''
1'''
5'
6'
4'
1'
3'
2'

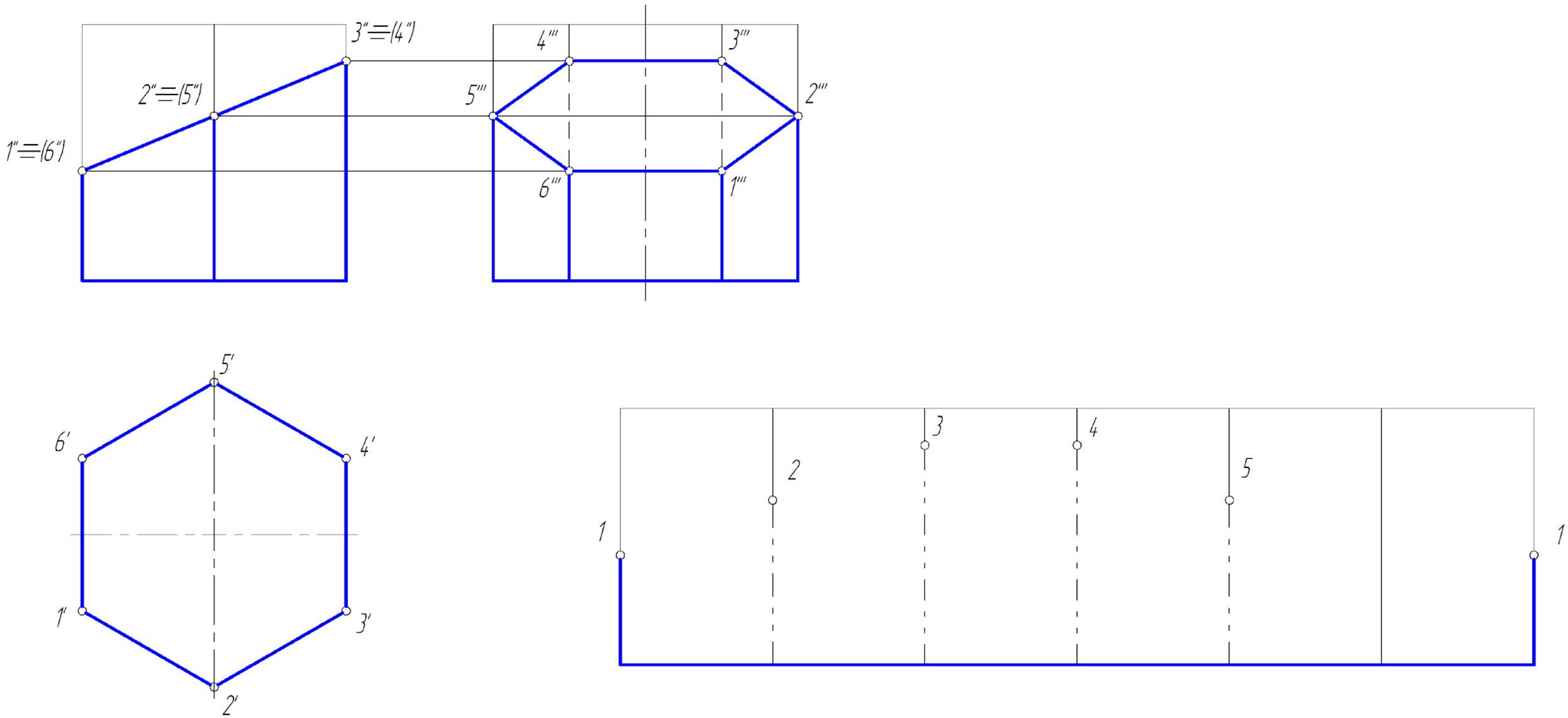

3″≡(4″)
2″≡(5″)
1″≡(6″)
4‴
3‴
5‴
2‴
6‴
1‴
5′
6′
4′
1′
3′
2′



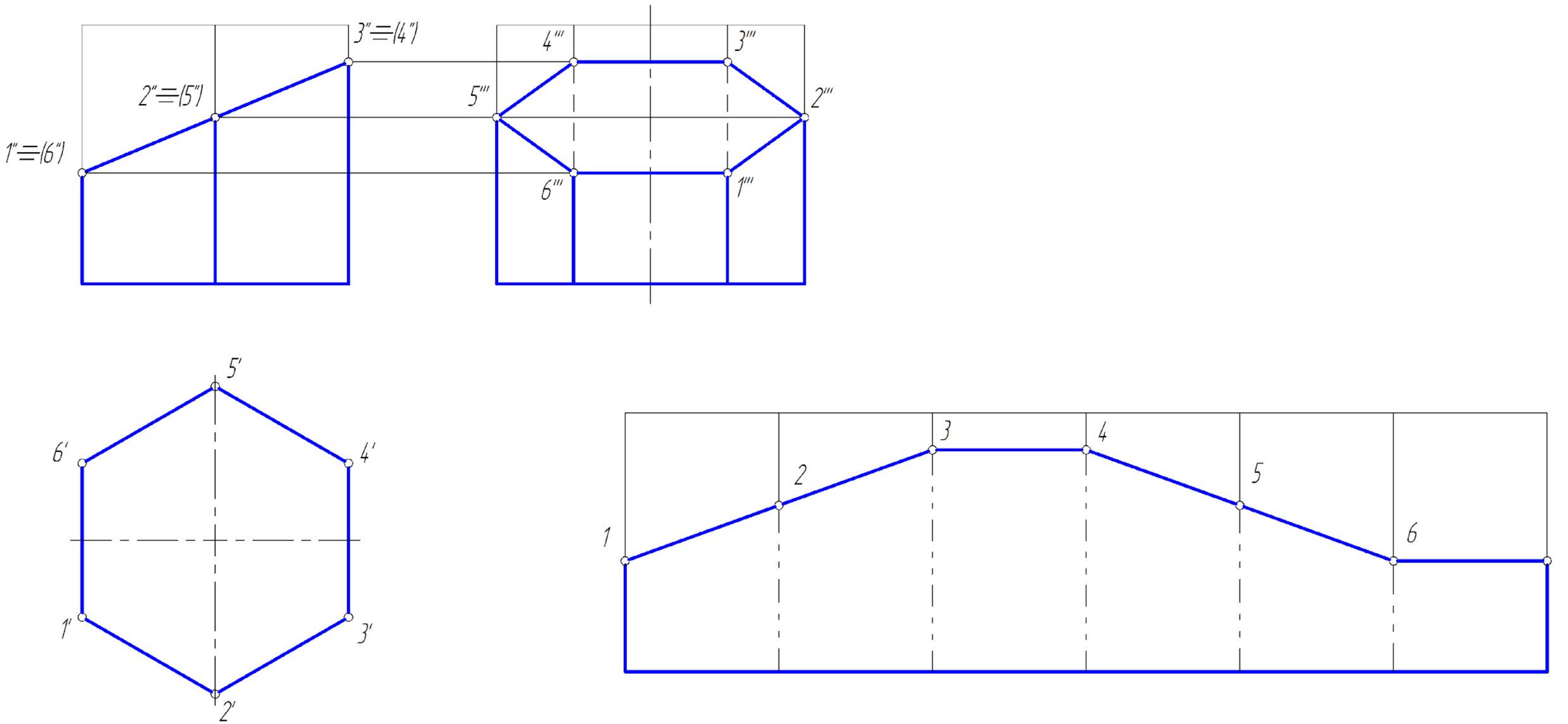

1"≡(6")
2"≡(5")
3"≡(4")
4'''
3'''
5'''
2'''
6'''
1'''
5'
6'
4'
1'
3'
2'


1
1


3''≡(4'')
2''≡(5'')
1''≡(6'')
4'''
3'''
5'''
2'''
6'''
1'''
5'
6'
4'
1'
3'
2'
2
5
1
1



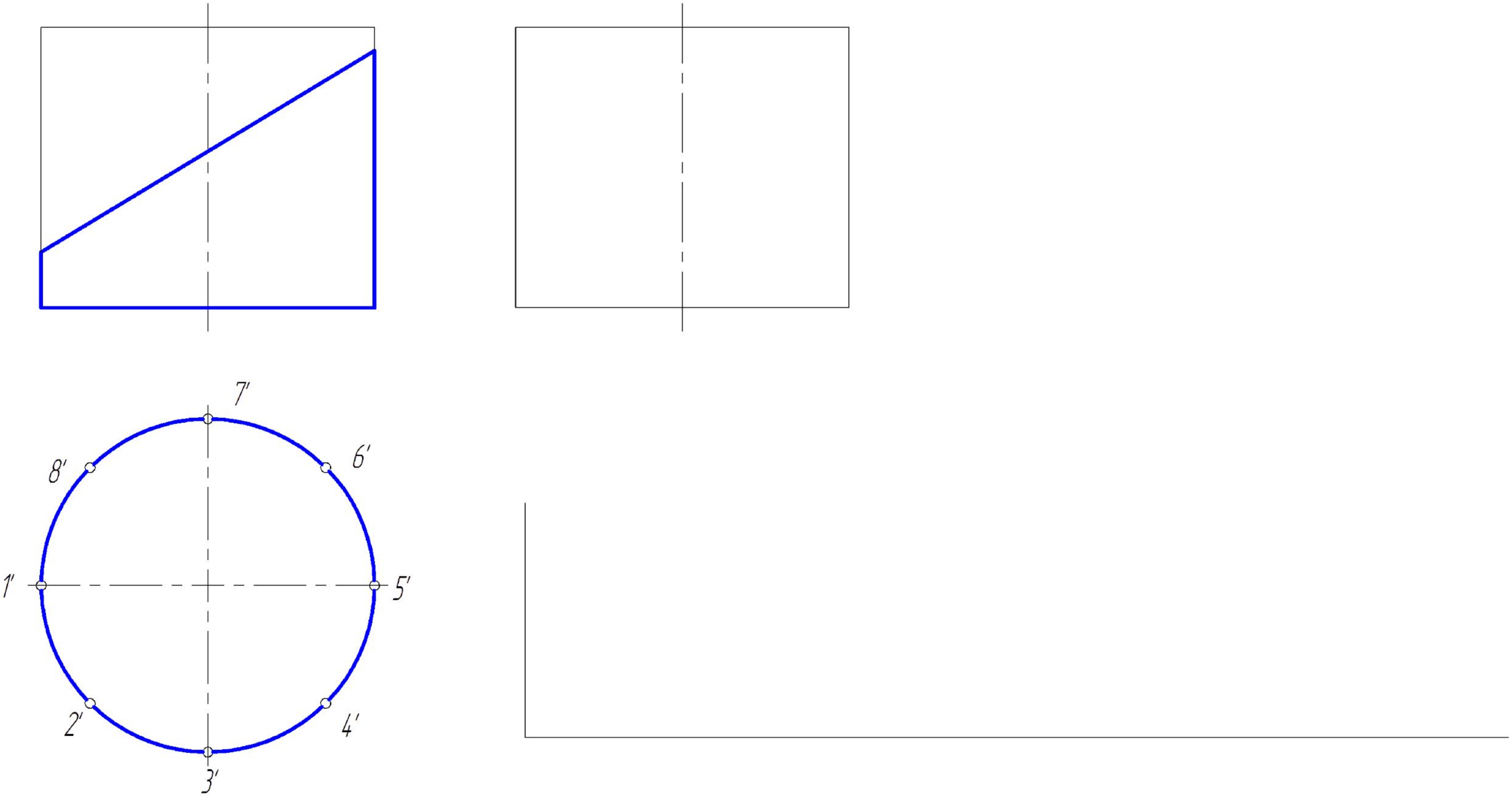
1''≡(6'')
2''≡(5'')
3''≡(4'')
4'''
3'''
5'''
2'''
6'''
1'''
5'
6'
4'
1'
3'
2'
1
2
3
4
5
1

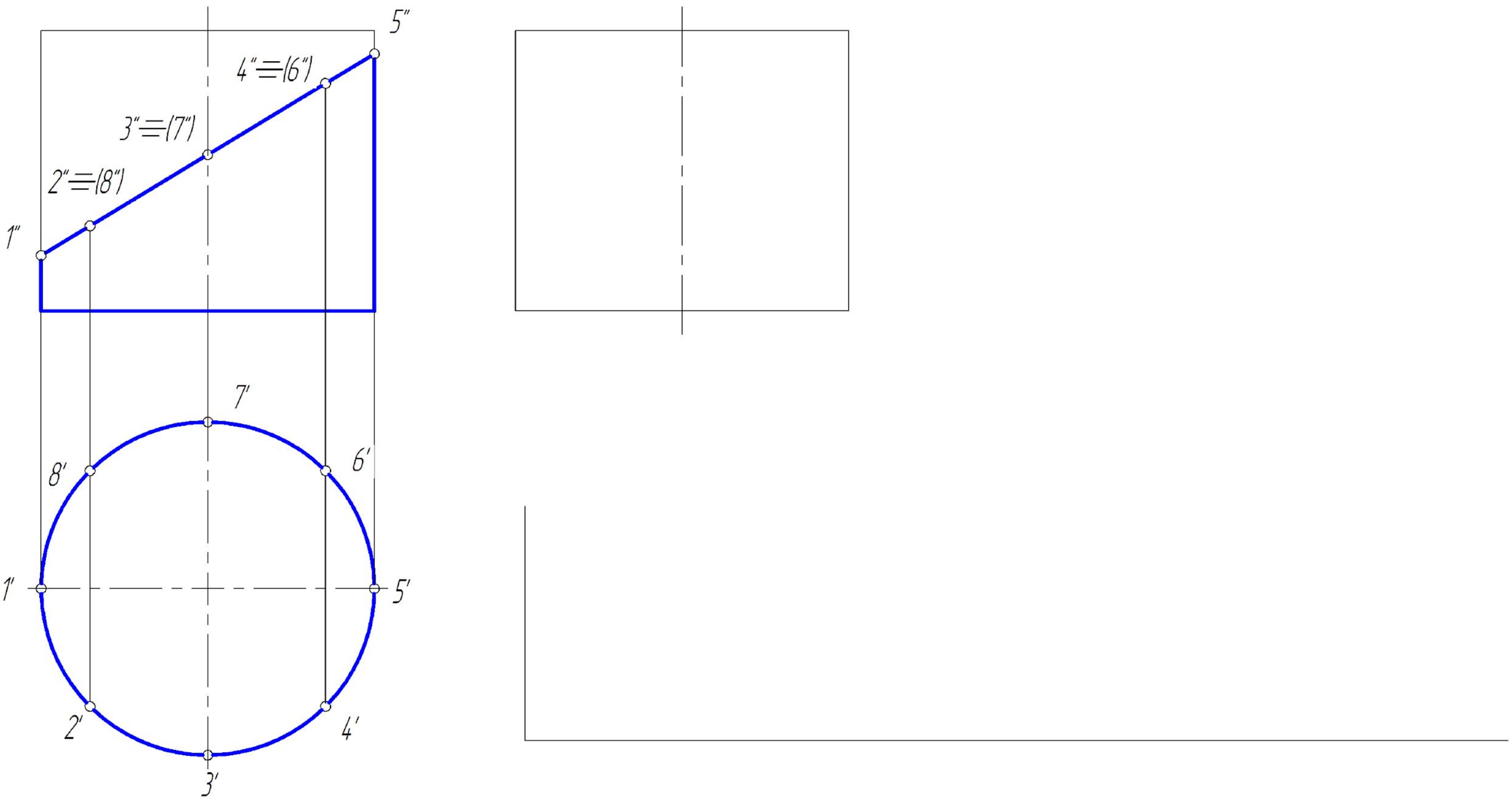

1″≡(6″)
2″≡(5″)
3″≡(4″)
4‴
3‴
5‴
2‴
6‴
1‴
5′
6′
4′
1′
3′
2′
1
2
3
4
5
6
1

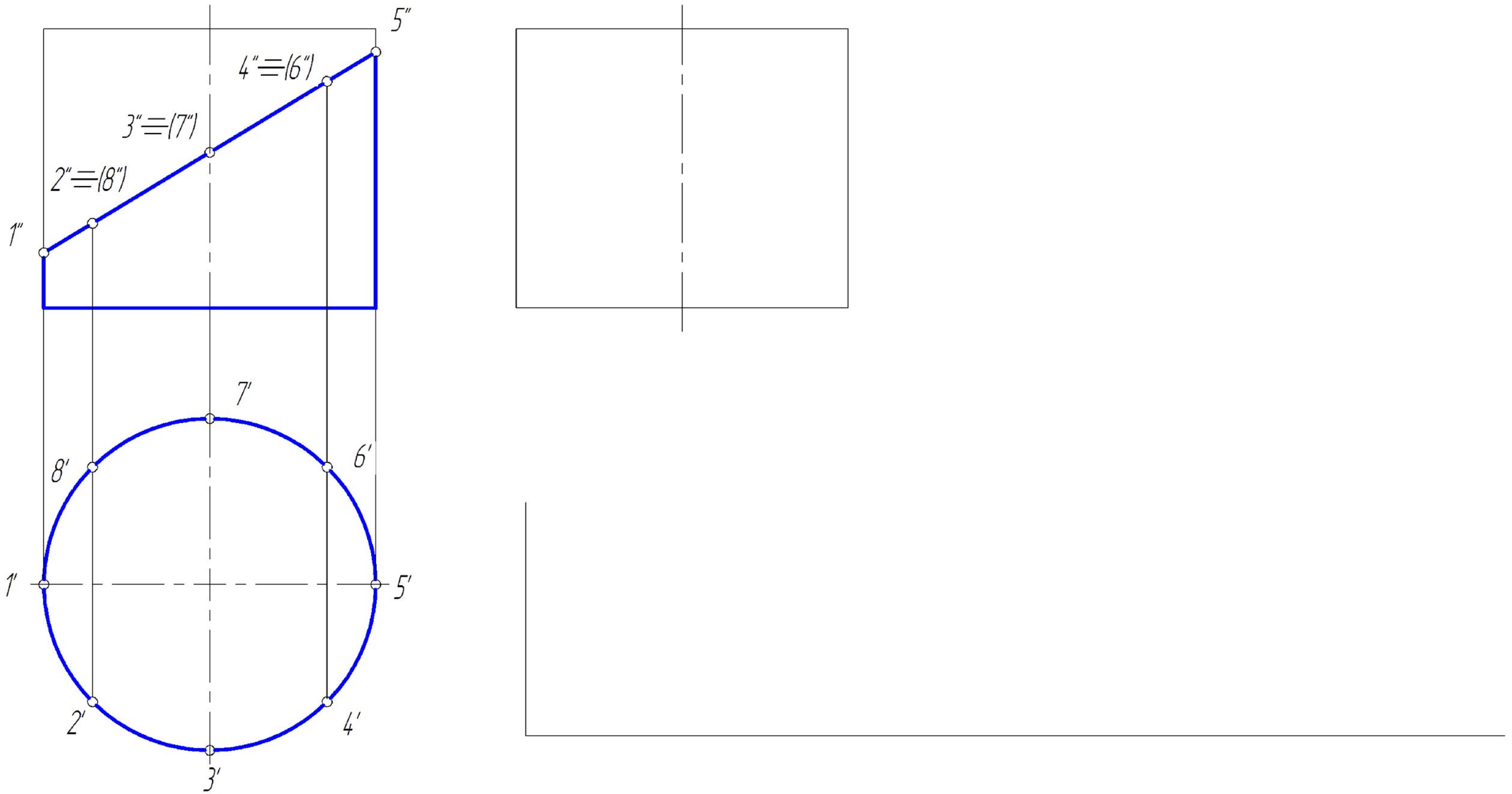
Развертка цилиндрической поверхности

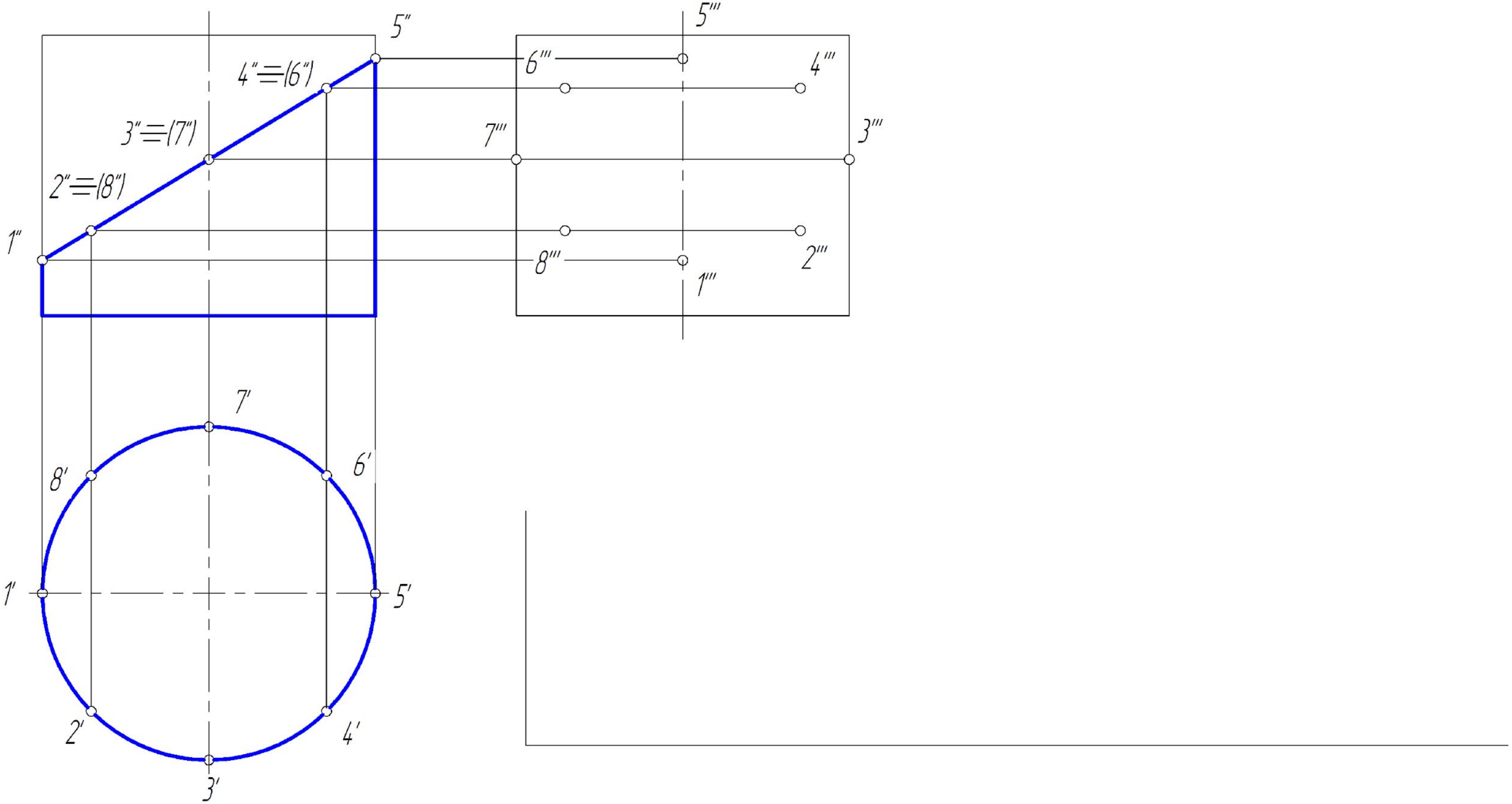
- Для построения развертки цилиндрической поверхности используются те же способы нормального сечения и раскатки, которые применяются для развертки призмы.
- В обоих случаях цилиндрическую поверхность заменяют (аппроксимируют) призматической поверхностью, вписанной в данную цилиндрическую поверхность.
- Развертка прямого кругового цилиндра – **прямоугольник**, основание которого = длине окружности (2□R), а ширина = высоте цилиндра.

Построение развертки боковой поверхности цилиндра

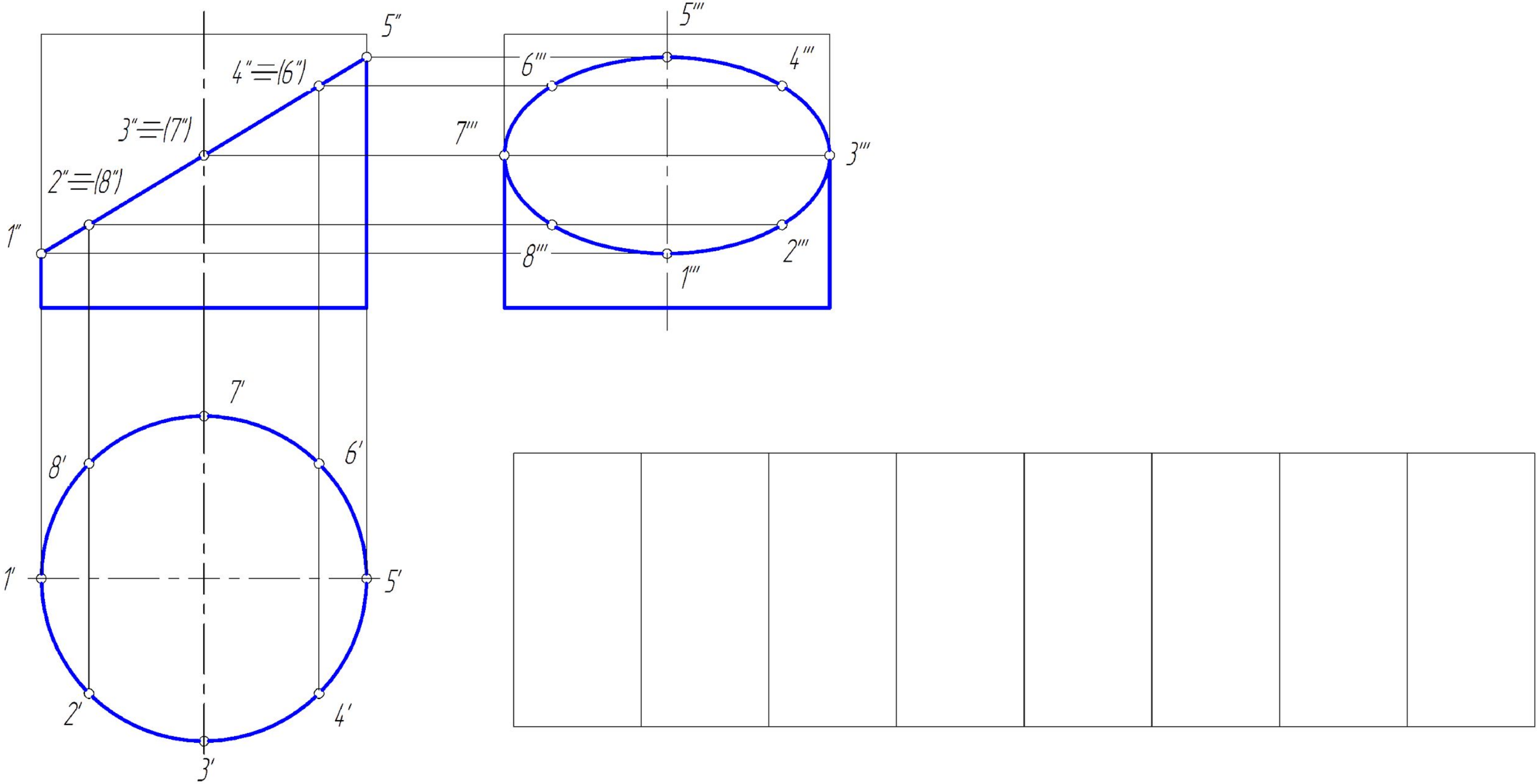

7′
8′
6′
1′
5′
2′
4′
3′


5″
4″≡(6″)
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″
7′
8′
6′
1′
5′
2′
4′
3′

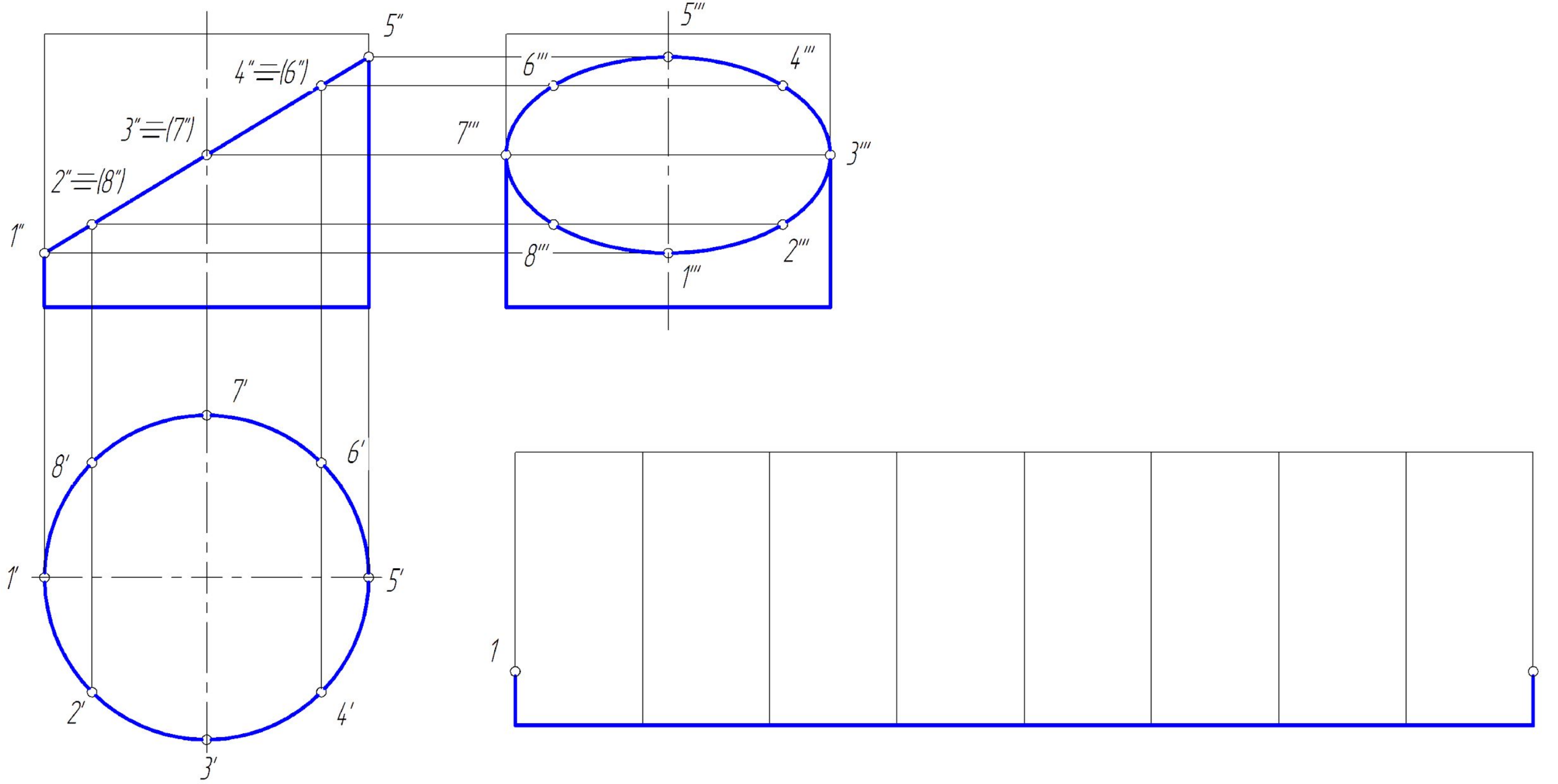

5″
4″≡(6″)
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″
7′
8′
6′
1′
5′
2′
4′
3′

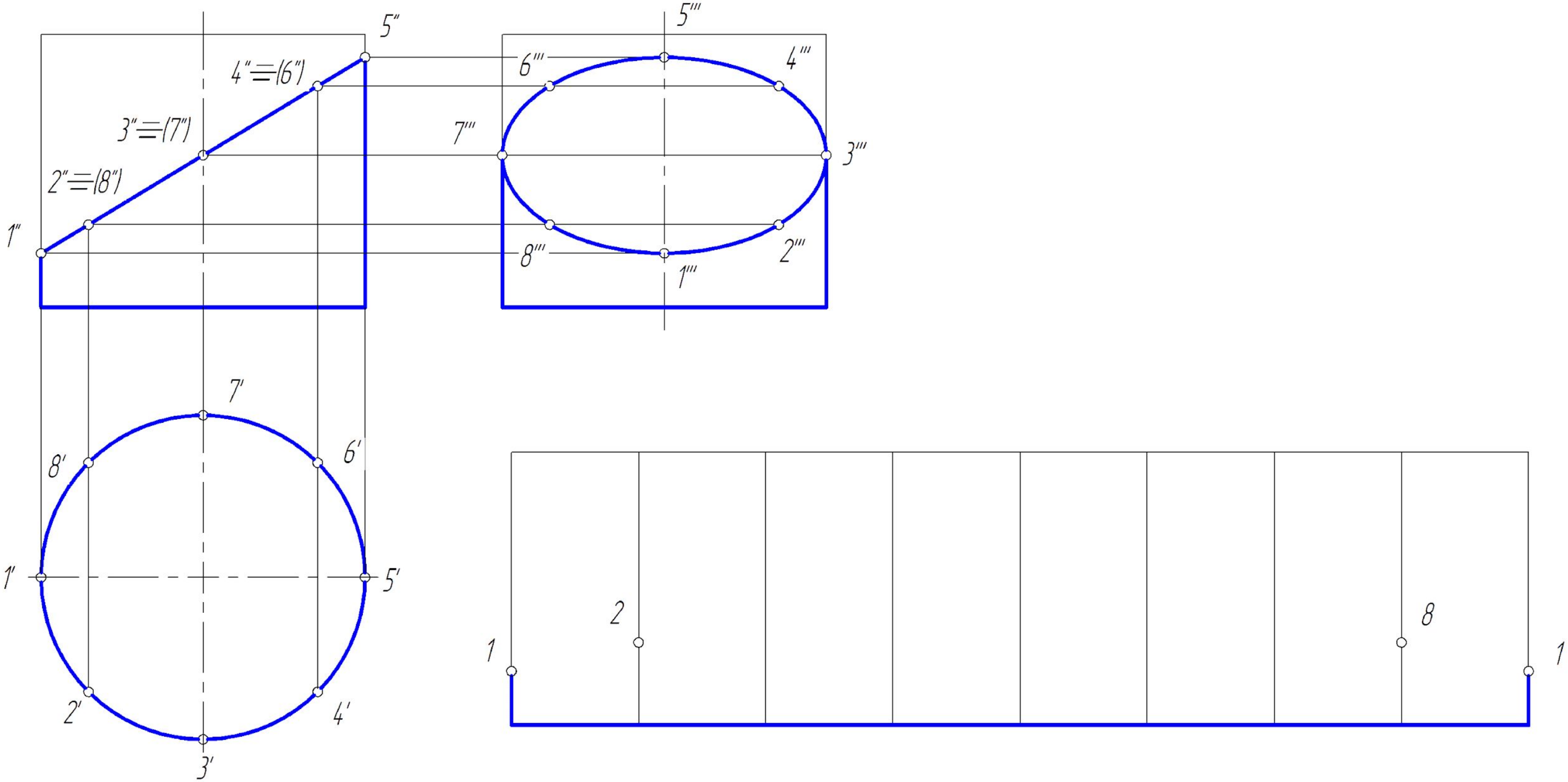


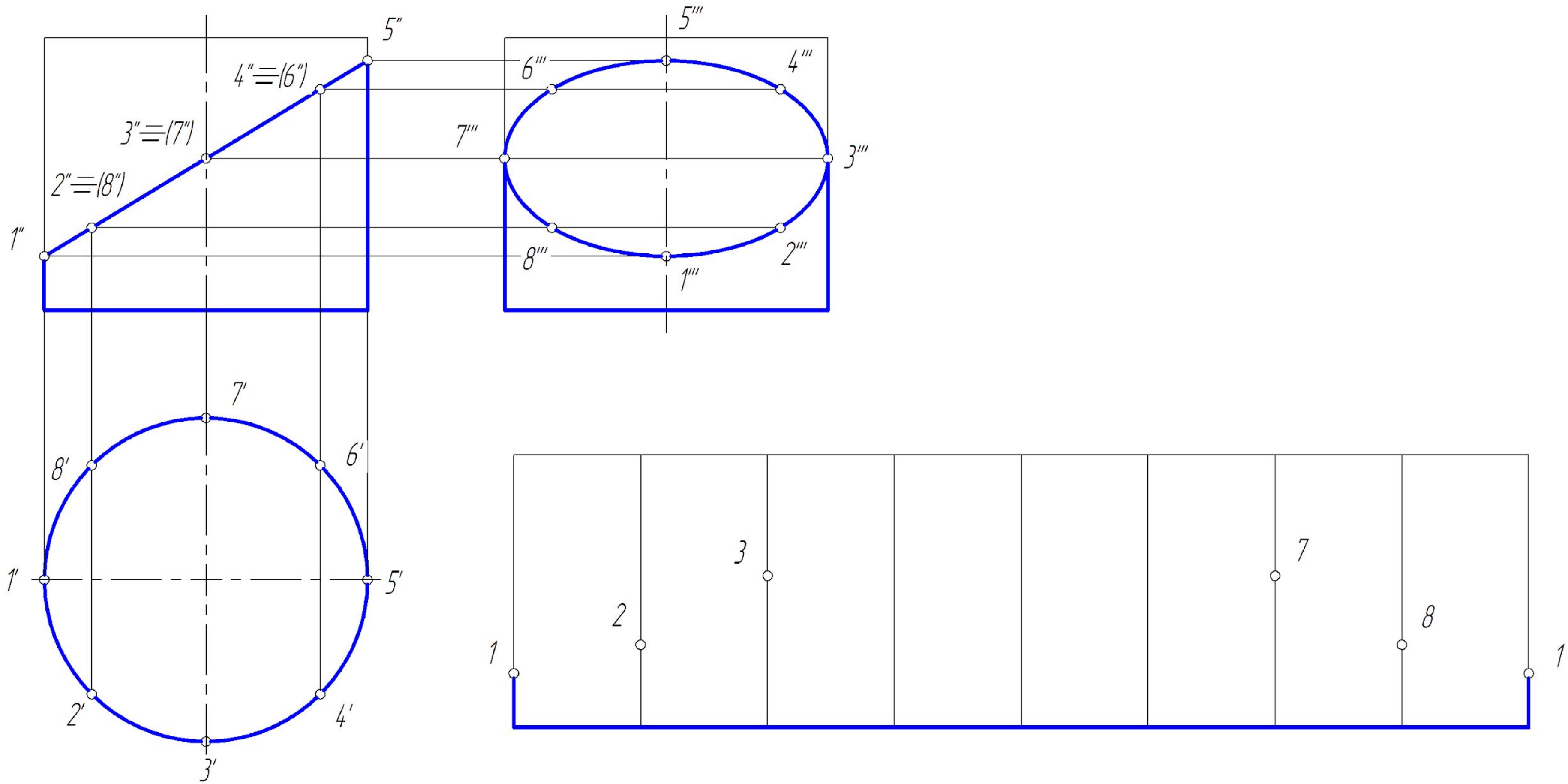
5''
4''≡(6'')
3''≡(7'')
2''≡(8'')
1''
5'''
6'''
4'''
7'''
3'''
8'''
2'''
1'''
7'
8'
6'
1'
5'
2'
4'
3'



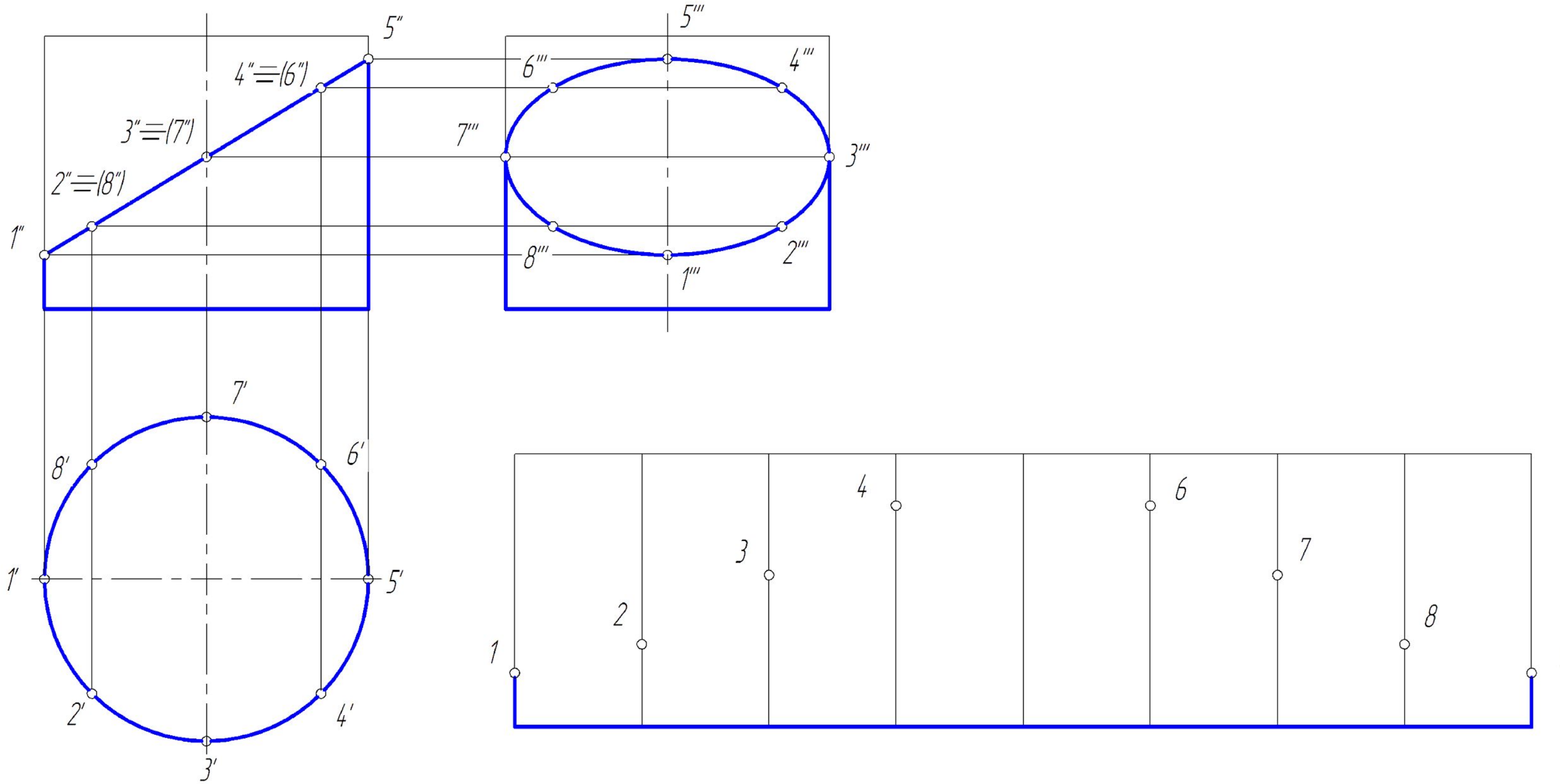
5″
4″≡(6″)
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″
5‴
6‴
4‴
7‴
3‴
8‴
2‴
1‴
7′
8′
6′
1′
5′
2′
4′
3′


5″
4″≡(6″)
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″
5‴
6‴
4‴
7‴
3‴
8‴
2‴
1‴
7′
8′
6′
1′
5′
2′
4′
3′
1
1

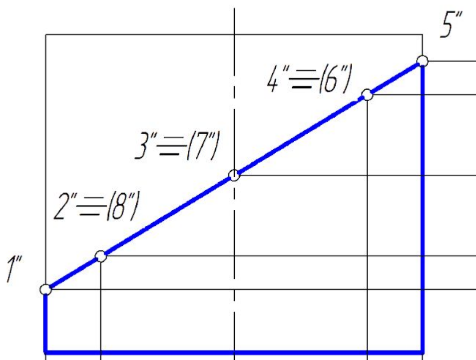

5″
4″≡(6″)
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″
5‴
6‴
4‴
7‴
3‴
8‴
2‴
1‴
7′
8′
6′
1′
5′
2′
4′
3′
1
2
8
1



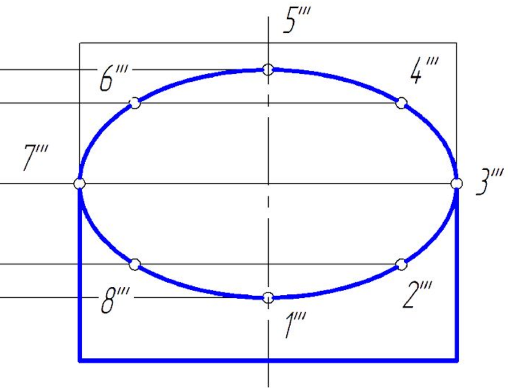
5''
4''≡(6'')
3''≡(7'')
2''≡(8'')
1''
5'''
6'''
4'''
7'''
3'''
8'''
2'''
1'''
7'
8'
6'
1'
5'
2'
4'
3'
1
2
3
7
8
1



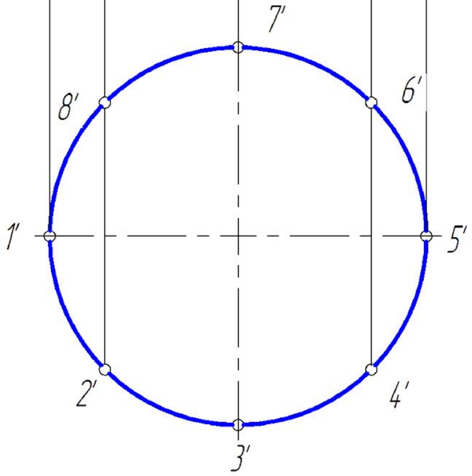
5″
4″≡(6″)
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″
5‴
6‴
4‴
7‴
3‴
8‴
2‴
1‴
7′
8′
6′
1′
5′
2′
4′
3′
1
2
3
4
6
7
8
1



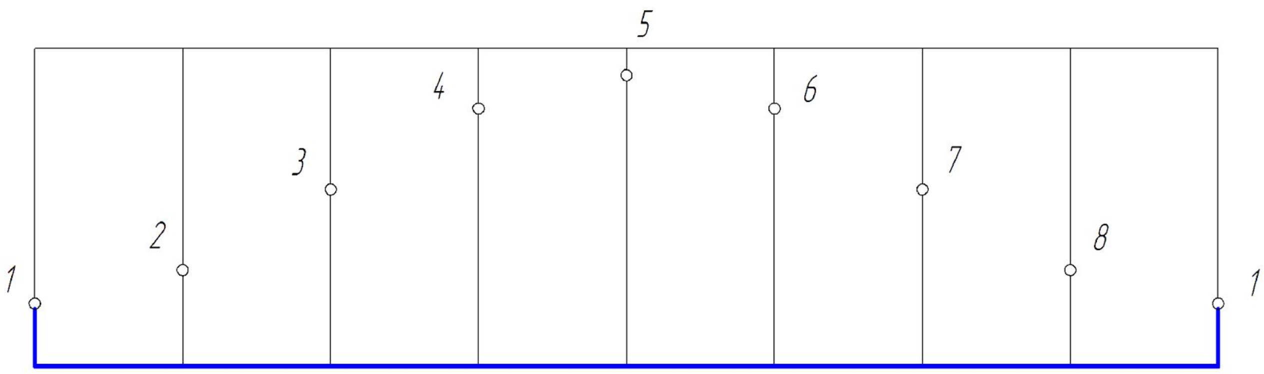
5″
4″≡(6″)
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″



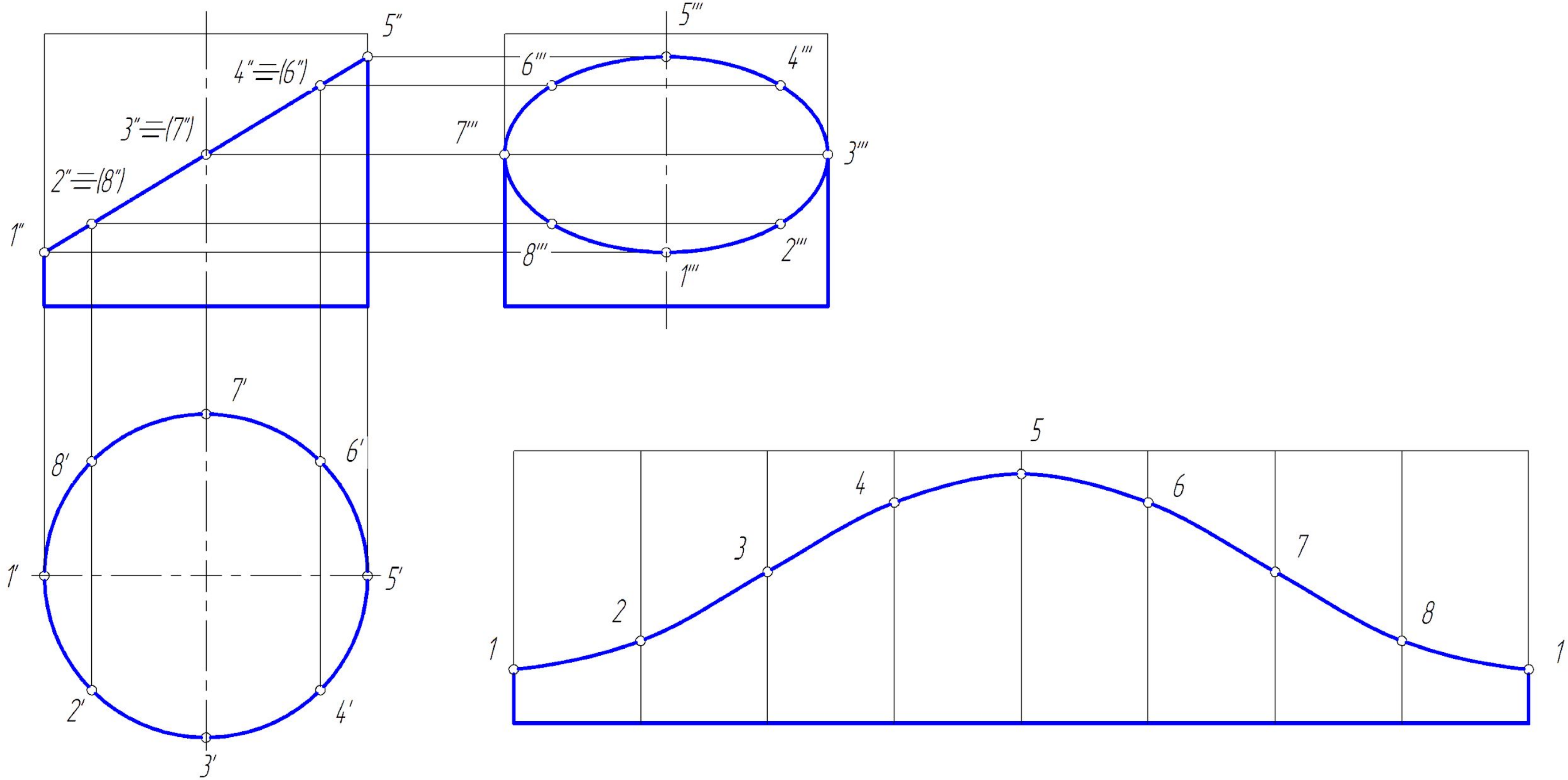
5‴
6‴
4‴
7‴
3‴
8‴
2‴
1‴



7′
8′
6′
1′
5′
2′
4′
3′



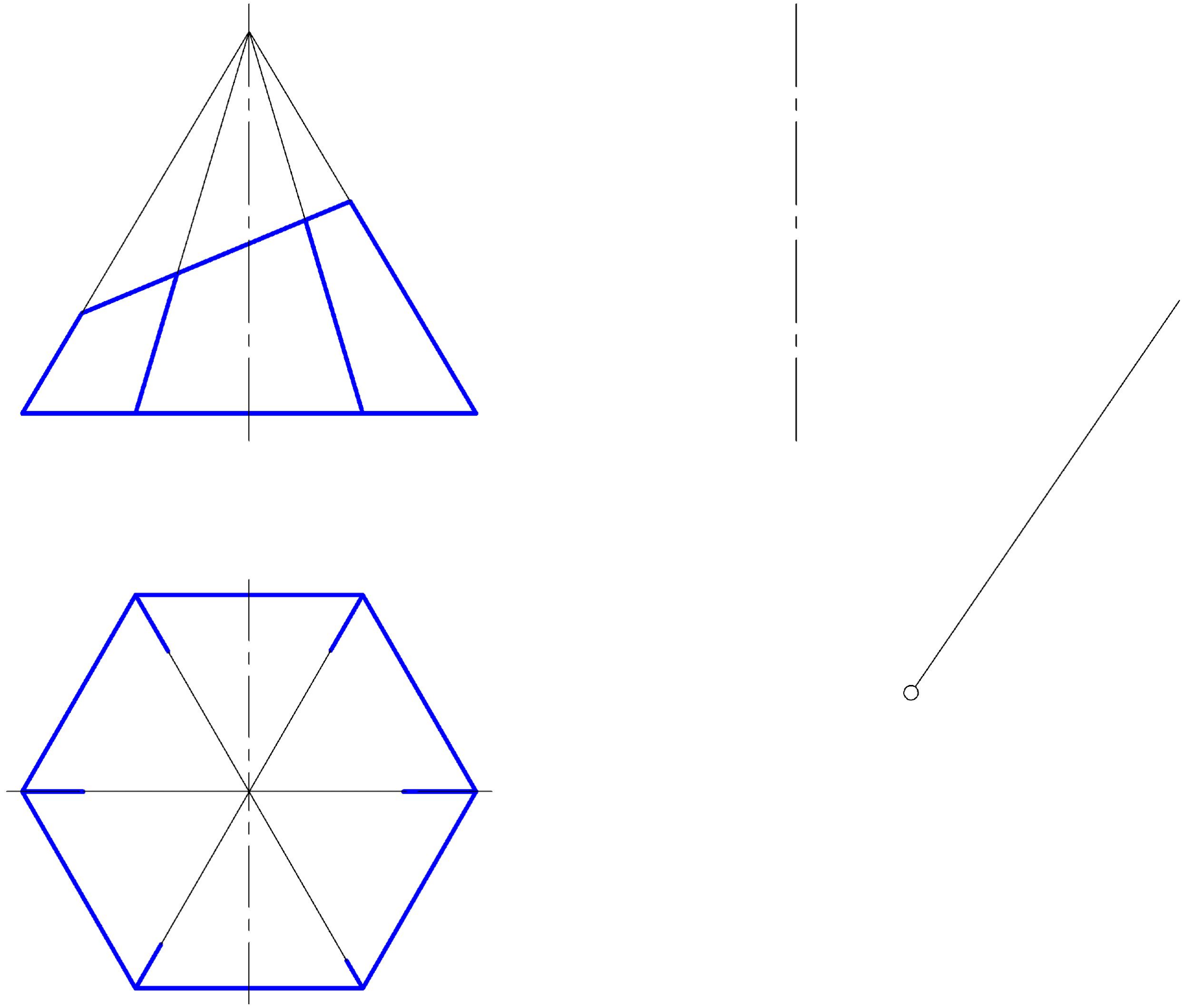
5
4
6
3
7
2
8
1
1


5''
4''≡(6'')
3''≡(7'')
2''≡(8'')
1''
5'''
6'''
4'''
7'''
3'''
8'''
2'''
1'''
7'
8'
6'
1'
5'
2'
4'
3'
5
4
6
3
7
2
8
1
1

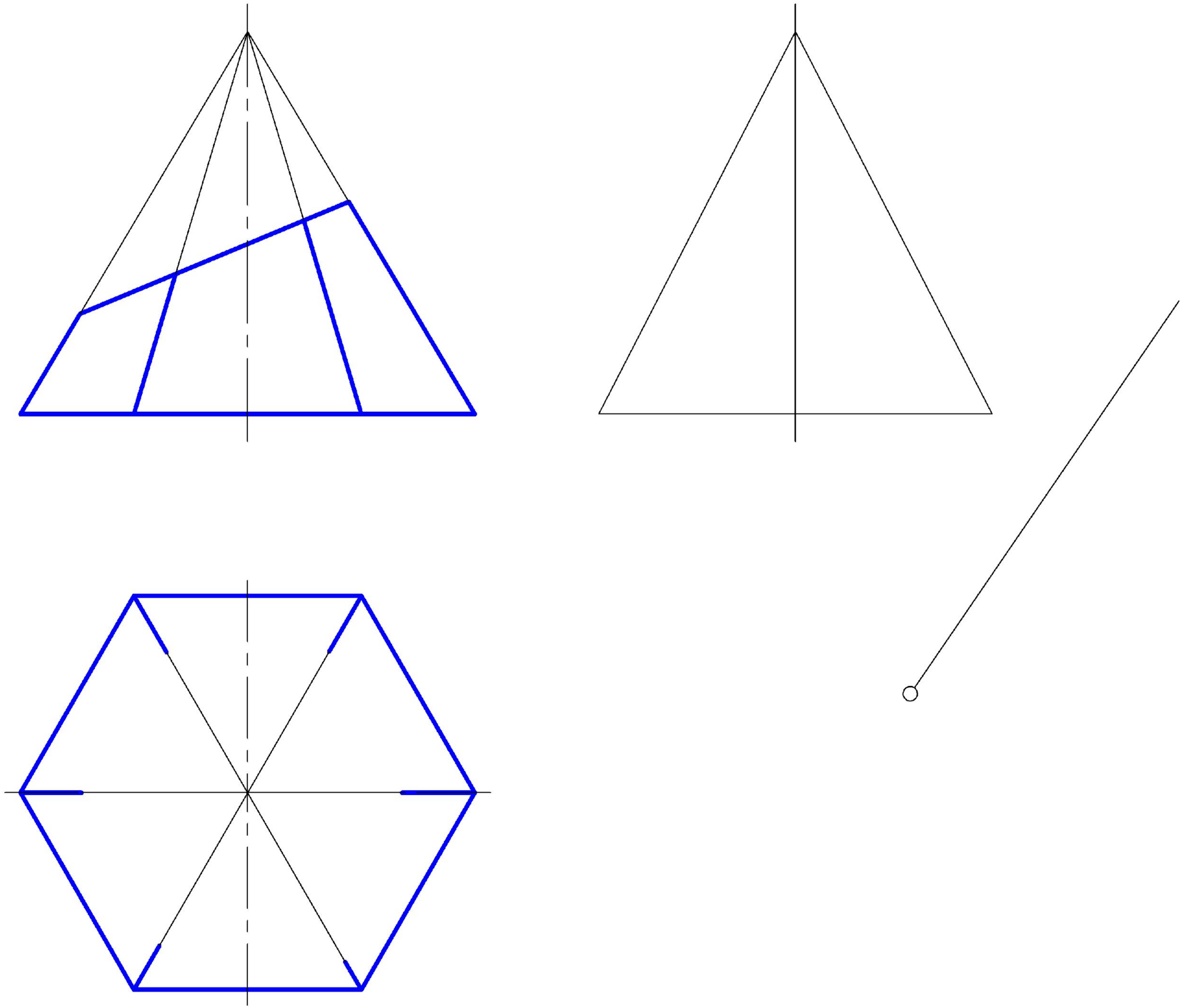
Развертка поверхности пирамиды

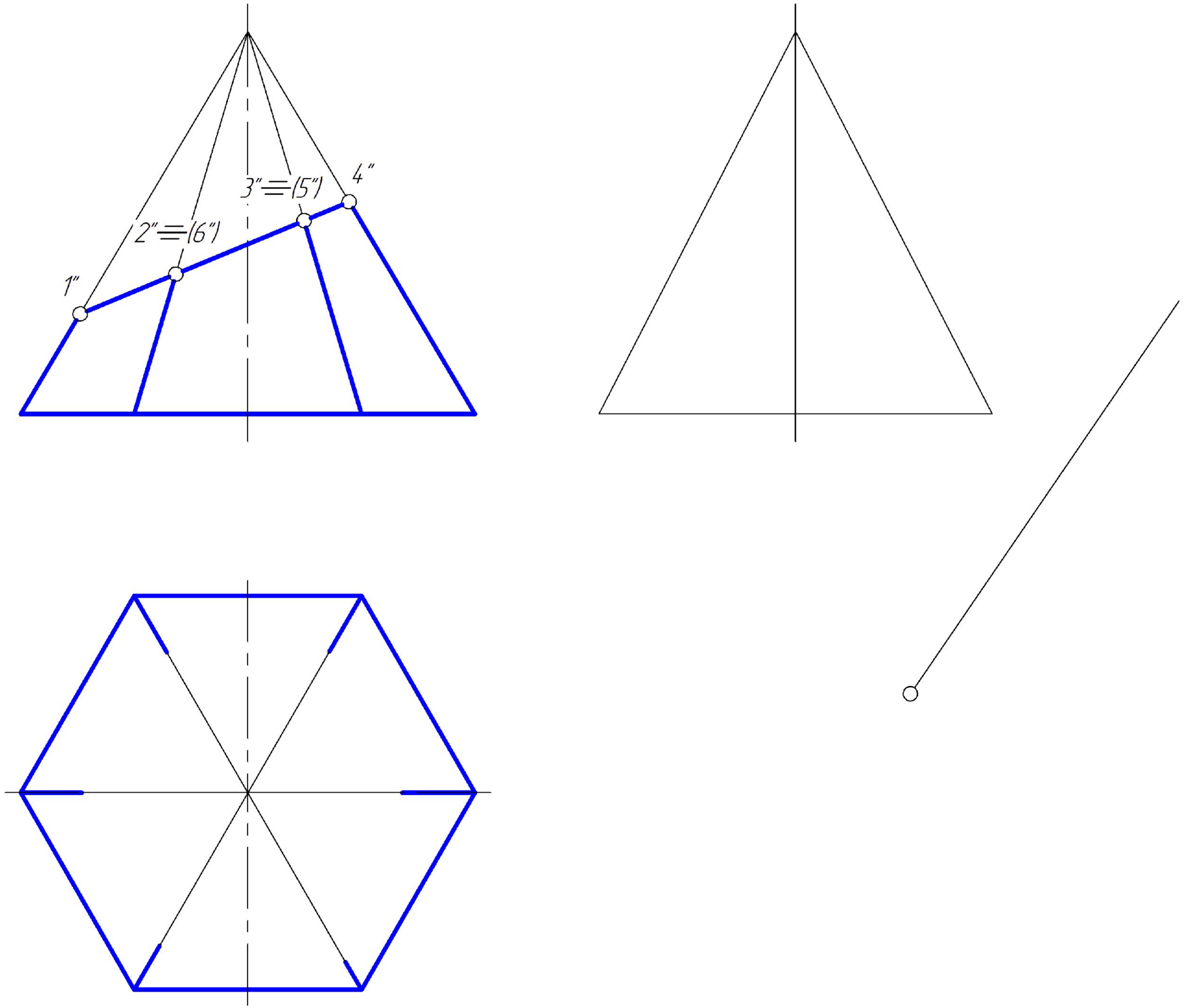
- Развертка боковой поверхности пирамиды представляет собой плоскую фигуру, состоящую из треугольников – граней пирамиды.
- Поэтому построение развертки поверхности пирамиды сводится к определению натуральной величины ребер пирамиды и построению по трем сторонам треугольников – граней пирамиды.
- Натуральную величину ребер пирамиды можно найти любым способом (способ прямоугольного треугольника, способ вращения, переменой плоскостей проекций).

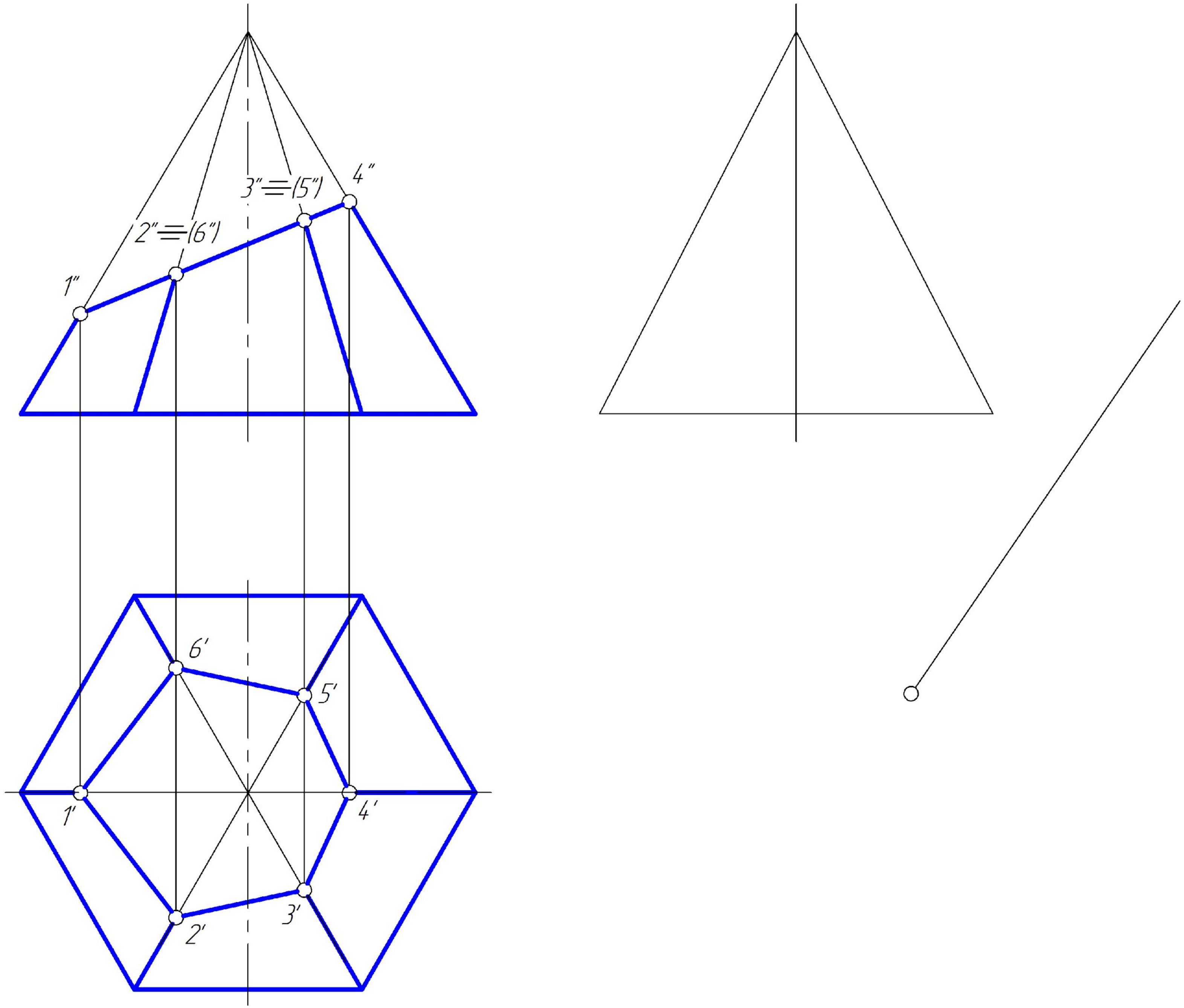
Построение развертки боковой поверхности пирамиды

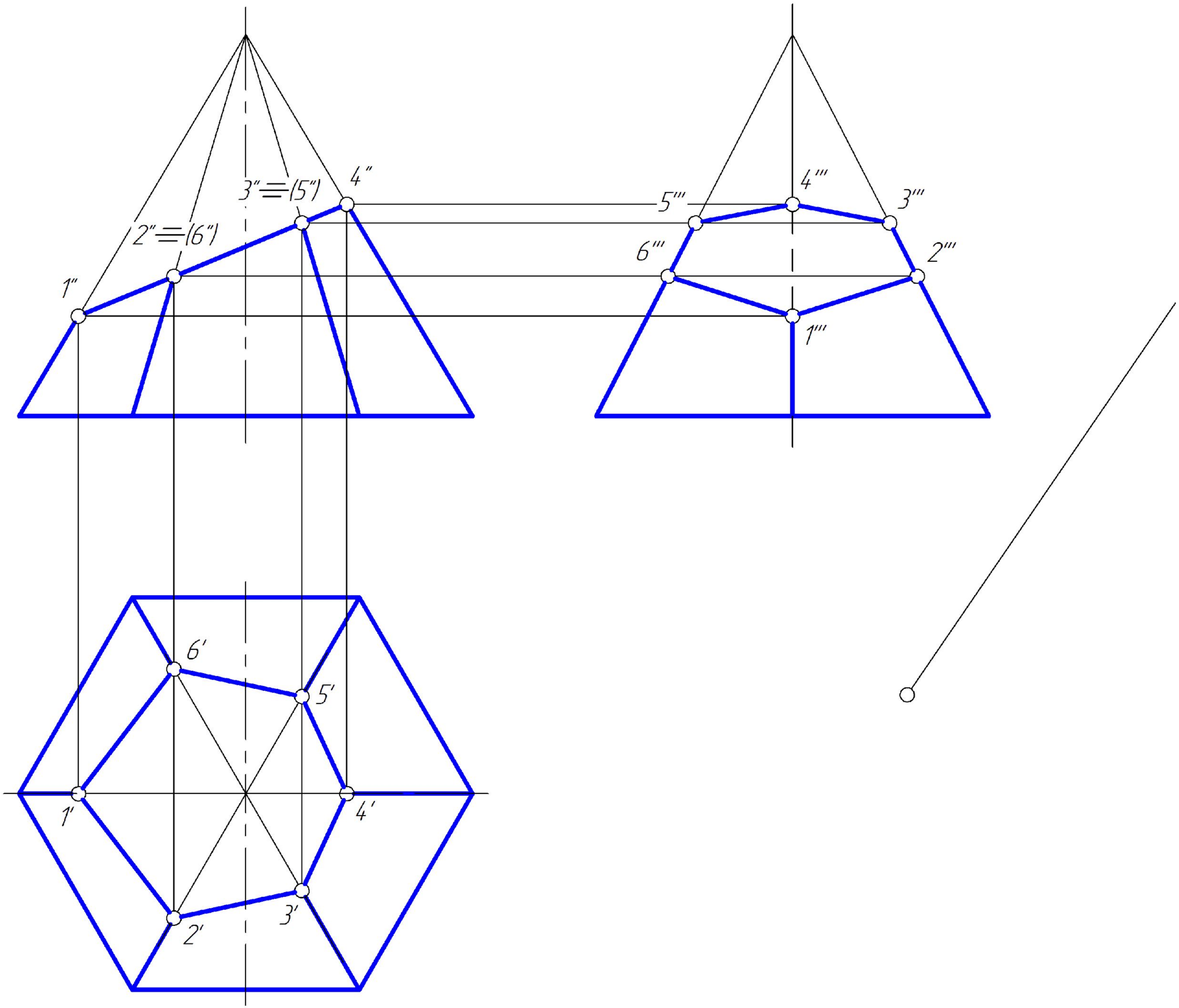


- Так как дана правильная шестигранная пирамида, то боковые грани – равные между собой треугольники.
- Развертка пирамиды построена способом треангуляции. НВ ребер пирамиды определена методом вращения вокруг горизонтально проецирующей оси.

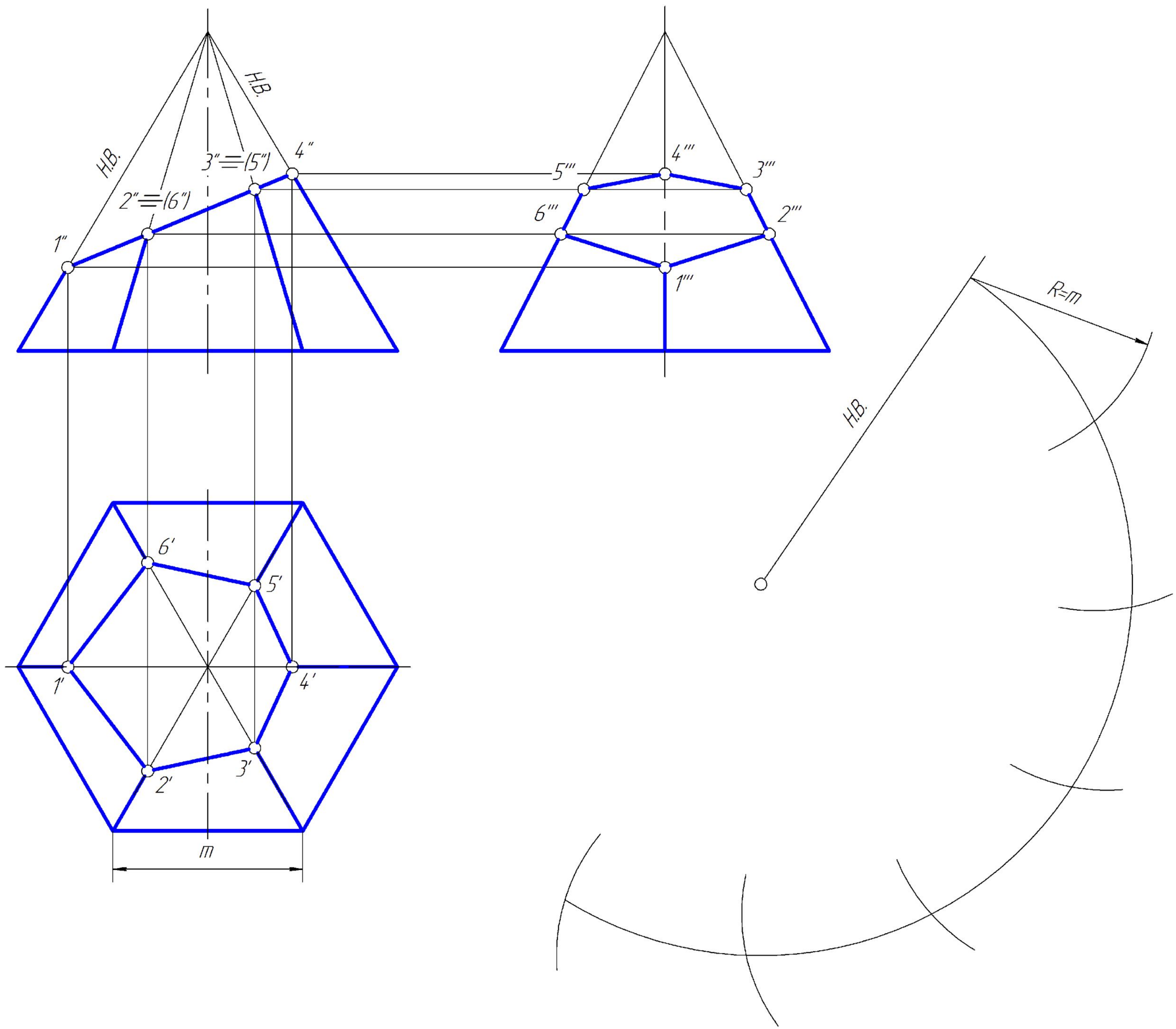



4″
3″≡(5″)
2″≡(6″)
1″

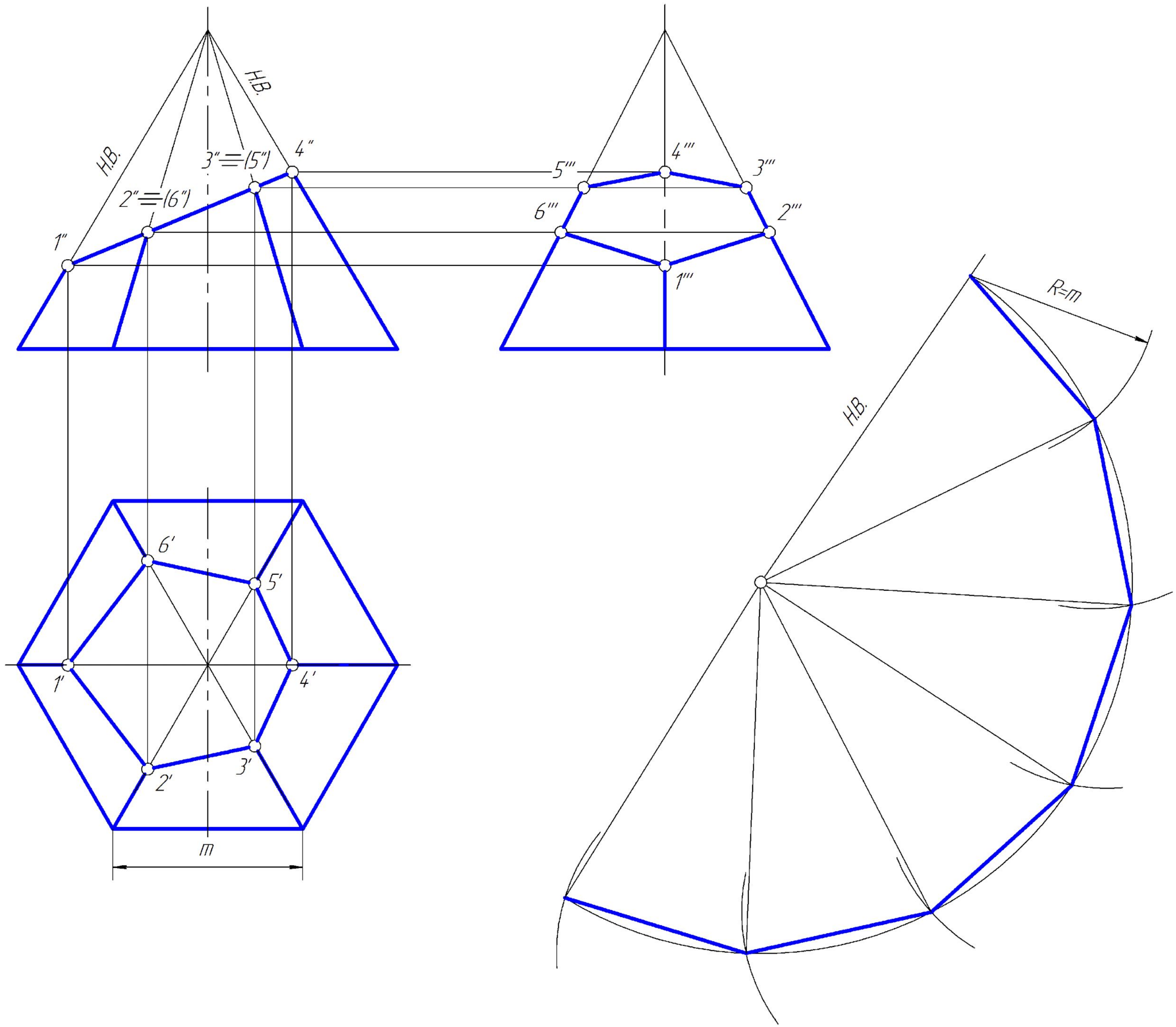

3″≡(5″)
4″
2″≡(6″)
1″
6′
5′
1′
4′
3′
2′



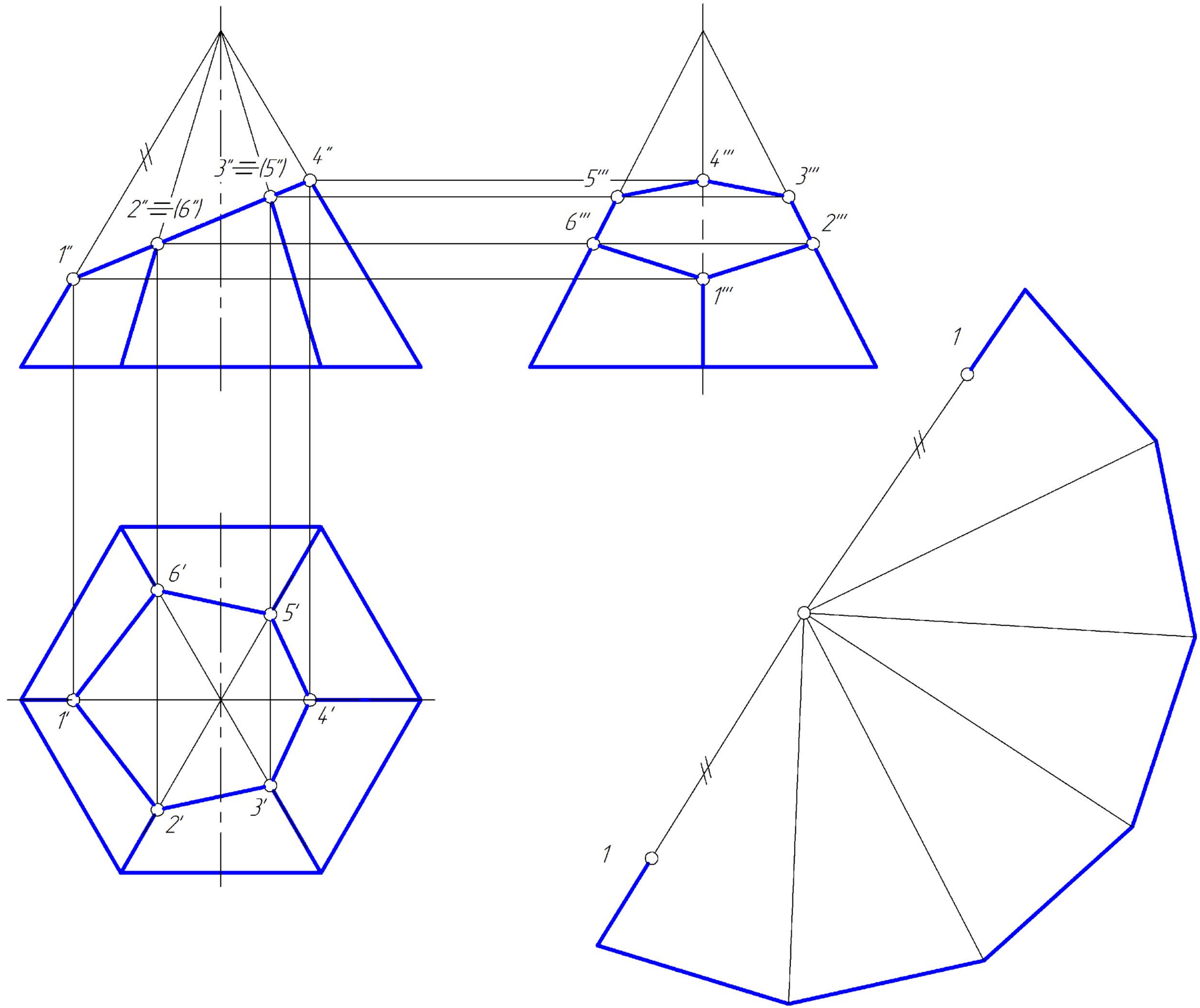
1''
2''≡(6'')
3''≡(5'')
4''
5'''
4'''
3'''
6'''
2'''
1'''
6'
5'
1'
4'
3'
2'



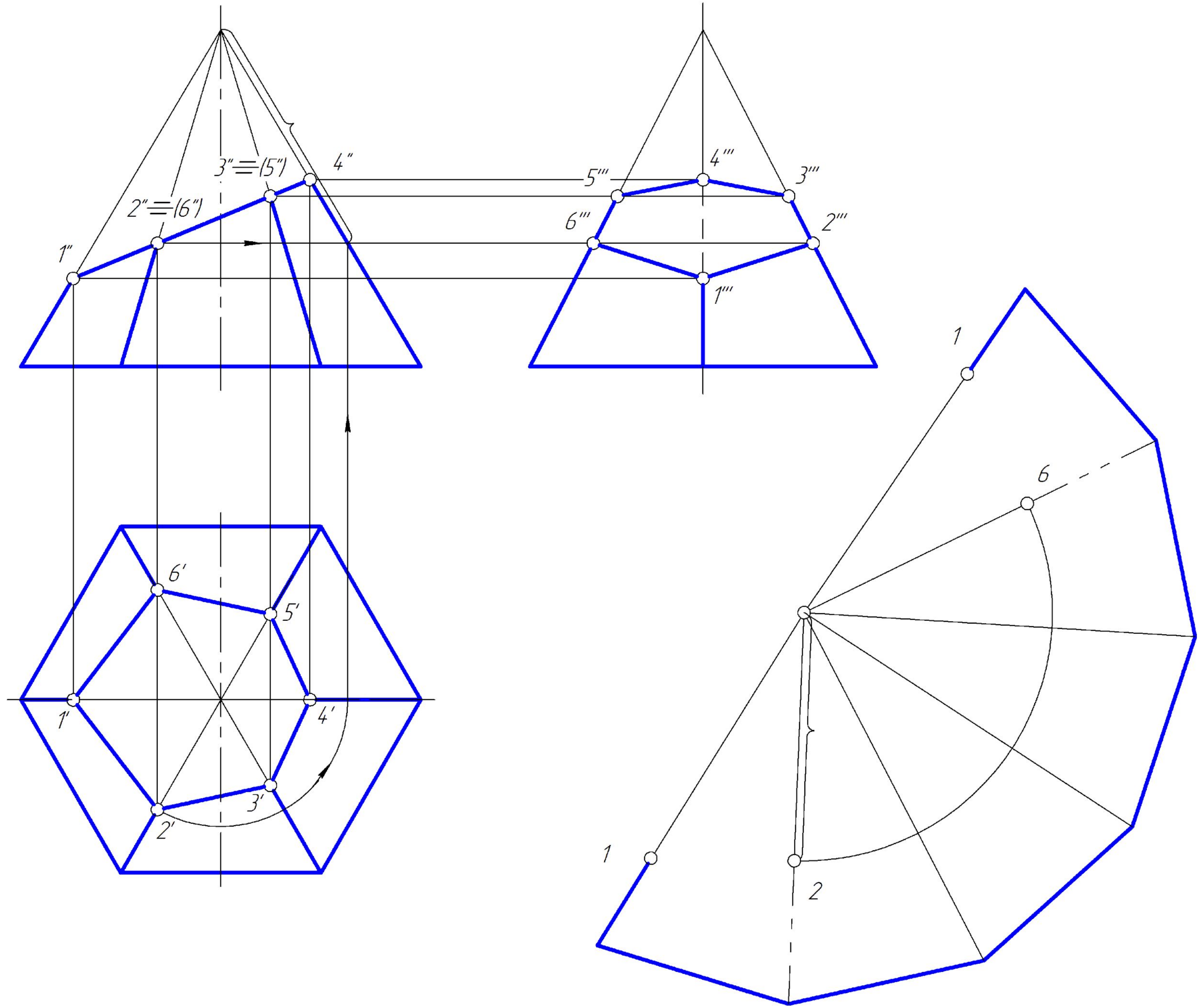
H.B.
H.B.
4″
3″≡(5″)
2″≡(6″)
1″
5‴
4‴
3‴
6‴
2‴
1‴
R=m
H.B.
6′
5′
1′
4′
2′
3′
m



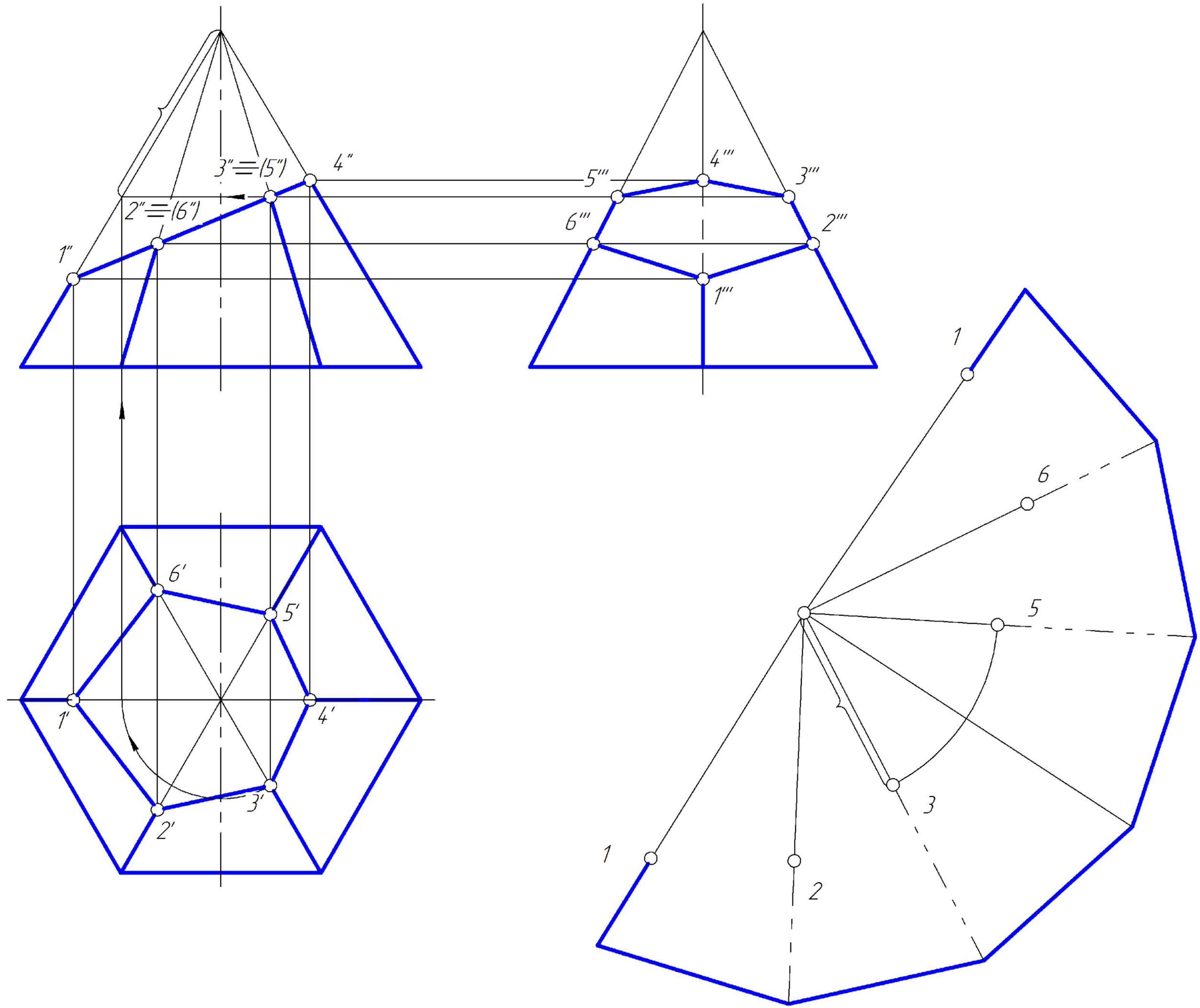
Н.В.
Н.В.
1"
2"≡(6")
3"≡(5")
4"
5'''
4'''
3'''
6'''
2'''
1'''
6'
5'
1'
4'
2'
3'
m
R=m
Н.В.

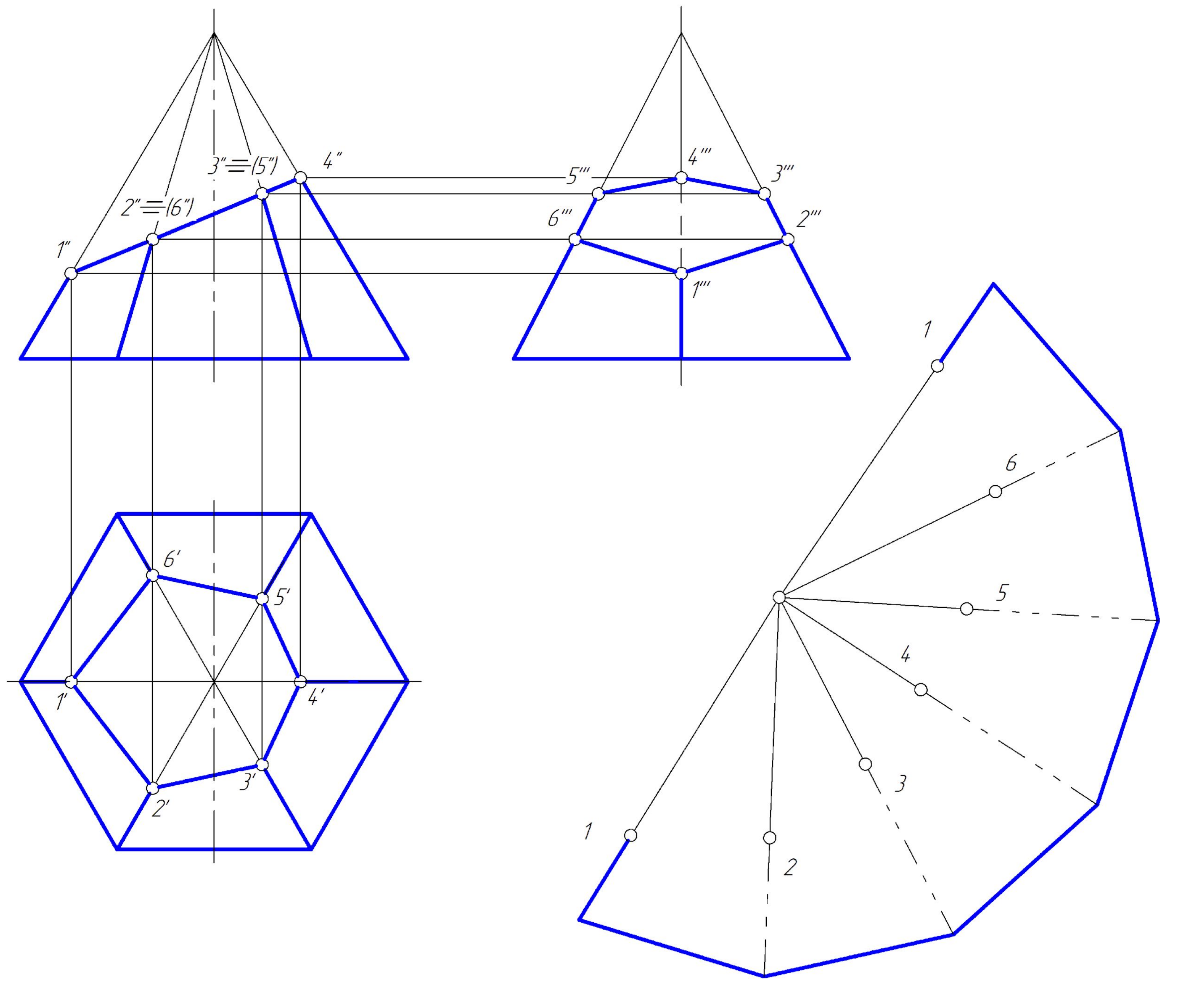


4″
3″≡(5″)
2″≡(6″)
1″
5‴
4‴
3‴
6‴
2‴
1‴
6′
5′
1′
4′
2′
3′
1
1

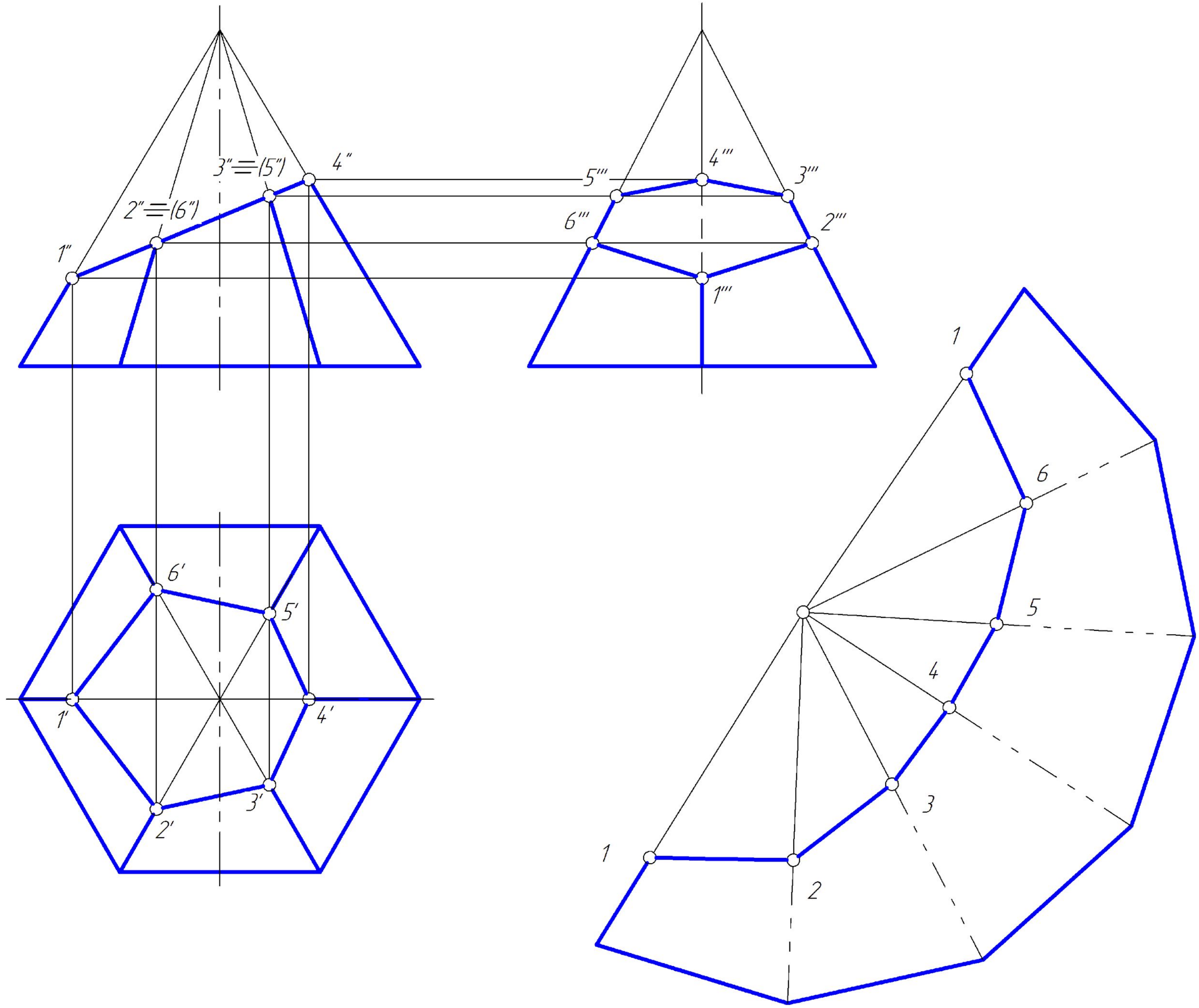


1″
2″≡(6″)
3″≡(5″)
4″
5‴
4‴
3‴
6‴
2‴
1‴
6′
5′
1′
4′
3′
2′
1
6
1
2


3″≡(5″)
4″
2″≡(6″)
1″
5‴
4‴
3‴
6‴
2‴
1‴
6′
5′
1′
4′
3′
2′
1
6
5
3
1
2



4″
3″≡(5″)
2″≡(6″)
1″
5‴
4‴
3‴
6‴
2‴
1‴
6′
5′
1′
4′
3′
2′
1
6
5
4
3
2
1



3″≡(5″)
4″
2″≡(6″)
1″
5‴
4‴
3‴
6‴
2‴
1‴
6′
5′
1′
4′
3′
2′
1
6
5
4
3
1
2

Развертка конической поверхности

- Задача на построение развертки конической поверхности решается способом треугольников. Для этого коническая поверхность аппроксимируется вписанной в нее пирамидальной поверхностью.

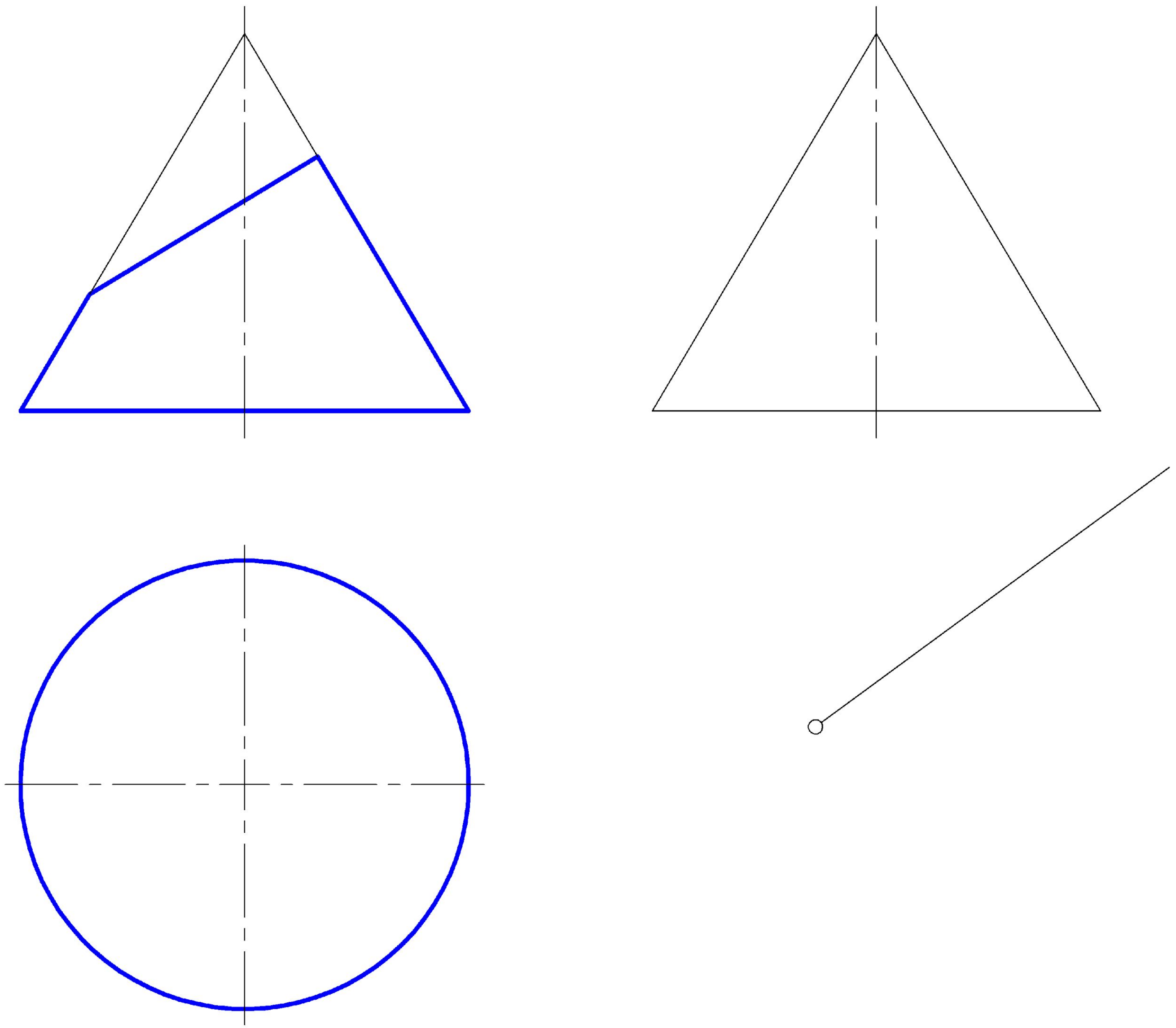
- Чем больше число граней у вписанной пирамиды, тем меньше будет разница между действительной и приближенной разверткой конической поверхности.

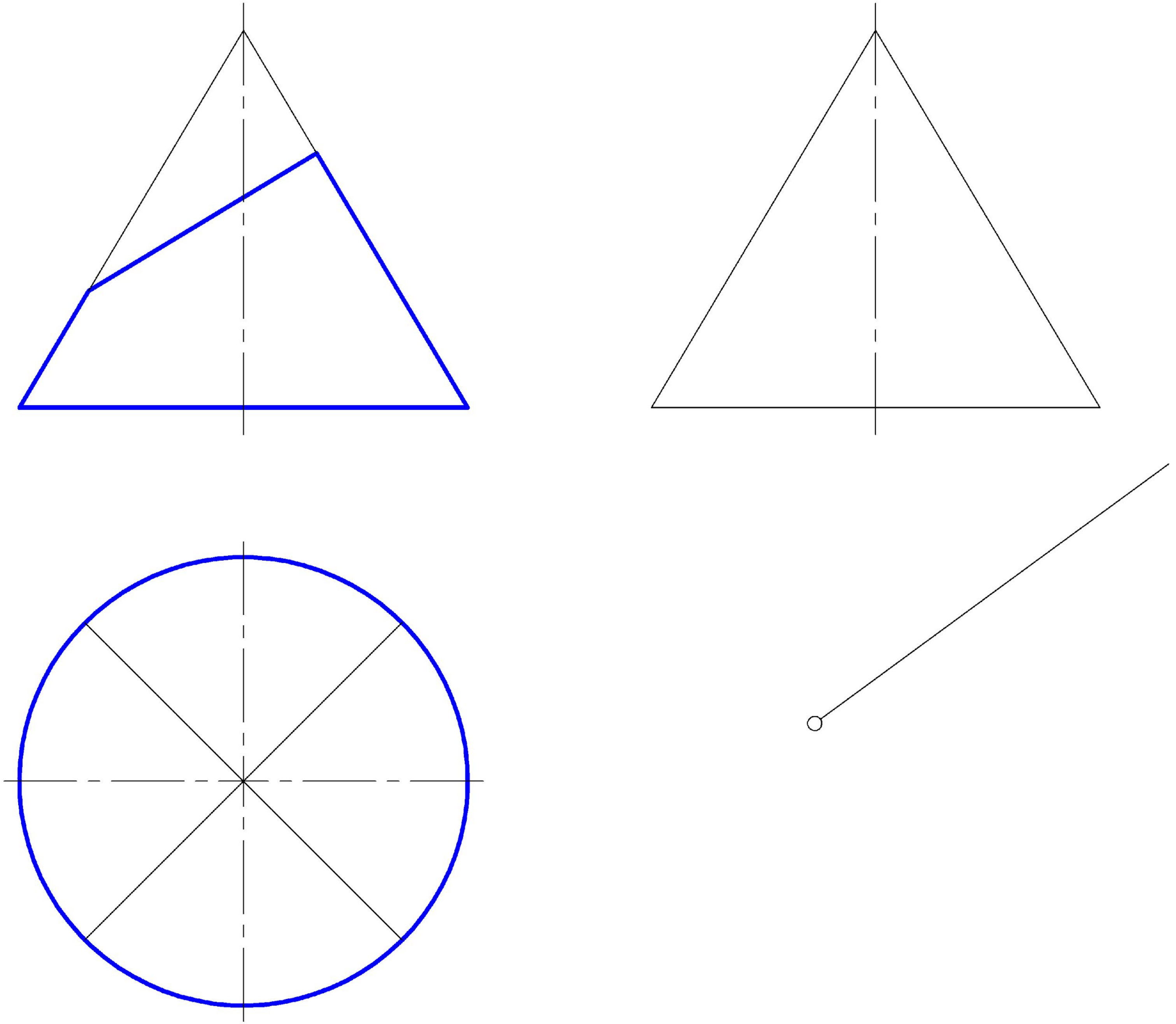
- Если задана поверхность прямого кругового конуса, то развертка его боковой поверхности представляет круговой сектор, радиус которого = длине образующей конической поверхности, а центральный угол $\varphi = R/L *360^o$, где:

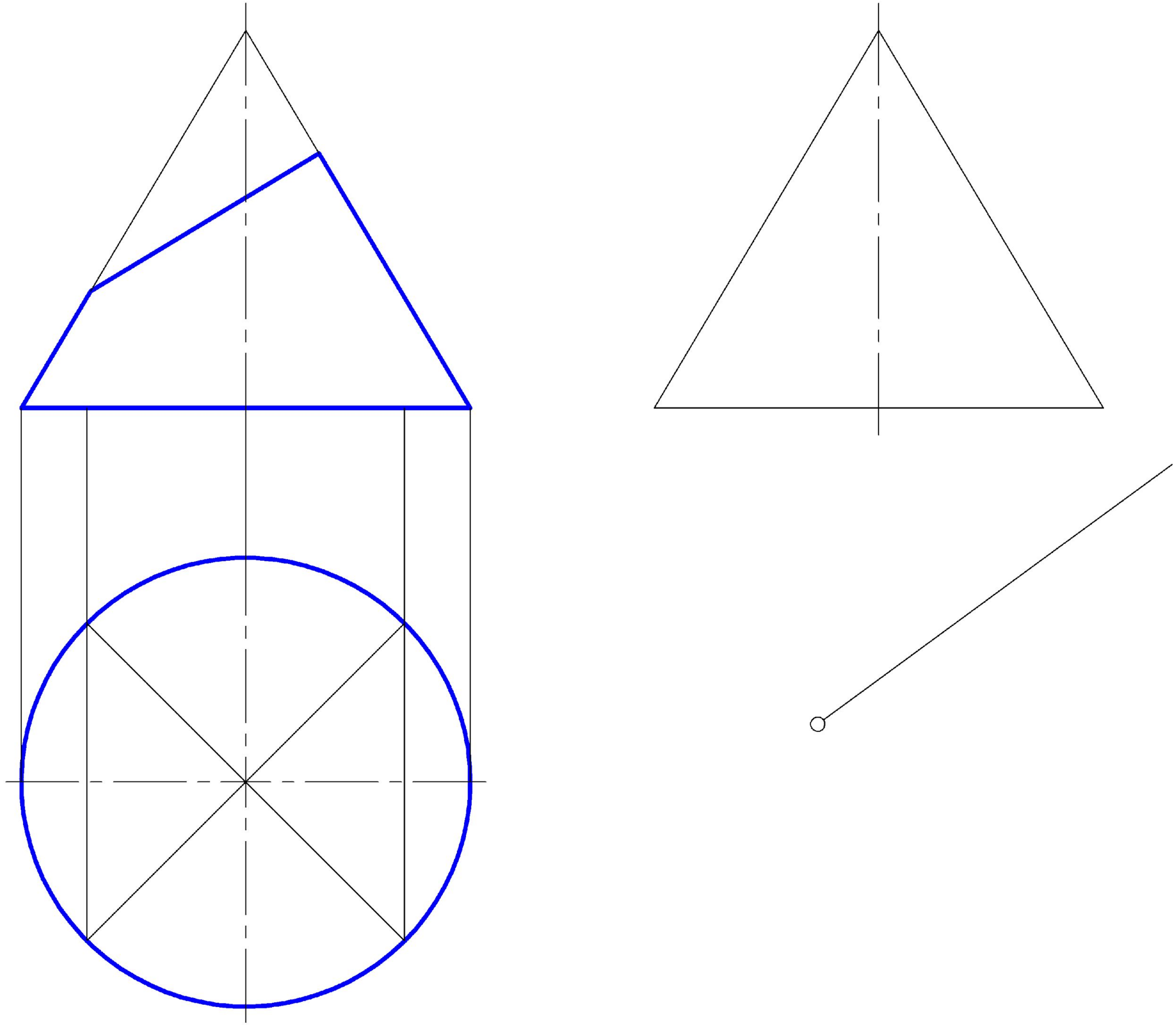
- R – радиус окружности основания конуса;

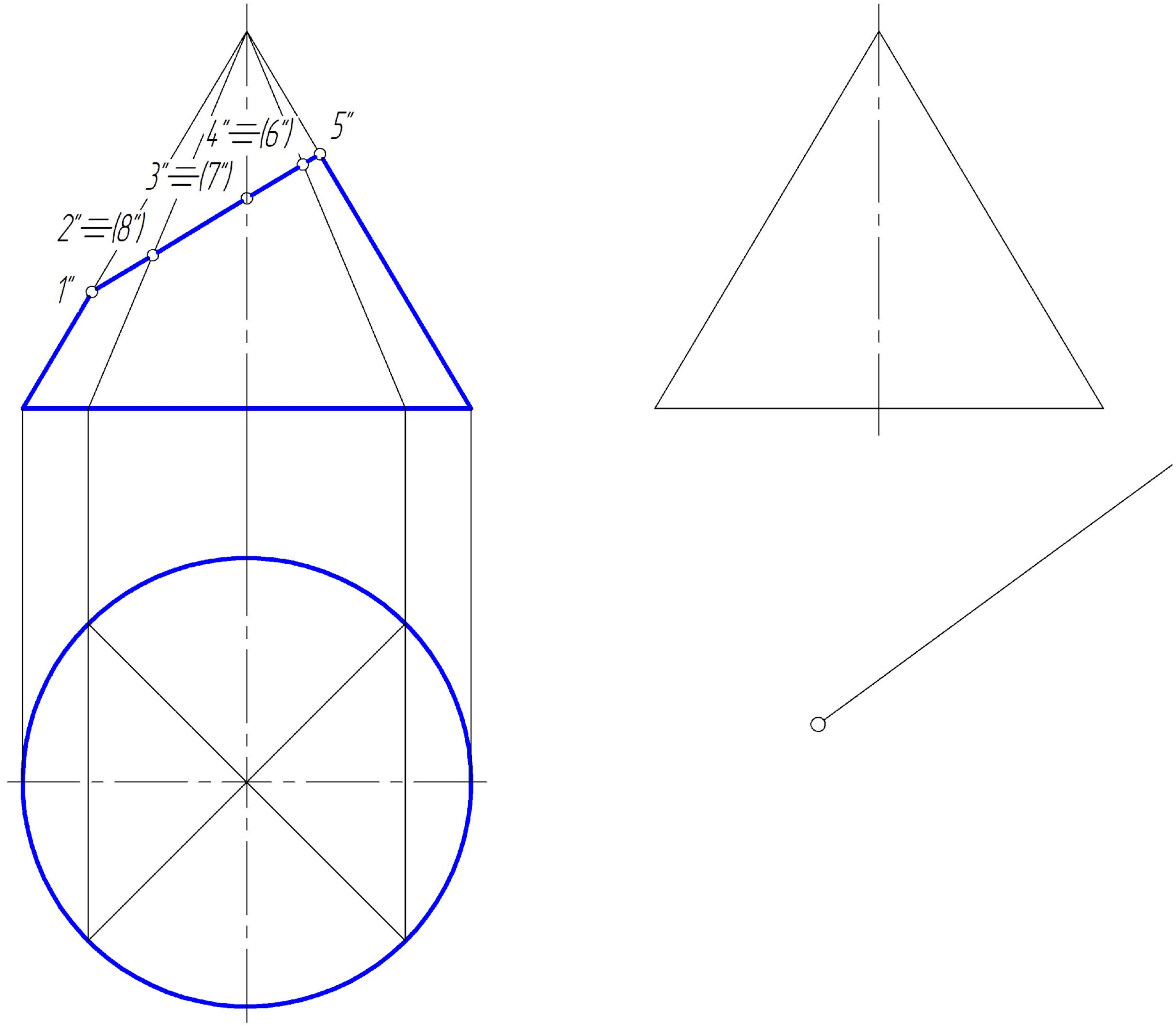
- L – длина образующей конуса.

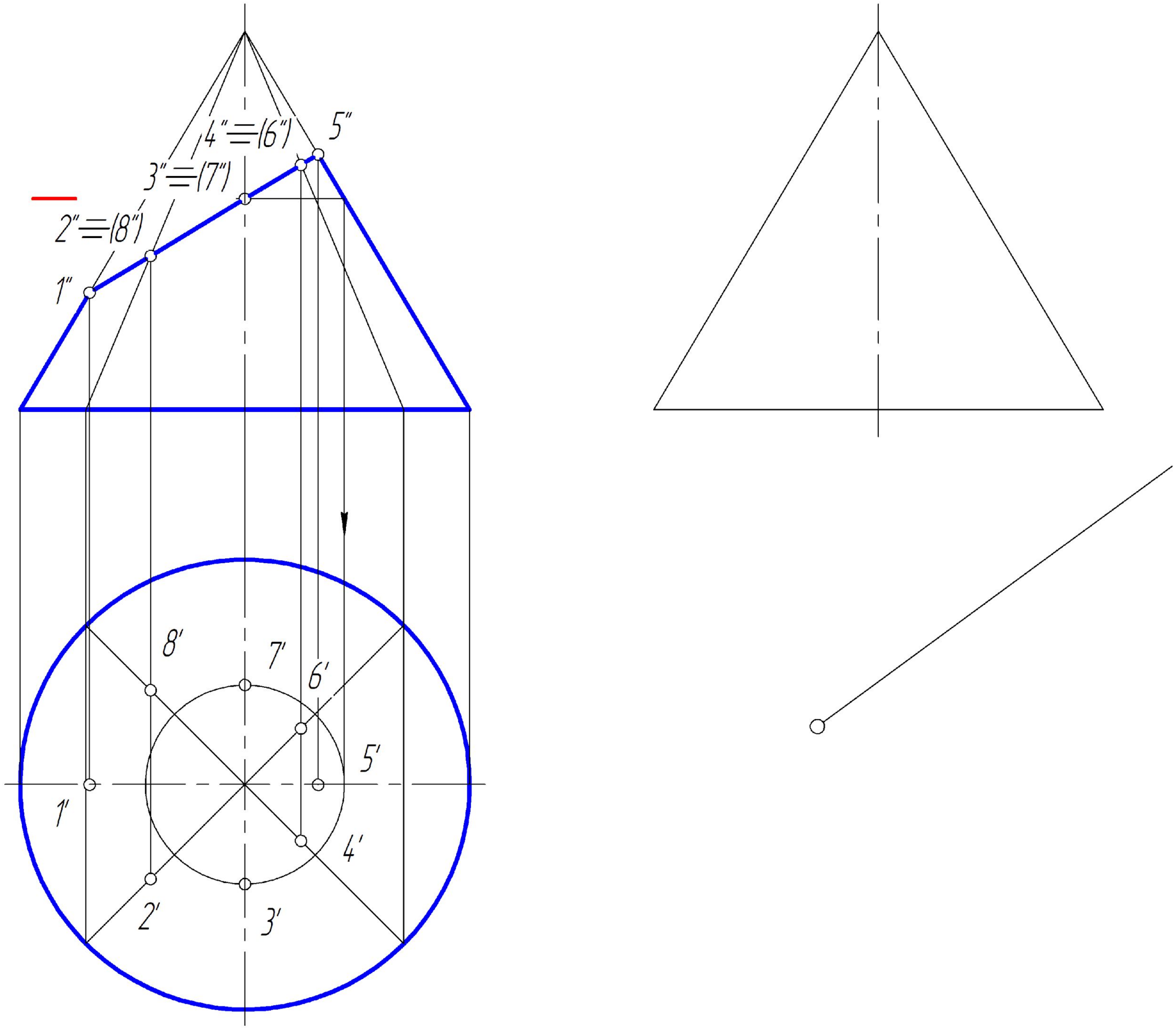
Построение развертки боковой поверхности конуса



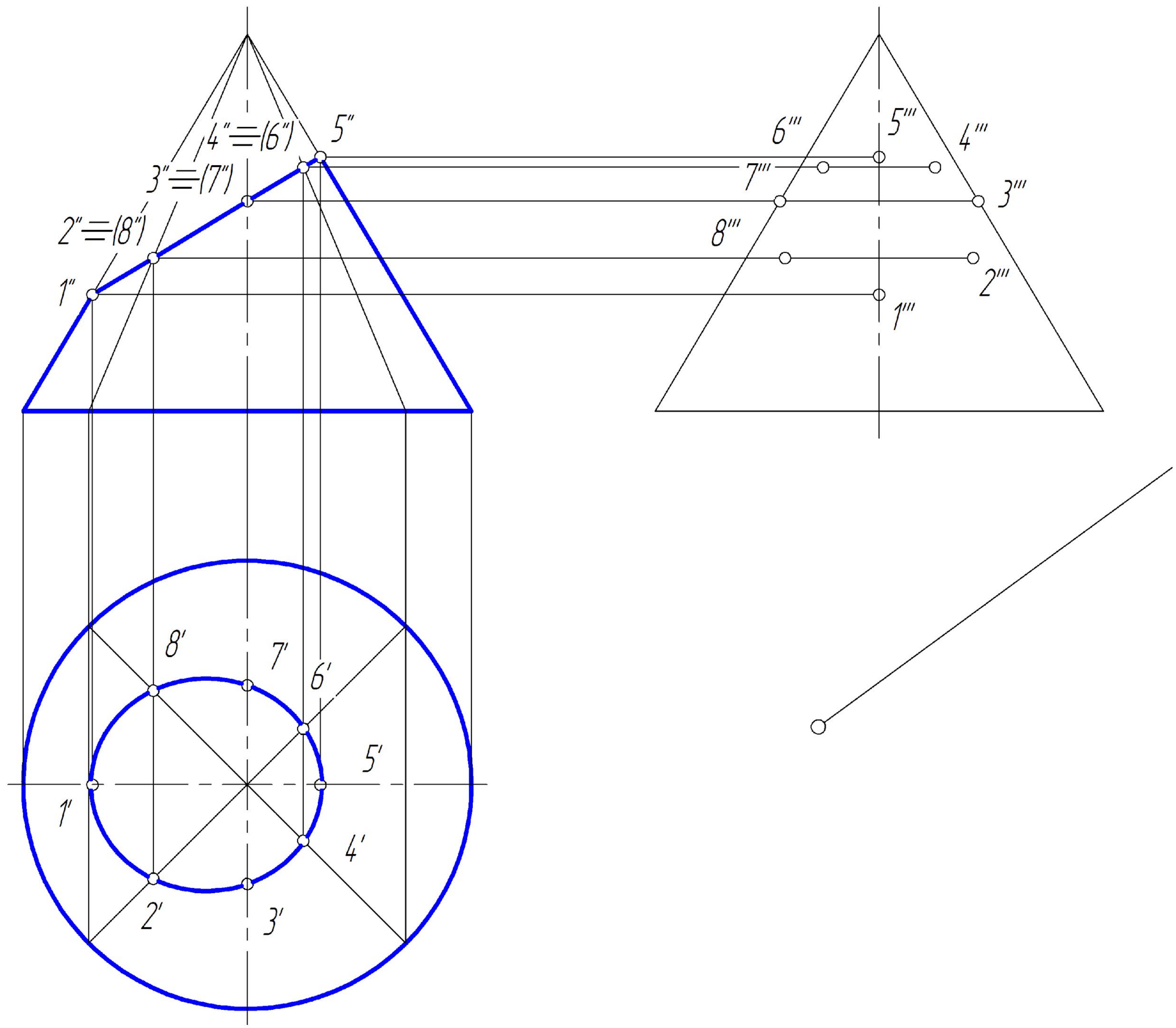




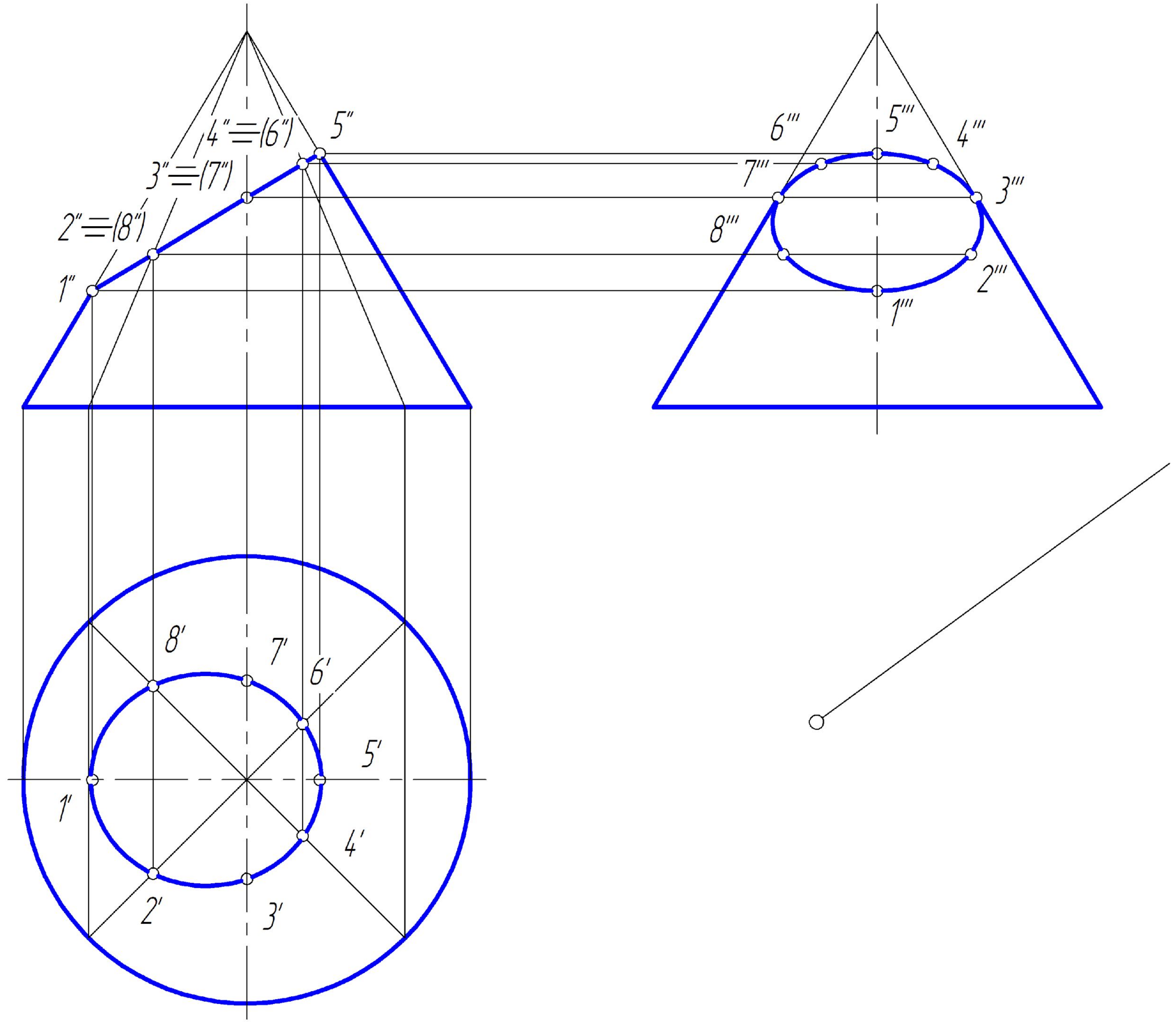

4″≡(6″)
5″
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″



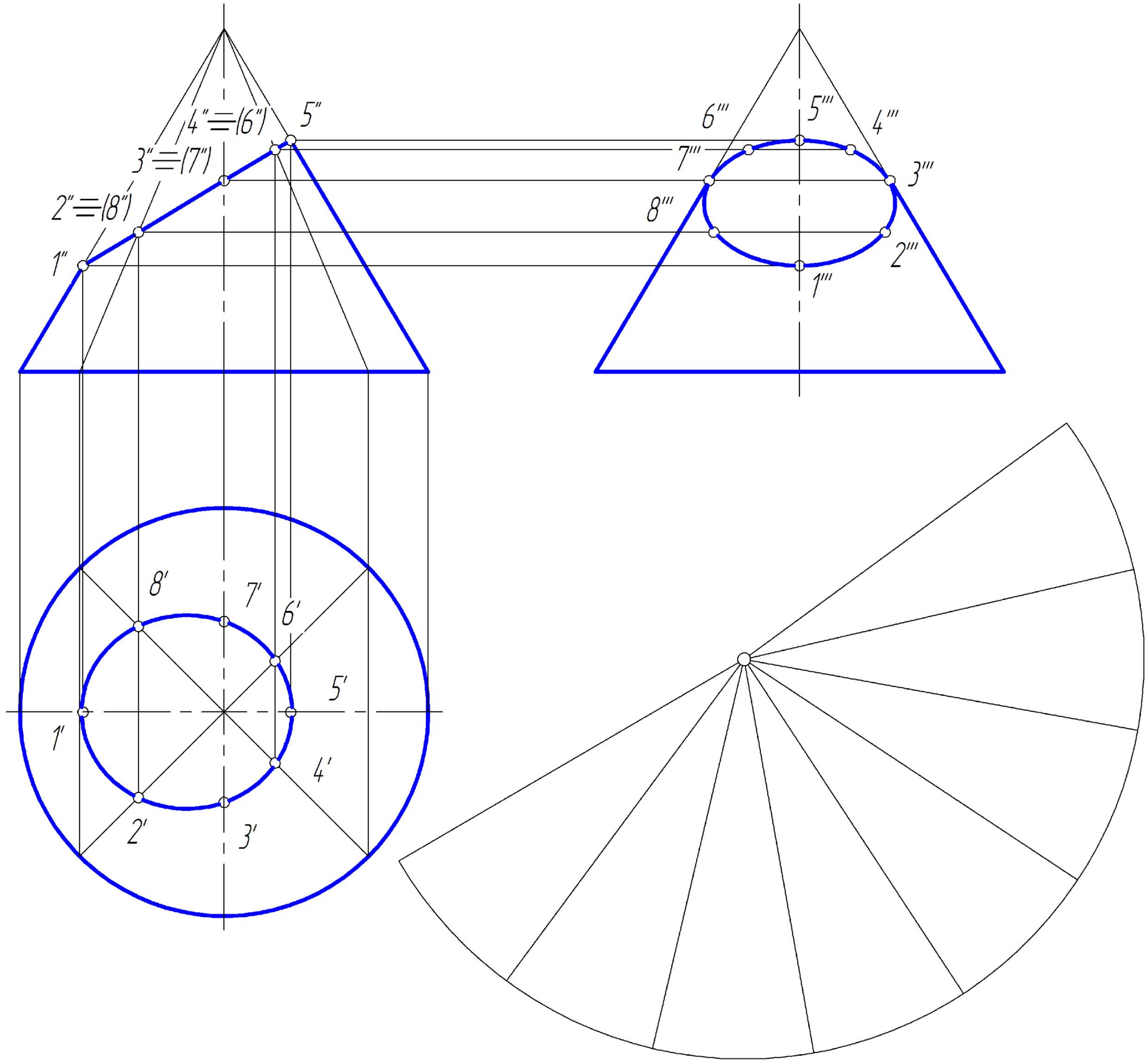
5″
4″≡(6″)
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″
8′
7′
6′
5′
1′
4′
2′
3′

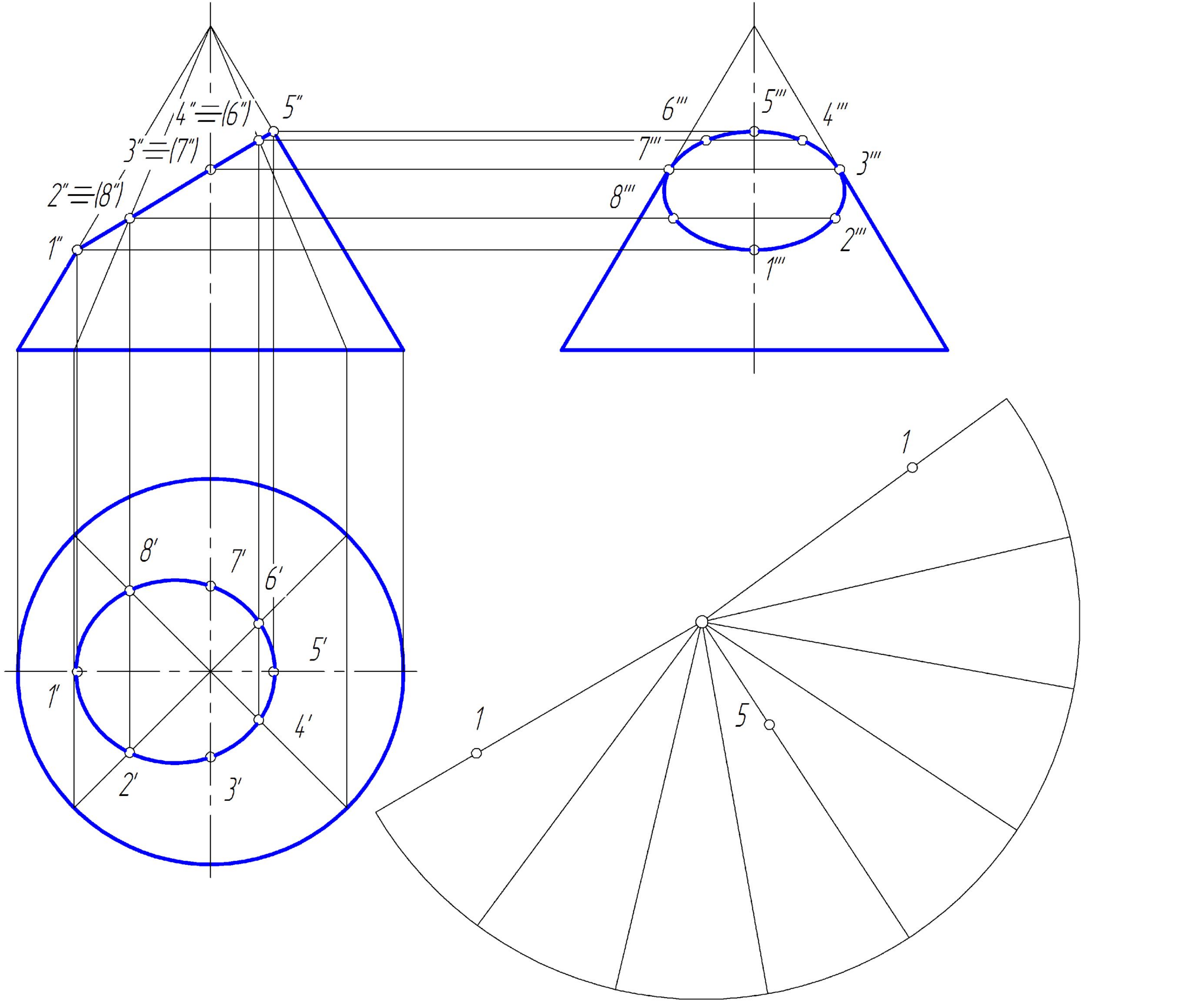


4″≡(6″)
5″
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″
6‴
5‴
4‴
7‴
3‴
8‴
2‴
1‴
8′
7′
6′
5′
1′
4′
2′
3′

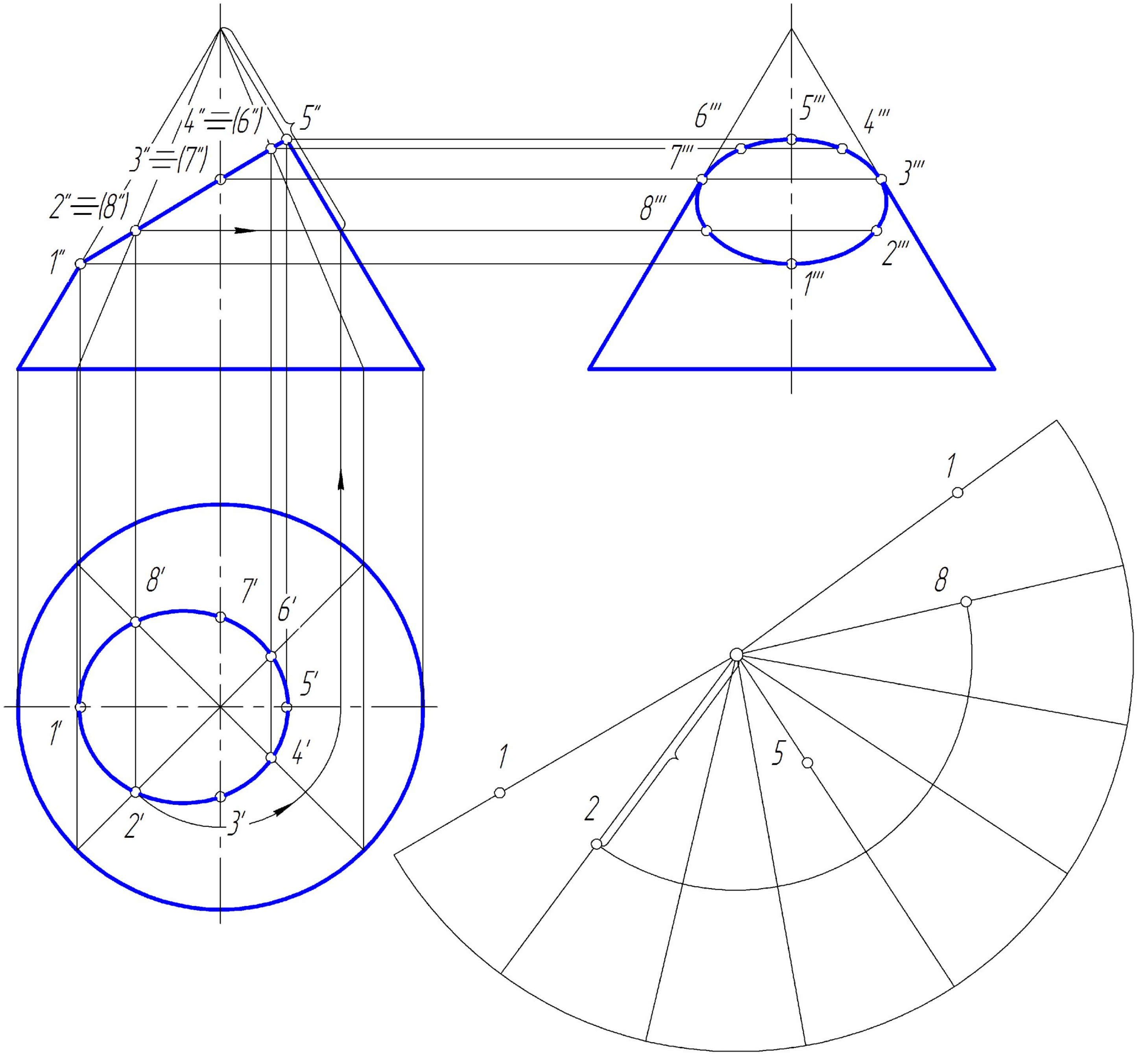


4''≡(6'')
5''
3''≡(7'')
2''≡(8'')
1''
6'''
5'''
4'''
7'''
3'''
8'''
2'''
1'''
8'
7'
6'
5'
1'
4'
2'
3'

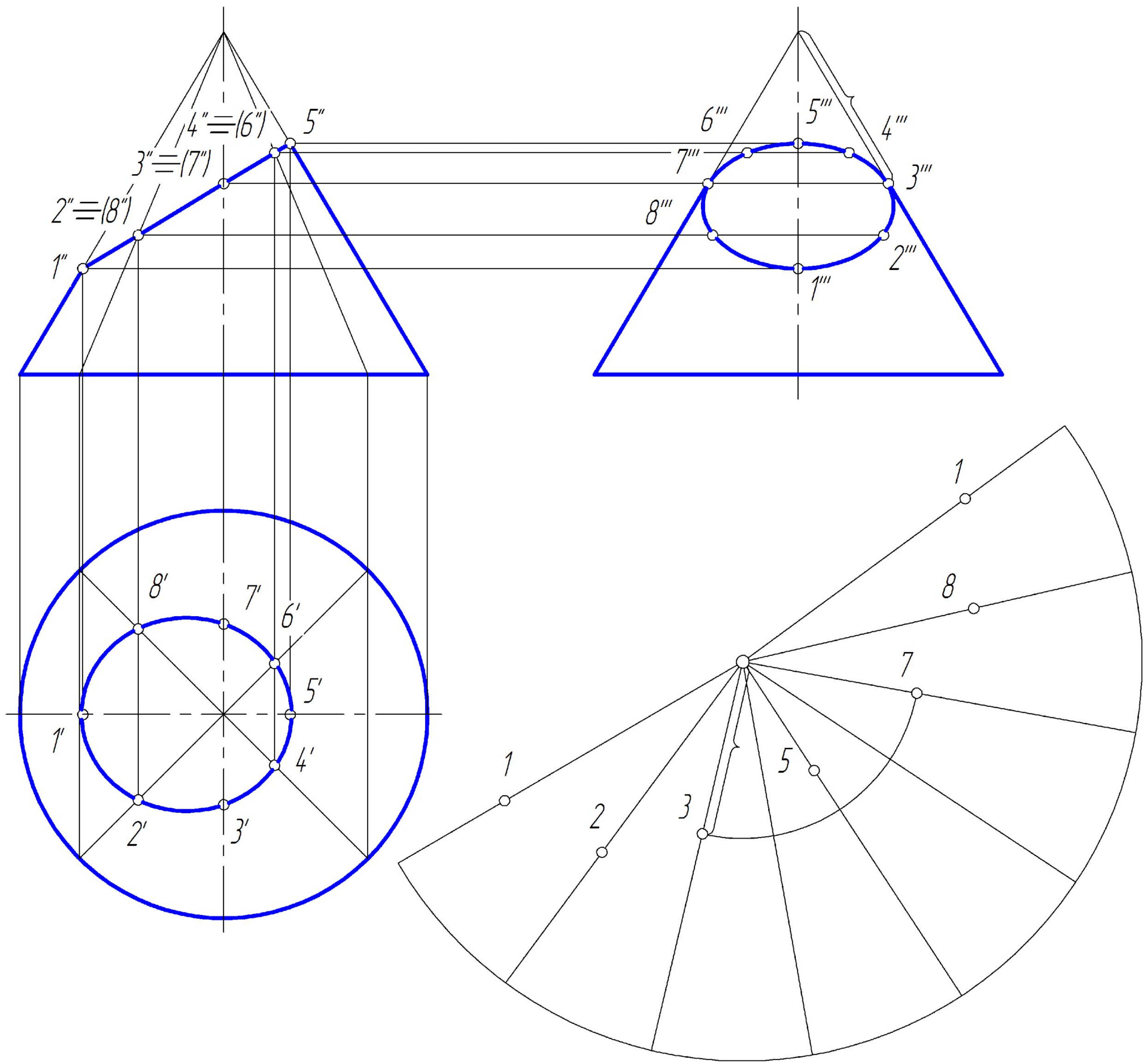

4″≡(6″)
5″
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″
6‴
5‴
4‴
7‴
3‴
8‴
2‴
1‴
8′
7′
6′
5′
1′
4′
2′
3′

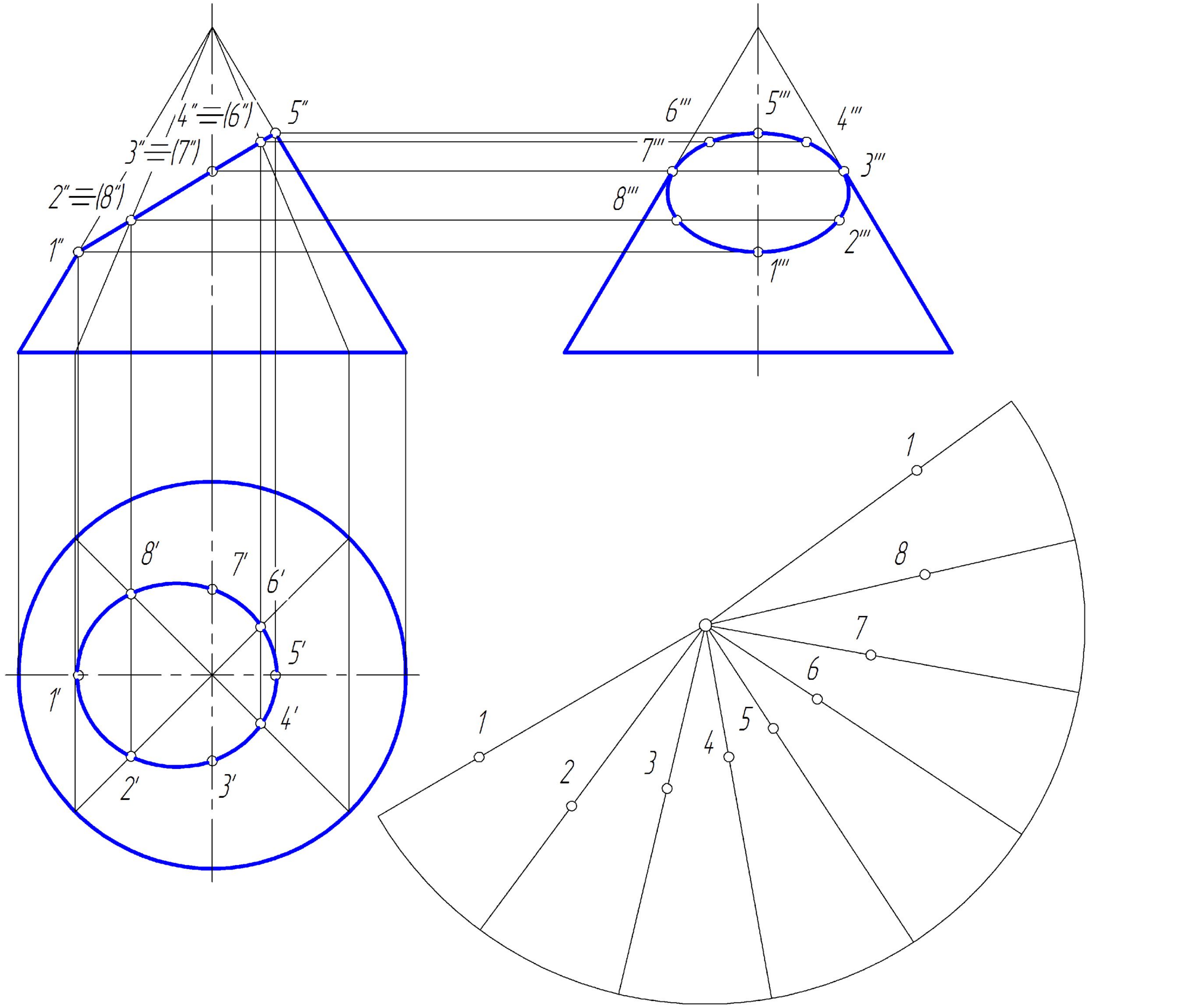


4″≡(6″)
5″
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″
6‴
5‴
4‴
7‴
3‴
8‴
2‴
1‴
8′
7′
6′
5′
1′
4′
2′
3′
1
1
5

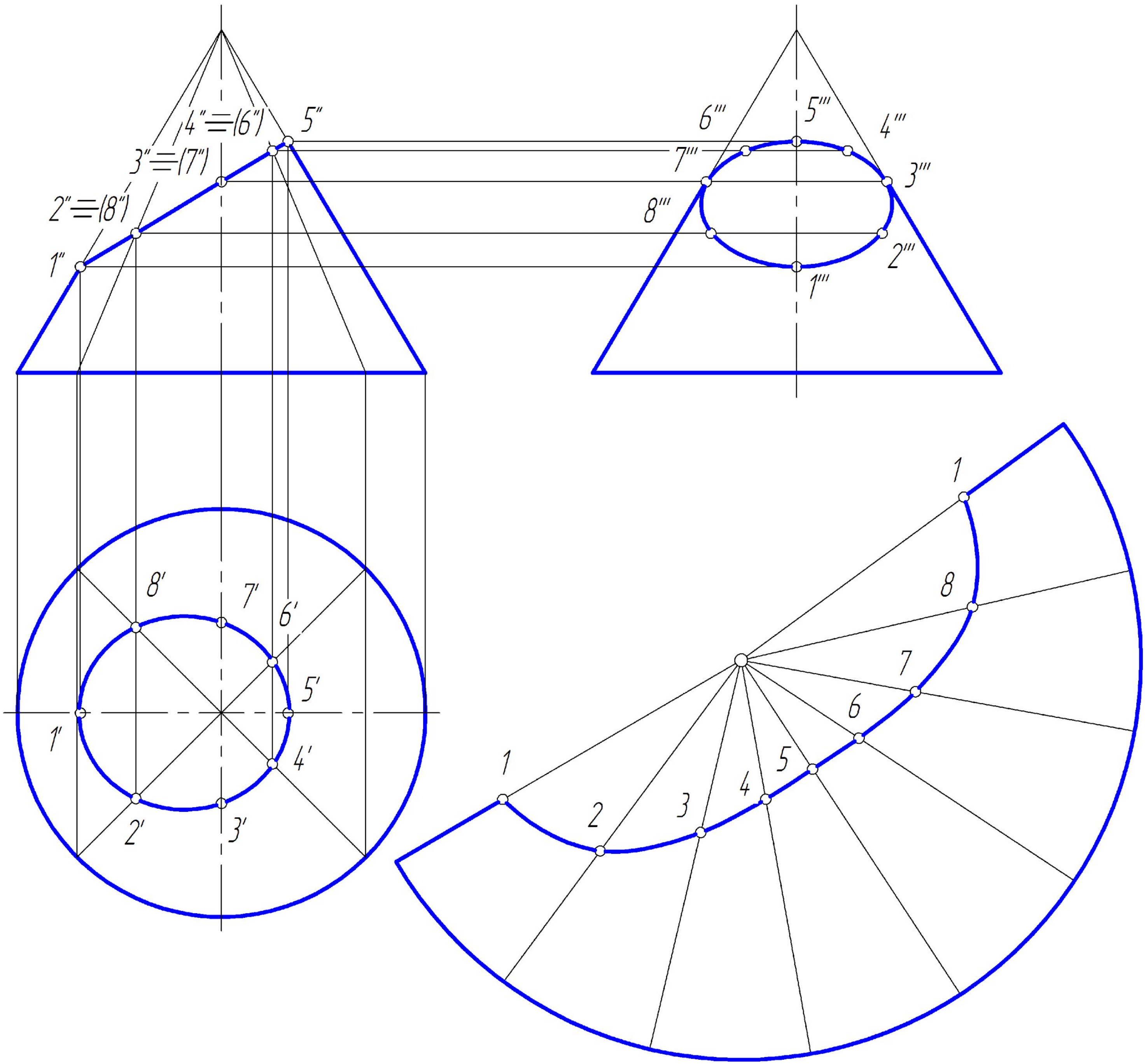


4''≡(6'')
5''
3''≡(7'')
2''≡(8'')
1''
6'''
5'''
4'''
7'''
3'''
8'''
2'''
1'''
8'
7'
6'
5'
1'
4'
2'
3'
1
8
5
1
2


4″≡(6″)
5″
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″
6‴
5‴
4‴
7‴
3‴
8‴
2‴
1‴
8′
7′
6′
5′
1′
4′
2′
3′
1
8
7
1
5
2
3



4''≡(6'')
5''
3''≡(7'')
2''≡(8'')
1''
6'''
5'''
4'''
7'''
3'''
8'''
2'''
1'''
8'
7'
6'
5'
1'
4'
2'
3'
1
8
7
6
1
5
2
3
4


4″≡(6″)
5″
3″≡(7″)
2″≡(8″)
1″
6‴
5‴
4‴
7‴
3‴
8‴
2‴
1‴
8′
7′
6′
5′
1′
4′
2′
3′
1
8
7
6
1
2
3
4
5