ИНФОРМАЦИОННО-ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭВМ

План:

1. Понятие кодирования информации
2. Двоичное кодирование
3. Системы счисления
4. Двоичная и десятичная системы счисления
5. Восьмеричная система счисления
6. Шестнадцатеричная система счисления
7. Представление информации в различных системах счисления

1. Понятие кодирования информации

Кодирование информации - это процесс формирования определенного представления информации.

2. Двоичное кодирование

Единица измерения информации называется *бит* (bit) – сокращение от англ. слов binary digit, что означает двоичная цифра.

Вся информация, которую обработает компьютер, должна быть представлена двоичным кодом с помощью двух цифр –
0 и 1.

Эти два символа 0 и 1 принято называть *битами*.

Кодирование – преобразование входной информации в форму, воспринимаемую компьютером, т.е. двоичный код.

Декодирование – преобразование данных из двоичного кода в форму, понятную пользователю.

3. Системы счисления

Позиционные - **количественное значение каждой цифры числа зависит от того, в каком месте (позиции или разряде) записана та или иная цифра.**

Непозиционные - **количественное значение цифры числа не зависит от того, в каком месте (позиции или разряде) записана та или иная цифра.**

Количество различных символов, используемых для изображения числа в позиционных системах счисления, называется основанием системы счисления

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

4. Двоичная и десятичная системы счисления

Двоичная система счисления является основной системой представления информации в памяти компьютера.

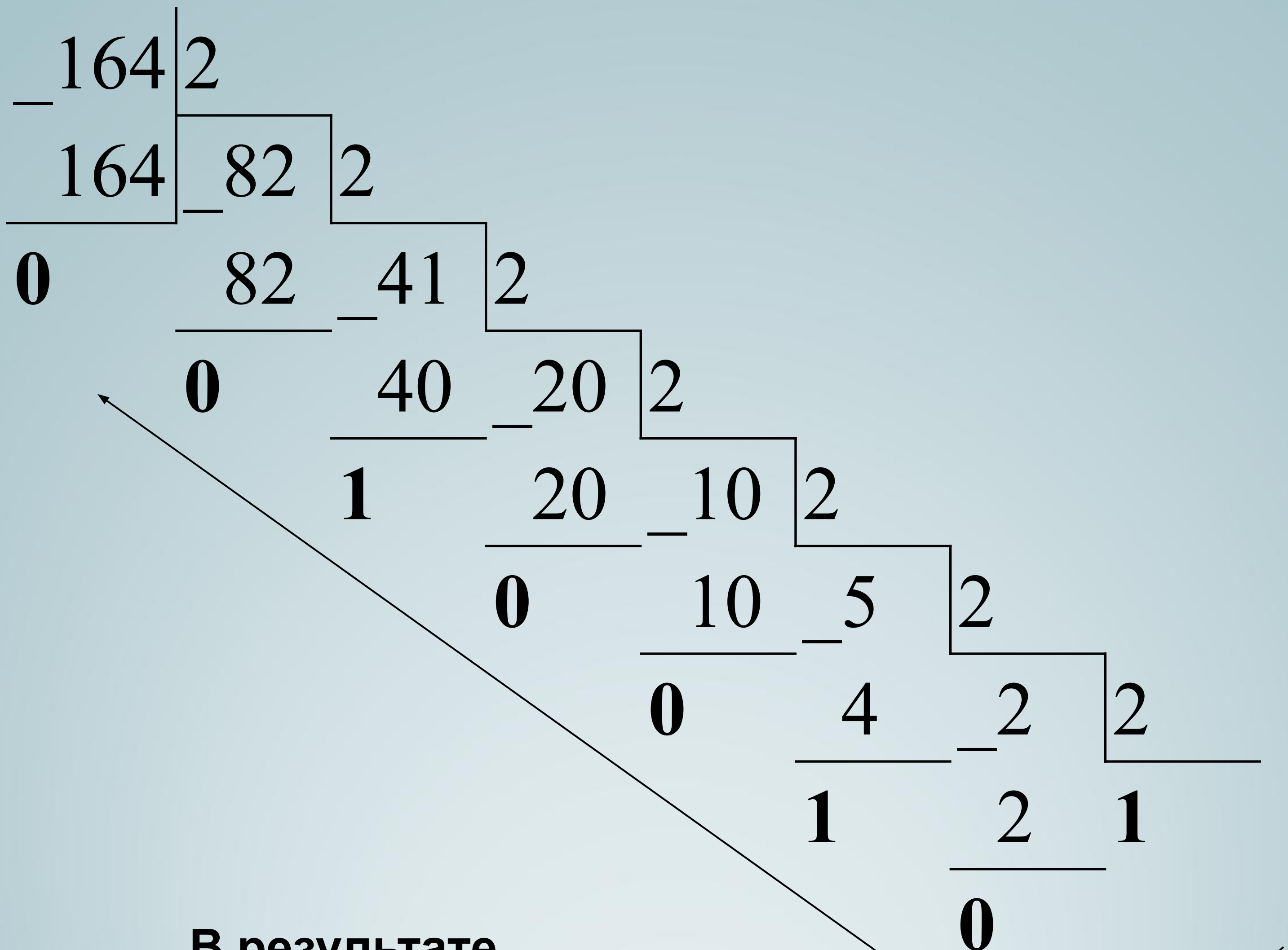
В этой системе счисления используются цифры: **0, 1.**

Правила перевода из десятичной в двоичную систему

Чтобы перевести целое число
из 10-ой в 2-ую систему
нужно выполнять последовательное
деление числа на 2 до тех пор,
пока результат не станет меньше 2.

Последний результат и остатки от
деления, взятые в обратном порядке,
дают двоичное число.

Например: $164{,}1_{10} \rightarrow [?]_2$



В результате

$$\mathbf{164_{10} = 10100100_2}$$

Перевод дробной части чисел в двоичную систему счисления выполняется последовательным умножением дробного десятичного остатка на 2. Полученные нули и единицы являются значащими цифрами двоичного числа:

запись

0,	1
0,	2
0,	4
0,	8
1,	6
1,	2
0,	4
…	

0,	385	0,	62

Самостоятельно

В результате, $0{,}1_{10} = 000110_2$

Таким образом, $164{,}1_{10} = 10100100{,}\ 00011_2$

Правила перевода из двоичной в десятичную систему

Для перевода необходимо разложить число по основанию системы счисления и посчитать результат.

Например,

5 4 3 2 1 0 -1 -2 -3 -4 -5

$100010{,}00011_2 =$

$=1*2^5+0*2^4+0*2^3+0*2^2+1*2^1+0*2^0+$

$+0*2^{-1}+0*2^{-2}+0*2^{-3}+1*2^{-4}+1*2^{-5} =$

$=32+2+1/16+1/32 \approx 34{,}110$

5. Восьмеричная система счисления

Восьмеричная система счисления является вспомогательной системой представления информации в памяти компьютера и используется для компактной записи двоичных чисел и команд.

В системе счисления с основанием 8 используются цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Основание p=8. База – цифры от 0 до 7.

Таблица соответствия цифр восьмеричной системы двоичным числам (таблица триад)

2-а	8-я	2-я	8-я
000	0	100	4
001	1	101	5
010	2	110	6
011	3	111	7

Для **восьмеричного числа** при переводе его **в двоичную систему** нужно каждую цифру представить ее двоичным эквивалентом согласно таблице.

Пример:

$567{,}23_8 = 101\ 110\ 111{,}\ 010\ 011_2$

Для **перевода двоичного числа в восьмеричную систему** необходимо:

1) разделить число по триадам от запятой вправо и влево
2) каждую триаду представить восьмеричной цифрой согласно таблице.

При необходимости слева до запятой и справа после запятой можно дописывать незначащие нули.

Пример:

$1110100,111101_2$=001 110 100, 111 101_2=$164,75_8$

Для **перевода целого десятичного числа в восьмеричную систему** необходимо:

выполнить последовательное деление на 8 до тех пор, пока результат не станет меньше 8.

Последний результат и остатки, взятые в обратном порядке дадут восьмеричное число.

Пример: $986_{10}=1732_8$

−986	8		
984	−123	8	
2	120	−15	8
	3	8	1
		7	

Для **перевода восьмеричного числа в десятичную систему**

необходимо

разложить его по степеням основания системы 8 и выполнить сложение.

Пример:

$$164_{10} = 10100100_{2}$$

6. Шестнадцатеричная система счисления

Основание р=16.

База — цифры от 0 до 9 и буквы A,B,C,D,E,F.

Для перевода **целого десятичного числа в шестнадцатеричную систему** необходимо выполнить последовательное деление на 16 до тех пор, пока результат не станет меньше 16. Последний результат и остатки, взятые в обратном порядке дадут шестнадцатеричное число.

Перевод дробной части чисел в шестнадцатиричную систему счисления выполняется последовательным умножением дробного остатка на 16

Пример:

$986{,}18_{10} \rightarrow ?_{16}$

_986 | 16

976 _61 | 16

10 48 3

13

3 13 10 = 3DA

0,	18
x	16
2	88
x	16
14	08
x	16
1	28
x	16
4	48
x	16
7	68

Результат: $0{,}18_2 = 2E147_{16}$

Таким образом: $986{,}18_{10} = 3DA{,}2E147_{16}$

Таблица соответствия цифр шестнадцатеричной системы двоичным числам (таблица тетрад)

2-а	16-я	2-я	16-я
0000	0	1000	8
0001	1	1001	9
0010	2	1010	A
0011	3	1011	B
0100	4	1100	C
0101	5	1101	D
0110	6	1110	E
0111	7	1111	F

Для перевода **шестнадцатеричного числа в двоичную систему** нужно: каждую цифру представить ее двоичным эквивалентом согласно таблице.

Пример:

$56{,}A8_{16}=101\ 0110,\ 1010\ 1000_{2}$

Для перевода **двоичного числа в шестнадцатеричную систему** необходимо

разделить число по тетрадам от запятой вправо и влево и каждую тетраду представить шестнадцатеричной цифрой согласно таблице.

При необходимости слева до запятой и справа после запятой можно дописывать незначащие нули.

Пример:

$111\ 0100\ 1110\ 0111,1101_2 = 74E7,D_{16}$.

Для перевода **шестнадцатеричного числа в десятичную систему** необходимо разложить его по степеням основания системы 16 и выполнить сложение.

Пример:

$$164_{10} = 10100100_2$$

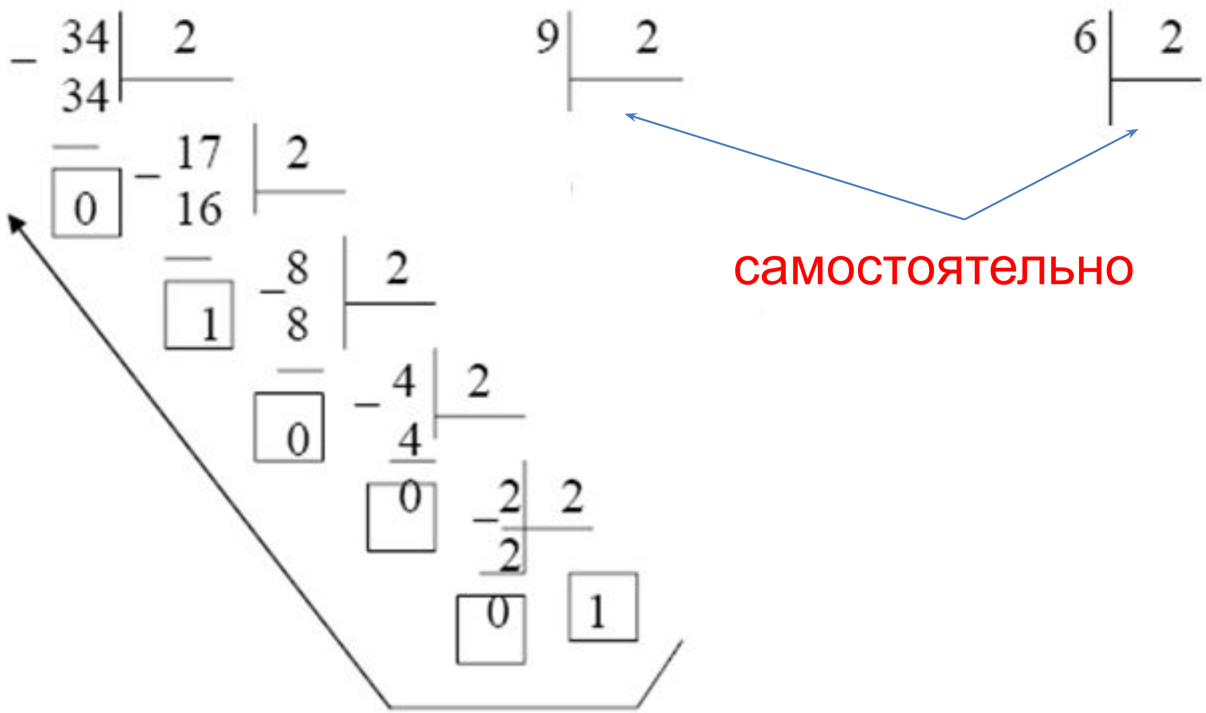
7. Представление информации в различных системах счисления

Чтобы перевести десятичное число в соответствующее число другой системы счисления, необходимо целую часть этого числа последовательно делить на основание новой системы счисления, а дробную часть соответственно умножать на это же основание.

Полученные промежуточные результаты от деления (или умножения) будут являться значащими цифрами преобразованного числа

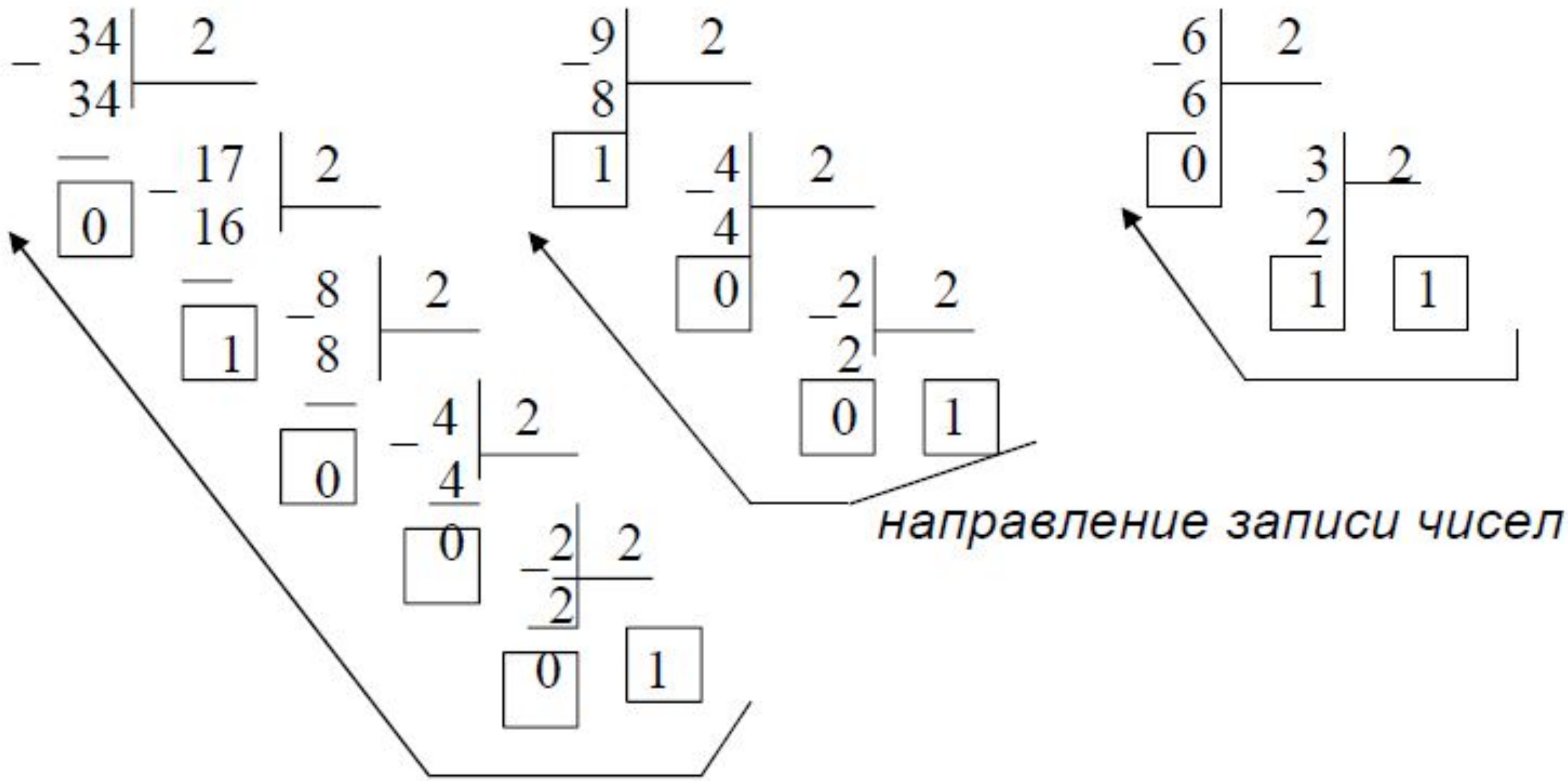
Пример1.1. Перевести десятичные числа $A = 34,1$; $B = 9,385$ и $C = 6,62$ в двоичную систему счисления и выполнить обратное преобразование.

Переведем целую часть чисел в двоичную систему счисления:



Полученное двоичное число записывается в виде остатков – единиц и нулей (они обведены). Запись выполняется в обратном порядке, справа налево.

Таким образом, $34_{10} = 100010_2$; $9_{10} = \ \ _2$; $6_{10} = \ \ _2$



Полученное двоичное число записывается в виде остатков – единиц и нулей (они обведены). Запись выполняется в обратном порядке, справа налево.

Таким образом, $34_{10} = 100010_2$; $9_{10} = 1001_2$; $6_{10} = 110_2$

Перевод дробной части чисел в двоичную систему счисления выполняется последовательным умножением дробного десятичного остатка на 2. Полученные нули и единицы являются значащими цифрами двоичного числа:

0,	1
0,	2
0,	4
0,	8
1,	6
1,	2
0,	4
…	

запись

0,	385
…	

самостоятельно

0,	62
…	

самостоятельно

Таким образом: $0{,}1_{10} = 0{,}000110_2\ldots \approx 0{,}00011_2$

$0{,}385_{10} = \quad _2\ldots \approx \quad _2$

$0{,}62_{10} = \quad _2\ldots \approx \quad _2$

В итоге получим:

$A = 34{,}1_{10} = 100010{,}00011_2$

$B = 9{,}385_{10} = \quad _2$

$C = 6{,}62_{10} = \quad _2$

запись

0,	1
0,	2
0,	4
0,	8
1,	6
1,	2
0,	4
...	

0,	385
0,	770
1,	540
1,	080
0,	160
0,	320
0,	640
...	

0,	62
1,	24
0,	48
0,	96
1,	92
1,	84
1,	68
...	

Таким образом: $0{,}1_{10} = 0{,}000110_2\ldots \approx 0{,}00011_2$

$0{,}385_{10} = 0{,}011000_2\ldots \approx 0{,}011_2$

$0{,}62_{10} = 0{,}100111_2\ldots \approx 0{,}100111_2$

В итоге получим:

$A = 34{,}1_{10} = 100010{,}00011_2$

$B = 9{,}385_{10} = 1001{,}011_2$

$C = 6{,}62_{10} = 110{,}100111_2$

Выполним обратное преобразование:

$$A = 100010{,}00011_2 = 1*2^5+0*2^{4+}0*2^3+0*2^2+1*2^1+0*2^0+$$
$$+0*2^{-1}+0*2^{-2}+0*2^{-3}+1*2^{-4}+1*2^{-5} = 32+2+1/16+1/32 \approx 34{,}1_{10}$$

$B =$ самостоятельно

$C =$ самостоятельно

Выполним обратное преобразование:

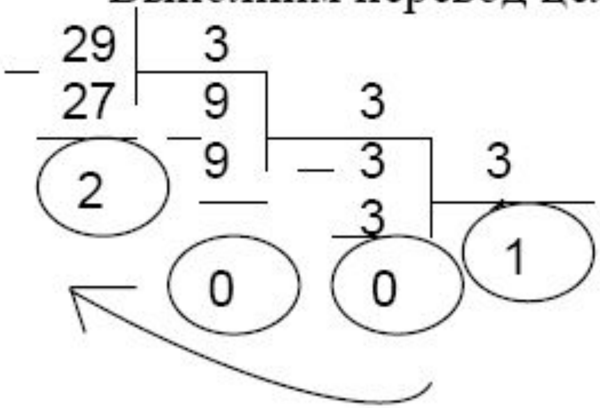
$A = 100010{,}00011_2 = 1*2^5+0*2^{4+}0*2^3+0*2^2+1*2^1+0*2^0+$
$+0*2^{-1}+0*2^{-2}+0*2^{-3}+1*2^{-4}+1*2^{-5} = 32+2+1/16+1/32 \approx 34{,}1_{10}$

$B = 1001{,}011000_2 = 1*2^3+0*2^2+0*2^1+1*2^0+0*2^{-1}+1*2^{-2}+$
$+1*2^{-3} = 8+1+1/4+1/8 \approx 9{,}385_{10}$

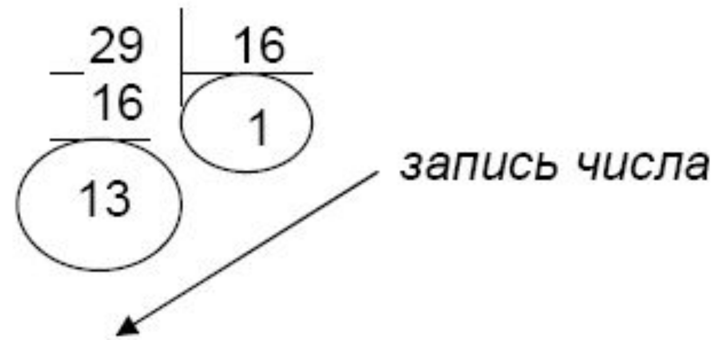
$C = 110{,}100111_2 = 1*2^2+1*2^1+0*2^0+1*2^{-1}+0*2^{-2}+0*2^{-3}+$
$+1*2^{-4}+1*2^{-5}+1*2^{-6} = 4+2+1/2+1/16+1/32+1/64 \approx 6{,}62_{10}$

Пример1.2. Перевести десятичное число 29,18 в троичную и шестнадцатеричную систему счисления.

Выполним перевод целой части:



Отсюда $29_{10} = 1002_3$



Поэтому: $29_{10} = 1D_{16}$

Здесь D – это число 13 в шестнадцатеричной системе счисления (см. далее таблицу тетрад).

Переведем дробную часть чисел в троичную и шестнадцатеричную системы счисления, умножая соответственно на 3 или на 16 только дробный остаток:

$$\begin{array}{l|l} 0, & 18 \\ \times & \;\;3 \\ \hline \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l|l} 0, & 18 \\ \times & 16 \\ \hline \end{array}$$

самостоятельно

Таким образом, после преобразований окончательно получим:

$29{,}18_{10} \approx \qquad {}_{3} \approx \qquad {}_{16}$

Переведем дробную часть чисел в троичную и шестнадцатеричную системы счисления, умножая соответственно на 3 или на 16 только дробный остаток:

$$
\begin{array}{r|l}
0, & 18 \\
\times & 3 \\ \hline
0 & 54 \\
\times & 3 \\ \hline
1 & 62 \\
\times & 3 \\ \hline
1 & 86 \\
\times & 3 \\ \hline
2 & 58 \\
\times & 3 \\ \hline
1 & 74 \\
\times & 3 \\ \hline
2 & 22
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
0, & 18 \\
\times & 16 \\ \hline
2 & 88 \\
\times & 16 \\ \hline
14 & 08 \\
\times & 16 \\ \hline
1 & 28 \\
\times & 16 \\ \hline
4 & 48 \\
\times & 16 \\ \hline
7 & 68
\end{array}
$$

Таким образом, после преобразований окончательно получим:
$29,18_{10} \approx 1002,011212_3 \approx 1D,2E147_{16}$.

<u>Примечание:</u> здесь E – это число 14 в шестнадцатеричной системе – (см. таблицу тетрад).

Проверка результата показывает, что преобразования выполнены верно:

$$1002{,}011212_3 = 1\cdot3^3 + 0\cdot3^2 + 0\cdot3^1 + 2\cdot3^0 + 0\cdot3^{-1} + 1\cdot3^{-2} + 1\cdot3^{-3} + 2\cdot3^{-4} + 1\cdot3^{-5} + 2\cdot3^{-6} = 27 + 0 + 2 + 0 + 0 + 1/9 + 2/81 + 1/243 + 2/729 \approx 29{,}18_{10};$$

$1D{,}2E147_{16} =$ самостоятельно

Проверка результата показывает, что преобразования выполнены верно:

$1002{,}011212_3 = 1\cdot3^3 + 0\cdot3^2 + 0\cdot3^1 + 2\cdot3^0 + 0\cdot3^{-1} + 1\cdot3^{-2} + 1\cdot3^{-3} + 2\cdot3^{-4} + {}$
$+1\cdot3^{-5} + 2\cdot3^{-6} = 27 + 0 + 2 + 0 + 0 + 1/9 + 2/81 + 1/243 + 2/729 \approx 29{,}18_{10}$;

$1D{,}2E1479_{16} = 1\cdot16^1 + 13\cdot16^0 + 2\cdot16^{-1} + 14\cdot16^{-2} + 1\cdot16^{-3} + 4\cdot16^{-4} + {}$
$+7\cdot16^{-5} + +9\cdot16^{-6} = 16 + 13 + 1/8 + 14/256 + 1/4096 + \ldots \approx 29{,}18_{10}$.

Пример1.3. Выполнить следующие преобразования:

$107{,}1_8 \;\rightarrow\; [?]_7 \;\rightarrow\; [?]_{12}$

Для сопоставления чисел воспользуемся десятичной системой счисления:

1) $107{,}1_8 = 1\cdot 8^2 + 0\cdot 8^1 + 7\cdot 8^0 + 1\cdot 8^{-1} = 64 + 0 + 7 + 1/8 = 71{,}125_{10}$

$$\begin{array}{r|l|l}
-71 & 7 & \\
\hline
70 & -10 & 7 \\
\hline
1 & 7 & 1 \\
 & 3 &
\end{array}$$

2)

$$\begin{array}{r|r}
0, & 125 \\
\times & 7 \\
\hline
0 & 875 \\
\times & 7 \\
\hline
6 & 125 \\
\times & 7 \\
\hline
0 & 875 \\
\dots & \dots
\end{array}$$

Таким образом:

$71{,}125_{10} \approx$

$\approx 131{,}0606_7$

3)

$-$71	12
60	5
11	

0,	125
x	12
1	500
x	12
6	000

то есть: $131,060_7 \approx 5B,16_{12}$

Выполнить преобразование самостоятельно

$17{,}72_{9} \rightarrow [?]_{4} \rightarrow [?]_{7} \rightarrow [?]_{12}$

Пример 1.4. Используя таблицы триад и тетрад (табл. 1.1 и 1.2), выполнить кодирование числовой информации:

а) $62{,}324_8 \rightarrow [?]_2 \rightarrow [?]_{16}$;

б) $11011{,}10_2 \rightarrow [?]_8 \rightarrow [?]_{16}$; *в)* $4BD1{,}13_{16} \rightarrow [?]_2 \rightarrow [?]_8$.

Таблица 1.1 – Таблица триад

Двоичные коды	000	001	010	011	100	101	110	111
Восьмеричные коды	0	1	2	3	4	5	6	7

Таблица 1.2 – Таблица тетрад

Двоичные коды	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Шестнадцатеричные коды	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

Разъяснение: с помощью этих специальных таблиц преобразование информации осуществляется путем прямого сопоставления разрядов чисел в различных системах счисления. Для удобства кодирования слева в целой части числа и справа в его дробной части рекомендуется дописывать нули, что не изменяет значения числового выражения.

а) $62{,}324_8 = 110010{,}011010100_2 = 110010{,}0110101_2 =$

$= 00110010,\ 01101010_2 = 32{,}6A_{16}$;

б) $11011{,}10_2 = 011011{,}100_2 = 33{,}4_8 = 00011011{,}1000_2 = 1B{,}8_{16}$;

в) $4BD1{,}13_{16} = 0100101111010001{,}00010011_2 =$

$= 000100101111010001{,}000100110_2 = 45721{,}046_8$.

Пример 1.5. Выполните преобразование

$46_8+31_4*1201_3=?_9$

1) для сопоставления чисел используем десятичную систему счисления:

$46_8=4*8^1+6*8^0=32+6=38_{10}$

$31_4=3*4^1+1*4^0=12+1=13_{10}$

$1201_3=1*3^3+2*3^2+0*3^1+1*3^0=27+18+0+1=46_{10}$

2) вычислим:

$38_{10}+13_{10}*46_{10}=636_{10}$

3) преобразуем в девятичное число:

$$\begin{array}{r|l} 636 & 9 \\ \hline \end{array}$$

636 | 9
630 | 70 | 9
6 | 63 | **7**
7

$636_{10}=776_9$

Проверка:

$7*9^2+7*9^1+6*9^0=567+63+6=\underline{636}$

Выполнить преобразование самостоятельно

$$33_6 + 241_5 : 1210_3 = [\ ?\ ]_{16}$$

Пример 1.5. Даны двоичные числа 1000,1 и 10,01. Определить их сумму, разность, произведение и частное от деления в двоичных кодах.

$$\begin{array}{r} 1000{,}1 \\ +\ \ 10{,}01 \\ \hline 1010{,}11 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \dot{1}\dot{0}0\dot{0}{,}10 \\ -\ \ 10{,}01 \\ \hline 110{,}01 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1000{,}1 \\ \times\ \ 10{,}01 \\ \hline +\ \ 1\,0001 \\ 1000\,1 \\ \hline 1001{,}1001 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{r} 100010 \\ -1001 \\ \hline 10000 \\ -1001 \\ \hline 1110 \\ -1001 \\ \hline 1010 \\ -1001 \\ \hline 10000 \\ -1001 \\ \hline 111 \\ \ldots \end{array} & \begin{array}{l} 1001 \\ \hline 11{,}100011\ldots \end{array} \end{array}$$

Таким образом, при выполнении данных преобразований следует иметь в виду, что значение 1 + 1 в двоичных кодах соответствует двоичному числу 10, и если производится поразрядное суммирование, то записывается 0, а значение «1» переносится в старший разряд.

При вычитании из 0 числа 1, необходимо занять единицу в старшем разряде. Для удобства расчетов, при вычитании, рекомендуется проставлять точки над нулями вплоть до ближайшей единицы. При этом точка над 1 или 0 «превращает» их соответственно в 0 и 1, то есть инвертирует значение.