

Государственный университет  
«Дубна»  
Факультет естественных и  
инженерных наук  
Кафедра Ядерной физики

**Специальный семинар по физике ядра и ядерным реакциям**

Юненко К.  
Е.

**Взаимодействие заряженных частиц со средой**

2017

# Вопрос 11. Взаимодействие заряженных частиц со средой.

- Потери энергии на ионизацию и возбуждение атомов.
- Пробеги заряженных частиц.

# Потери энергии на ионизацию и возбуждение атомов

При прохождении через вещество частица тратит кинетическую энергию на возбуждение и ионизацию атомов той среды, через которую она проходит.

Пусть  $ze$  – заряд частицы,  $v$  – её скорость ( $M \gg m_e$ ) – расстояние от центра атома до одного электрона, где  $M$  – масса частицы,  $m_e$  – масса электрона,  $-e$  – его заряд.

Можно считать, что взаимодействие происходит на участке, равном  $2\rho$ .

$$\Delta t = 2\rho / v$$

$$\Delta p_{\perp} = 2ze^2 / \rho v$$

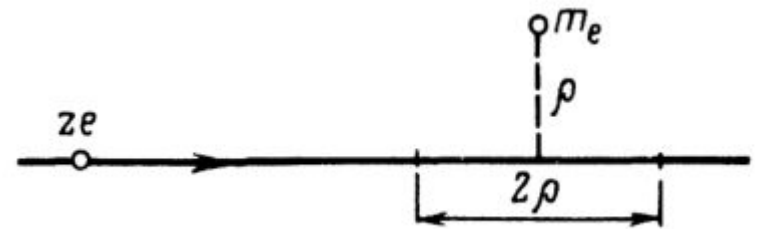
Соответствующая кинетическая энергия, которую теряет частица:

Для учёта взаимодействия со всеми имеющимися электронами выстраивается цилиндрический слой, где  $\rho$  – его радиус,  $d\rho$  – толщина,  $dx$  – высота,  $n_e$  – плотность электронов.

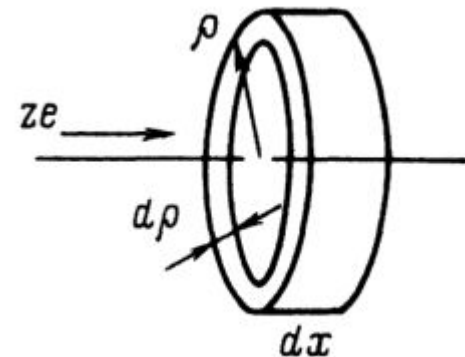
Число электронов в этом слое:  $\frac{4\pi n_e z^2 e^2}{m_e v^2} \left(\frac{d\rho}{\rho}\right) dx$

Тогда потери энергии на

Взаимодействие частицы с электроном



Взаимодействие частицы с цилиндрическим слоем электронов



# Потери энергии на ионизацию и возбуждение атомов

Полная удельная потеря энергии при интегрировании в пределах от  $\rho_{\min}$  до  $\rho_{\max}$  :

$$\frac{dT}{dx} = \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \frac{dT}{dx}(\rho) d\rho = \frac{4\pi n_e z^2 e^4}{m_e v^2} \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}}$$

Условие для  $\rho_{\min}$  :

$$\Delta T_{\max} = (2z^2 e^4 / (m_e v^2)) (1 / \rho_{\min}) = 2m_e v^2$$

$$\rho_{\min} = z e^2 / (m_e v^2)$$

$\rho_{\max}$  связано со значением среднего ионизационного потенциала.

Также при вычислении  $\int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}}$  следует учесть релятивистские эффекты, такие как: возрастание максимальной передаваемой энергии, потери на излучение Вавилова-Черенкова и другие.

# Потери энергии на ионизацию и возбуждение атомов

Таким образом, точный подсчет даёт следующую формулу для тяжёлой заряженной частицы при энергиях  $I \ll (M/m_e)Mc^2$

$$\left(-\frac{dT}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{4\pi n_e z^2 e^4}{m_e v^2} \left( \ln \frac{2m_e v^2}{I} - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 - \delta - U \right)$$

Где  $\bar{I} = (13,5Z)1,6 * 10^{-12}$  - средний ионизационный потенциал атомов поглощающего вещества  $\beta = v/c$

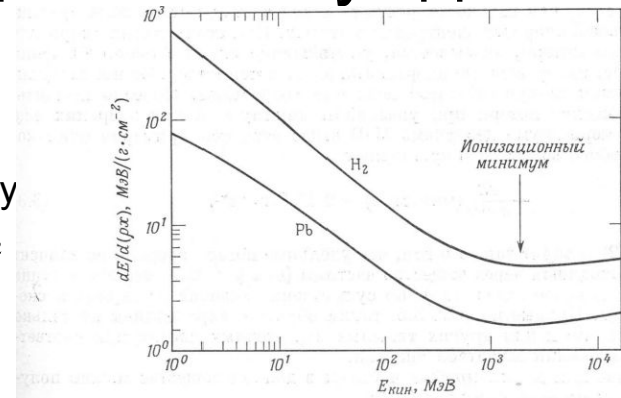
$\delta$  и  $U'$  - члены, учитывающие эффект плотности и связанность K- и L- электронов.

Ниже ионизационного минимума наблюдается такая зависимость:

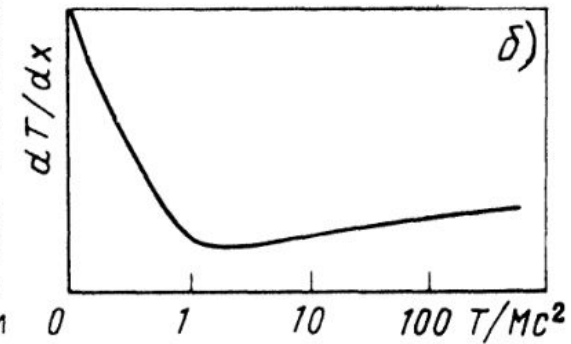
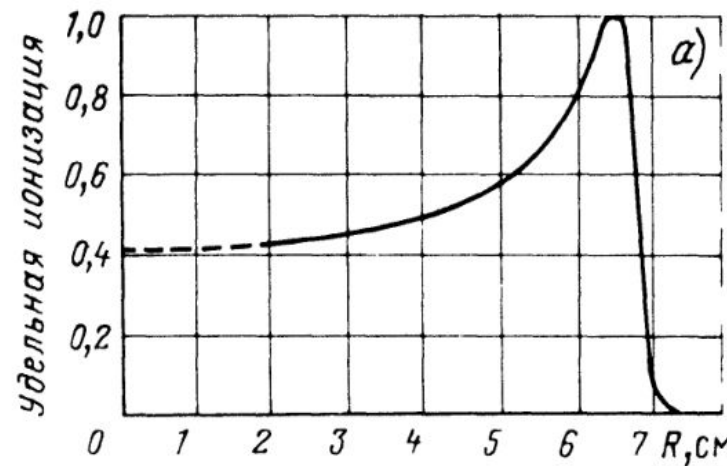
$$dT/dx \sim z^2 n_e \varphi(v)$$

Удельные потери энергии:

$$\frac{dE}{d(\rho x)} = \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}$$



Фиг. 3.5. Зависимость удельных потерь энергии  $dE/d(\rho x)$  протонов в водороде и свинце от их кинетической энергии.



# Потери энергии на ионизацию и возбуждение атомов

Для электронов формула выглядит несколько иначе:

$$\left(-\frac{dT}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{2\pi n_e e^4}{m_e v^2} \left( \ln \frac{T_e m_e v^2}{2I^2 (1-\beta)^2} - \ln 2(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) + 1 - \beta^2 + 1/8(1 - \sqrt{1-\beta^2})^2 - \delta \right)$$

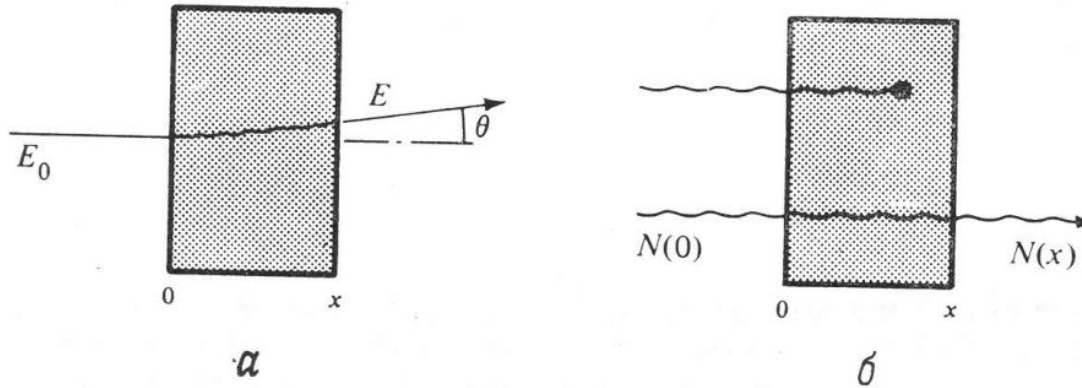
Где  $T_e$  - релятивистская кинетическая энергия электрона,  $n_e$  - плотность электронов в среде,  $\delta$  - поправка

на эффект плотности.

Причём, при энергиях электронов превышающих критическую энергию, большую роль начинает играть тормозное излучение, а не эффект плотности.

$$E_{\text{кр}} \approx \frac{600 \text{ МэВ}}{Z}$$

# Пробеги заряженных частиц



Фиг. 3.1. Прохождение хорошо коллимированного пучка через слой вещества. *a* — каждая частица испытывает много столкновений; *b* — частица проходит через слой, не взаимодействуя с ним, или же поглощается данным слоем вещества.

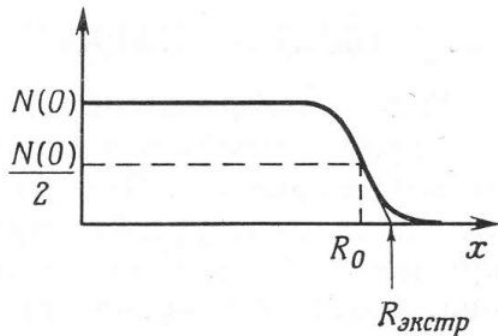
Случай *a* соответствует прохождению тяжёлой заряженной частицы, в то время, как случай *b* соответствует прохождению фотонов через вещество (электроны же являются промежуточным случаем).

# Большое число слабо отклоняющихся взаимодействий

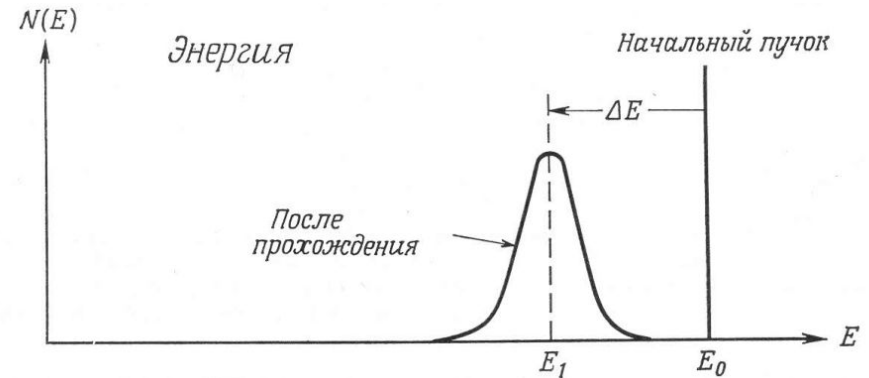
Множество взаимодействий во время прохождения частицей вещества приводят к потере энергии и отклонению траектории частицы. Вследствие этого пучок, входящий в вещество, перестаёт быть моноэнергетическим и становится расходящимся.

Вплоть до некоторой определённой толщины поглощающего слоя вещества через него проходят почти все частицы пучка свободно. При увеличении толщины отдельные частицы начинают застревать. При достижении толщины  $R_0$

(средняя длина пробега) половина частиц поглощаются. В конечном итоге поглощаются



$N(x)$  – число частиц пучка, прошедших через слой  $x$ ,  
 $R_{\text{эстр}}$  – экстраполированная длина пробега



Фиг. 3.2. Распределения по энергиям и углам частиц в пучке тяжелых заряженных частиц до и после прохождения ими поглощающего слоя.

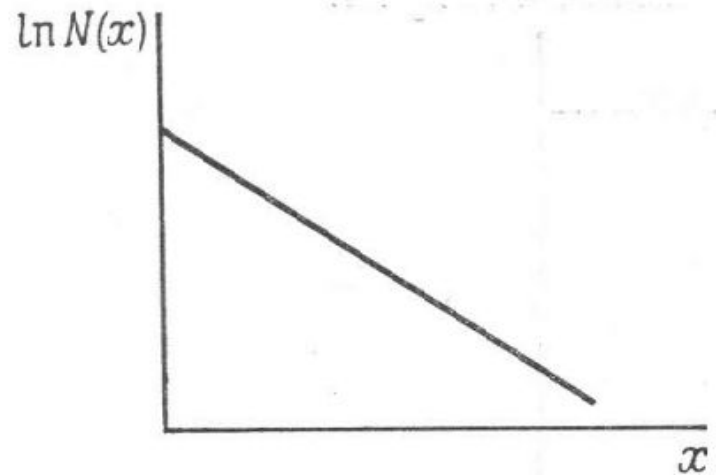


# Взаимодействие типа «всё или ничего»

Данный тип взаимодействия характеризуется тем, что проходящая частица либо поглощается веществом, либо свободно проходит через него, не меняя энергию и направления. Для каждого элементарного слоя число частиц, испытавших взаимодействие, пропорционально числу падающих частиц. Получаем:

$$\frac{dN}{dx} = -N(x)\mu$$
$$N(x) = N(0)e^{-\mu x}$$

где  $\mu$  - коэффициент поглощения,  $\lambda = 1/\mu$   
Можно определить также величину, называемую средней длиной свободного пробега.



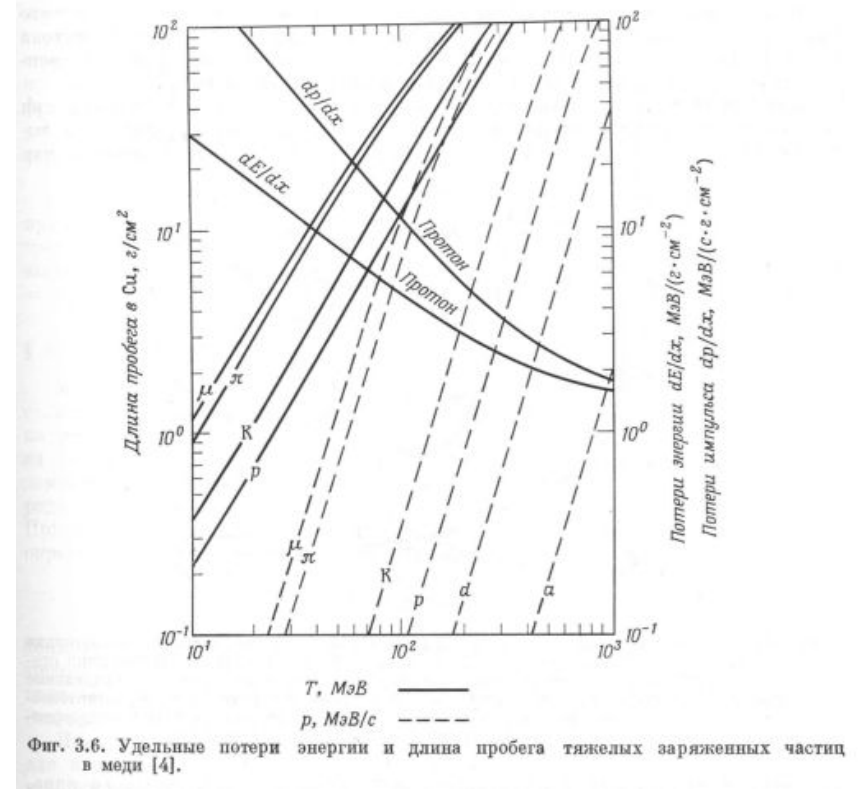
**Фиг. 3.4.** Число прошедших частиц  $N(x)$  убывает экспоненциально с увеличением толщины поглощающего слоя  $x$ , когда происходит взаимодействие типа «все или ничего».

# Пробеги заряженных частиц

При интегрировании формулы Бете-Блоха получаем выражение для длины пробега частицы в веществе:

$$R = \int_{T_0}^0 \frac{dT}{(dE/dx)}$$

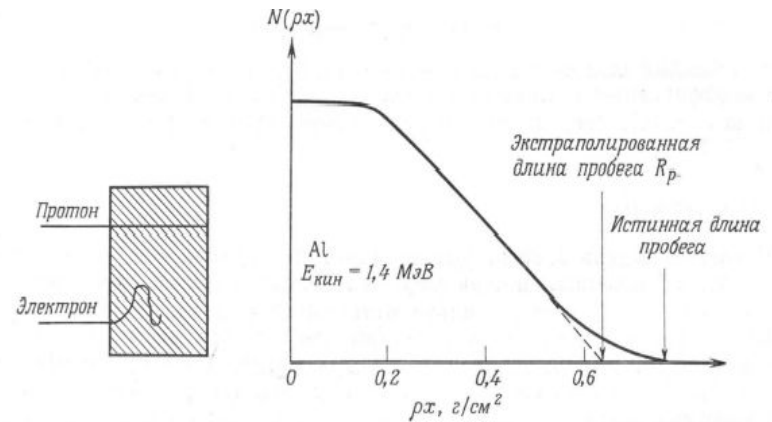
Где  $T_0$  - начальное значение кинетической энергии тяжёлой заряженной частицы.



# Электроны

Ионизационная область ( $E < E_{кр}$ ):

Поведение электронов в этой области существенно отличается от поведения тяжёлой частицы, что обусловлено малой массой электрона.



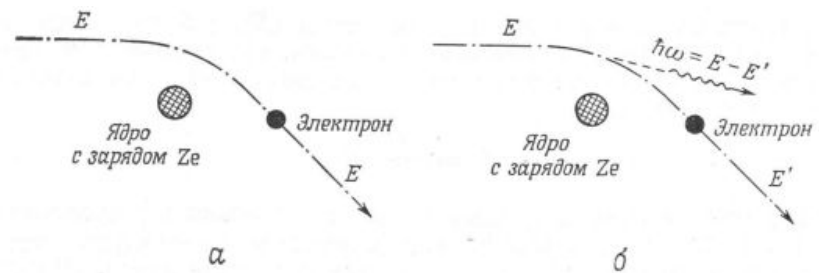
Фиг. 3.8. Прохождение протонов и электронов, обладающих одной и той же полной длиной пробега, через поглотитель. Справа проведена зависимость  $N(x)$  от  $x$  для электронов.

Радиационная область ( $E > E_{кр}$ ):

Когда электрон пролетает мимо заряженной частицы, он испытывает кулоновское рассеяние, начинает ускоряться (замедляться) и излучать. Это излучение называют тормозным.

Число фотонов с энергией между  $\omega$  и  $\omega + d\omega$

$$N(\omega)d\omega \sim Z^2 \frac{d\omega}{\omega}$$



Фиг. 3.9. Кулоновское рассеяние. а — упругое рассеяние; б — ускоренно движущийся электрон излучает и передает энергию испускаемым фотонам (тормозное излучение).

# Электроны. Радиационная область

Расстояние, на котором энергия электрона уменьшится в  $e$  раз, называется радиационной длиной и обозначается  $X_0$ . Потери энергии на излучение при больших энергиях электронов

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} \approx \frac{E}{X_0}$$

или

$$E = E_0 e^{-x/X_0}$$

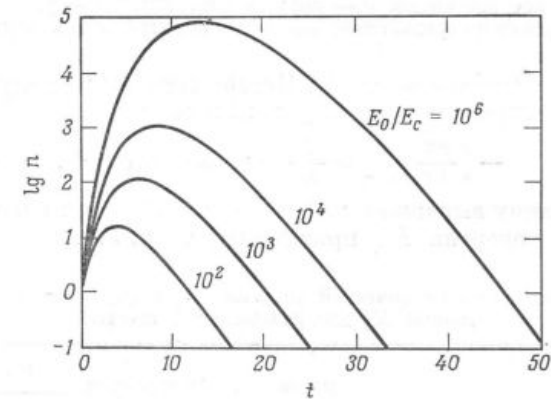
Испущенные фотоны обладают энергией большей 1МэВ, поэтому происходит рождение электронно-позитронных пар. Из-за этого создаются каскадные ливни.

В итоге фактическая длина среднего свободного пробега будет:

$$X_p = \left(\frac{9}{7}\right) X_0$$

Значения критической энергии  $E_{\text{кр}}$  и радиационной длины  $X_0$  для различных веществ

Вещество	Z	Плотность, г/см <sup>3</sup>	Критическая энергия, МэВ	Радиационная длина	
				г/см <sup>2</sup>	см
H <sub>2</sub> (жидкость)	1	0,071	340	62,8	887
He (жидкость)	2	0,125	220	93,1	745
C	6	1,5	103	43,3	28
Al	13	2,70	47	24,3	9,00
Fe	26	7,87	24	13,9	1,77
Pb	82	11,35	6,9	6,4	0,56
Воздух		0,0012	83	37,2	30,870
Вода		1	93	36,4	36,4



Фиг. 3.10. Зависимость числа электронов  $n$ , участвующих в ливне, от толщины слоя  $t$ , измеренной в радиационных длинах [7].

# Задание

Построить в MathCAD график зависимости ионизационных потерь тяжёлых частиц от их скорости (формула Бете-Блоха).

# Литература

1. К.Н. Мухин. "Экспериментальная ядерная физика" (в трех томах), СПб., Издательство Лань, 2009.
2. Фрауэнфельдер Г. Субатомная физика. - М.: Мир, 1979