ВОЕННАЯ АКАДЕМИЯ СВЯЗИ

22 кафедра (сетей связи и систем коммутации)

Дисциплина

СЕТИ СВЯЗИ И СИСТЕМЫ КОММУТАЦИИ

Раздел 1. ТЕОРИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Тема № 1 “Потоки вызовов, нагрузка и качество обслуживания”

Занятие №4(групповое)

“Математические модели потоков телефонных вызовов”

Цели и вопросы занятия

Изучить свойства и характеристики основных математических моделей потоков телефонных вызовов

Учебные вопросы:

1. Простейший поток. Свойства и характеристики.
2. Примитивный поток. Свойства и характеристики.
3. Поток с повторными вызовами.
4. Потоки Пальма и Эрланга.

Л И Т Е Р А Т У Р А:

1.Зотов В. М. Основы теории распределения информации. – СПб.: ВАС, 2013 г.

2. Теория телетрафика / Корнышев Ю.Н., Пшеничников А. П., Харкевич А.Д. Учебник для вузов. – М.: Радио и связь, 1996 г.

Ведущая функция потока $\Lambda(0, t)$ – математическое ожидание числа вызовов, поступающих в интервале времени $[0, t)$

Параметр потока - предел отношения вероятности поступления хотя бы одного вызова за время $[t, t + \tau)$ к длине этого отрезка времени τ при $\tau \to 0$

$$\lim_{\tau \to 0} \frac{\pi_1(t, t+\tau)}{\tau} = \lambda(t)$$

Интенсивность стационарного потока μ - математическое ожидание числа вызовов, поступающих в единицу времени

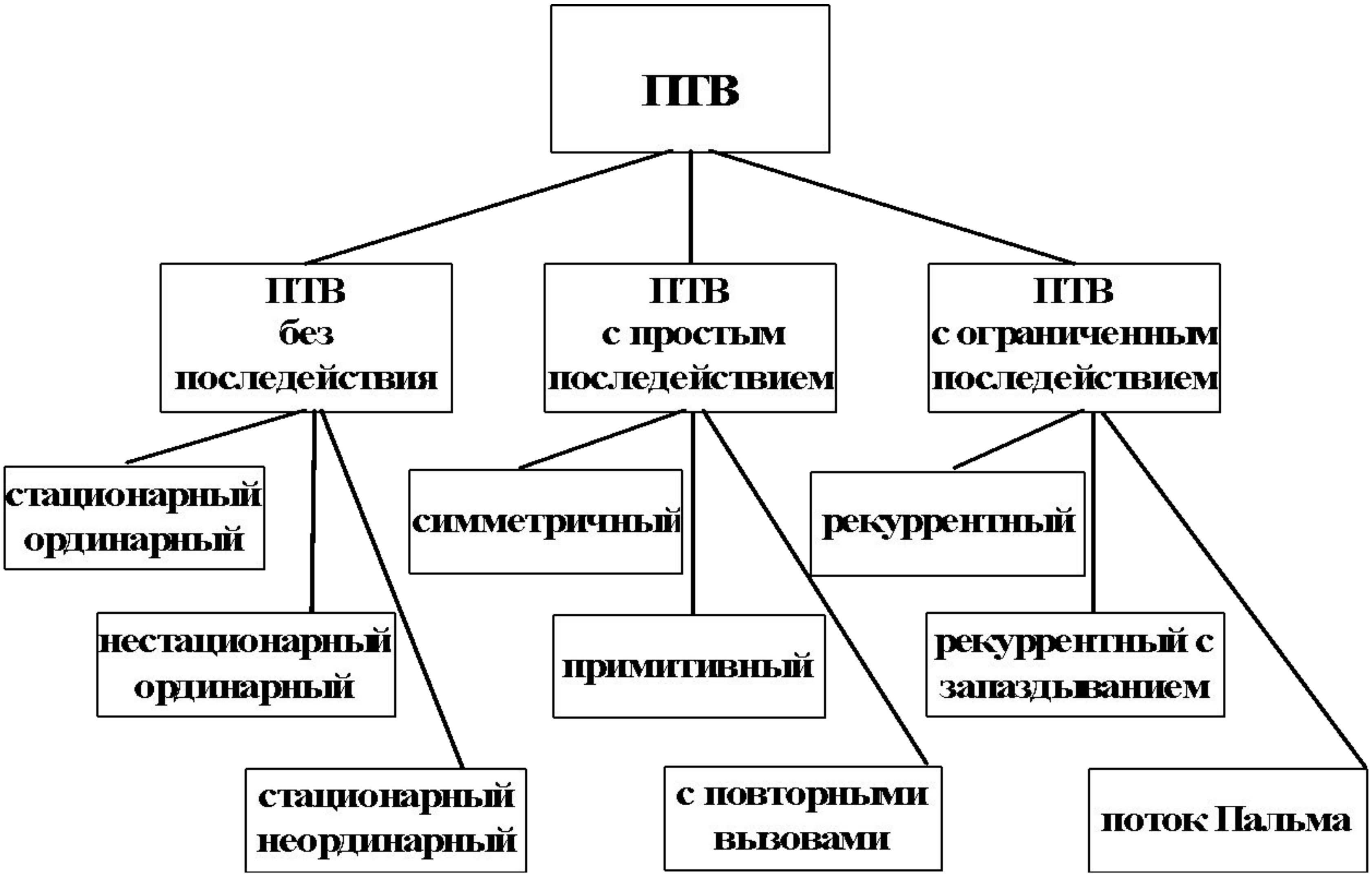
$$\Lambda(0, t) = \mu t,$$

Для нестационарных потоков:

средняя интенсивность нестационарного потока: $\overline{\mu}(t_1, t_2) = \dfrac{\Lambda(0, t_2) - \Lambda(0, t_1)}{t_2 - t_1},$

мгновенная интенсивность нестационарного потока: $\mu(t) = \lim_{t \to 0} \dfrac{\Lambda(0, t+\tau) - \Lambda(0, t)}{\tau}$

Классификация потоков вызовов



Вариант 1

1. Дайте понятие ординарности.
2. Вызовы поступают на 3, 5, 6, 9, 13, 18 и 26 единице условного времени. Отобразить графически все возможные способы задания потоков.

Вариант 2

1. Дайте понятие стационарности.
2. Какими из трех известных свойств может обладать (не обладать) поток вызовов от 10 абонентов. Ответ обосновать.

Вариант 3

1. Дайте понятие последействия.
2. Чему равна интенсивность стационарного потока вызовов, если известно, что за 4 часа поступило 64 вызова?

1. Простейший поток. Свойства и характеристики

1 вопрос

Простейшим потоком вызовов ППВ называется стационарный ординарный поток без последействия.

Поток может быть задан семейством вероятностей поступления i вызовов за время т , которые определяются по формуле Пуассона:

$$P_i(\tau) = \frac{(\lambda\,\tau)^i}{i\,!} e^{-\lambda\tau}$$

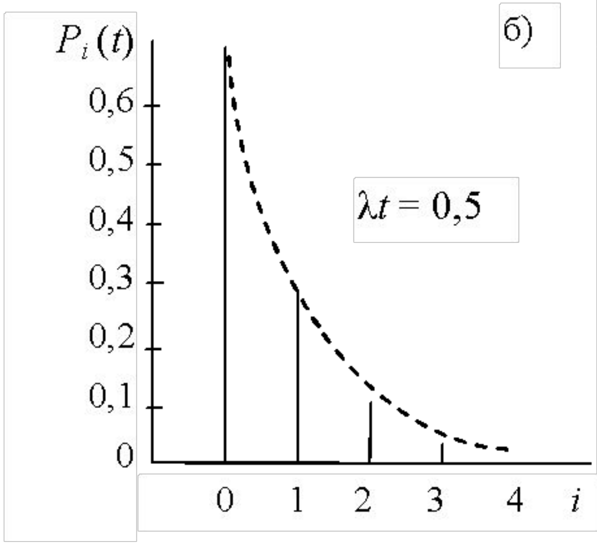
$$\mathrm{P}_i(\tau)/\mathrm{P}_{i-1}(\tau) = \lambda\tau/i$$

При $i < \lambda т$ - P_i (т) растет, при $i > \lambda т$ - P_i (т) уменьшается.

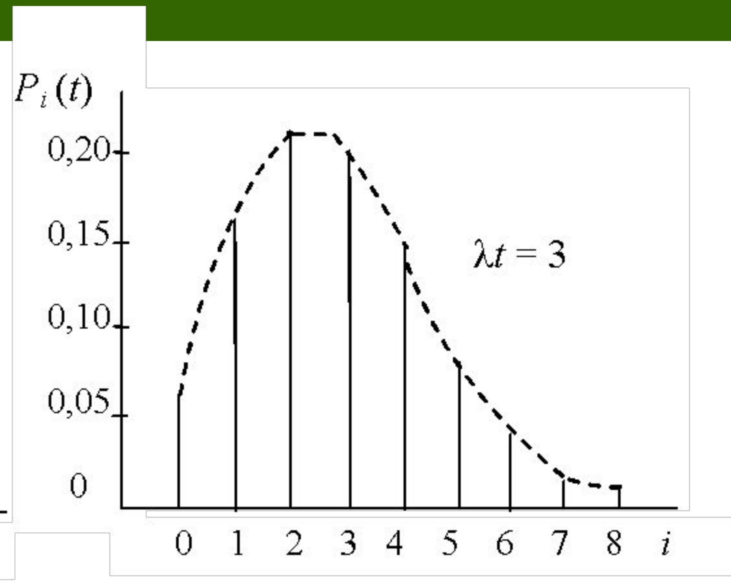
P_i (т) = max при $\lambda т = i – 1$ и при $\lambda т = i$.

1 вопрос

а)



б)

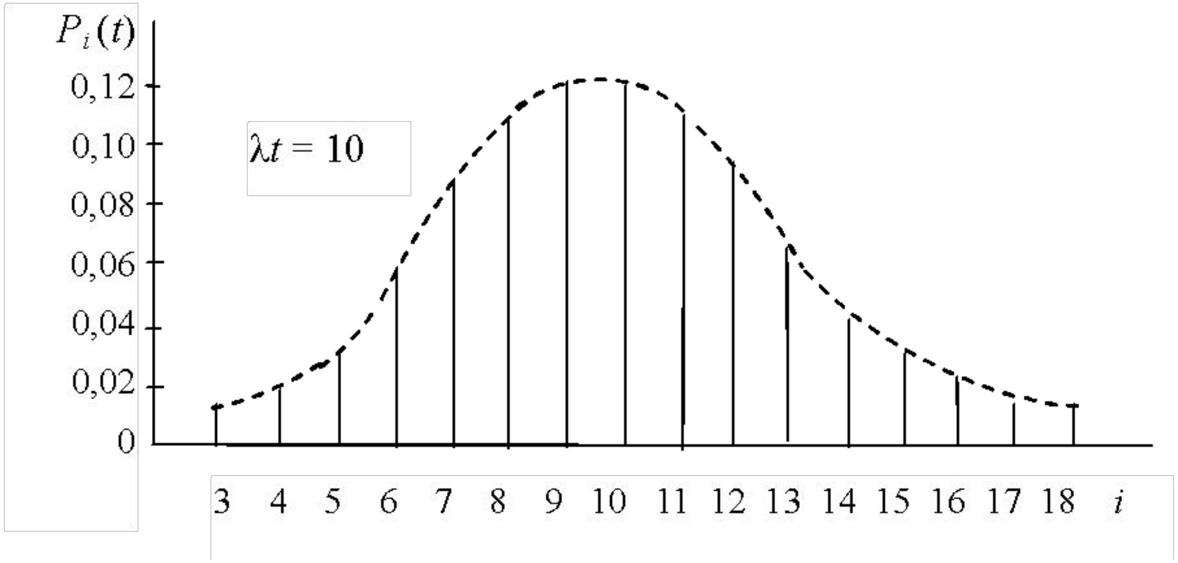


При $i < \lambda т$
- P_i(т) растет,

при $i > \lambda т$ -
P_i(т) уменьшается.

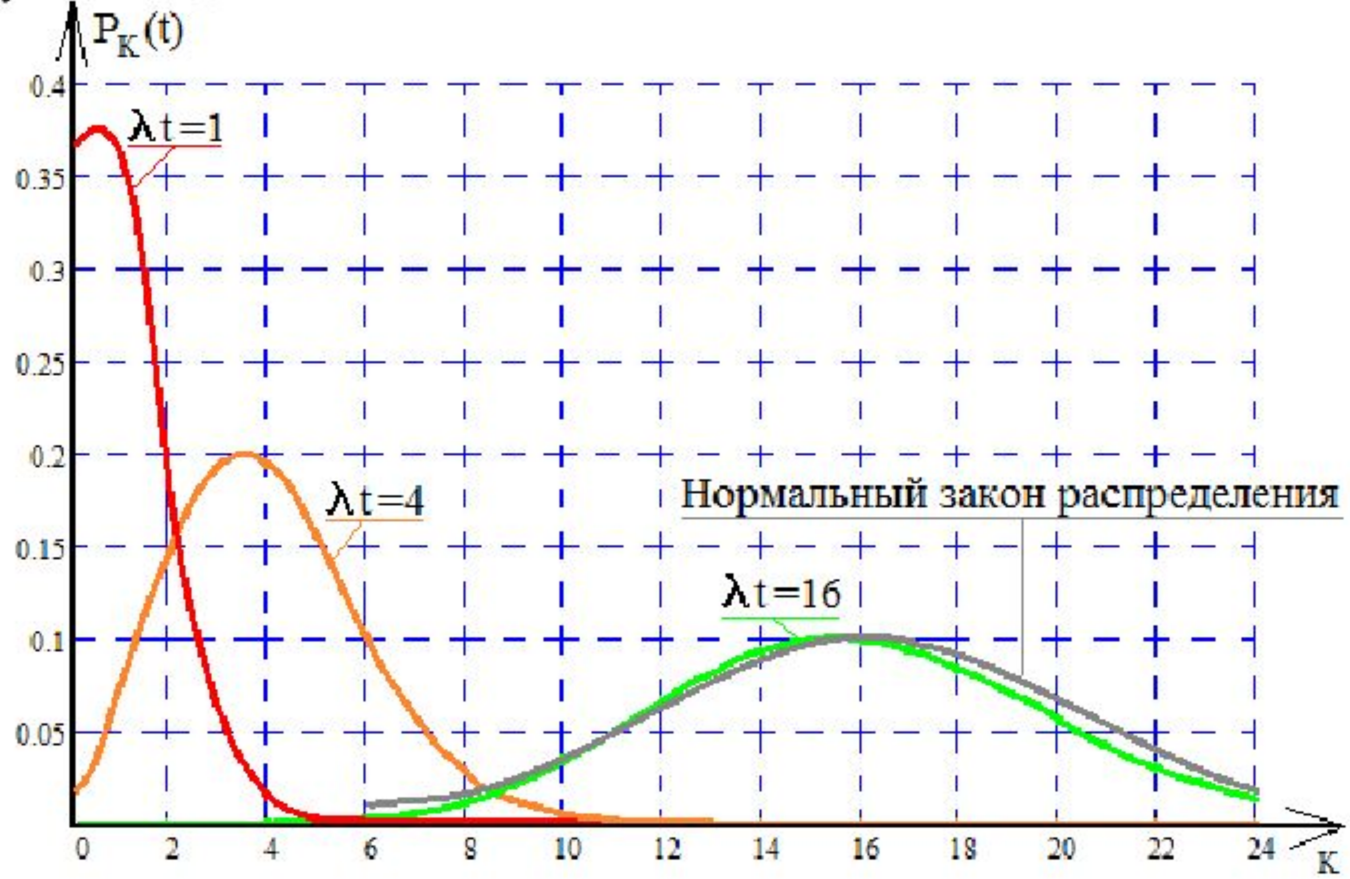
P_i(т) = max
при $\lambda т = i - 1$ и при $\lambda т = i$.

в)



1 вопрос

Огибающие распределения Пуассона при различных $\lambda \cdot t$ имеют следующий вид:



1 вопрос

Другой способ задания случайного потока - определение закона распределения вероятностей промежутков времени между вызовами.

Функция распределения *F (z)* - вероятность того, что промежуток времени между вызовами будет меньше заданного *z*

$$F(z) = P(Z < z).$$

Это равносильно вероятности $\pi_1(z)$ того, что за промежуток *z* поступит хотя бы один вызов: $P(Z < z) = 1 - P(Z > z) = 1 - \pi_0(z).$

Используя формулу Пуассона $P_i(\tau) = \frac{(\lambda\tau)^i}{i!} e^{-\lambda\tau}$, при *i=0*

получим: $$F(z) = 1 - \frac{(\lambda z)^0}{0!} e^{-\lambda z} = 1 - e^{-\lambda z}, \quad z \geq 0.$$

$$M(Z)=\int_0^{\infty} zf(z)\,\mathrm{d}z = 1/\lambda;$$

$$D(Z)=\int_0^{\infty} z^2 f(z)\,\mathrm{d}z - M^2(Z) = 1/\lambda^2; \qquad \sigma(Z)=\sqrt{D(Z)} = 1/\lambda.$$

математическое ожидание и дисперсия числа вызовов за промежуток t:

$$M(I)=\sum_{i=1}^{\infty} iP_i(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t}\sum_{i=1}^{\infty} i(\lambda t)^i/i! = \lambda t, \qquad D(I)=\lambda t.$$

При объединении независимых простейших потоков с параметрами $\lambda_1, \dots \lambda_n$ образуется общий простейший поток с параметром $\lambda_1 + \dots \lambda_n$

При разъединении поступающего простейшего потока с параметром λ на n направлений, поток i-го направления также будет простейшим.

2. Примитивный поток. Свойства и характеристики.

1 вопрос

Примитивным называется поток с простым последействием, параметр которого зависит только от числа свободных источников вызовов и прямо пропорционален их числу, т. е.

$$\lambda_i = (S - i)\,\alpha,$$

α – параметр потока вызовов от одного свободного источника.

Среднее значение параметра: $\lambda = \sum_i \lambda_i\, p_i,$

где p_i – вероятность того, что занято i источников.

Среднее значение параметра от одного источника:

$$\vartheta = \lambda / S,$$

$$\alpha = 1/\bar{t}_{\text{св}}, \quad \vartheta = 1/\left(\bar{t}_{\text{св}} + \bar{t}_{\text{зан}}\right),$$

где $\bar{t}_{\text{св}}$ – средняя продолжительность промежутка свободности источника; $\bar{t}_{\text{зан}}$ – средняя продолжительность промежутка занятости источника.

Распределение промежутка свободности подчиняется показательному закону с параметром α :

$$P\,(t_{\text{св}} < t) = 1 - \mathrm{e}^{-\alpha t}.$$

И, наконец, $$p_i(t) = C_S^i(\alpha t)^i(1-\alpha t)^{S-i}, \quad C_S^i = \frac{S!}{k!(S-i)!}.$$

3. Поток с повторными вызовами

3 вопрос

Поток, состоящий из первичных и вторичных (повторных) вызовов, будем называть *потоком с повторными вызовами*. Относится он к числу потоков с простым последействием.

Параметр потока вторичных (повторных) вызовов определяется произведением числа источников повторных вызовов j на параметр потока от одного источника v.

Параметр суммарного потока для случаев первичных простейшего и примитивного соответственно составляет

$$\lambda_{\Sigma} = \lambda + jv \qquad\qquad \lambda_{\Sigma} = (S - i - j)\alpha + jv$$

4. Потоки Пальма и Эрланга

4 вопрос

Поток с одинаково распределенными промежутками времени между вызовами $F_1(Z) = F_2(Z) = \dots = F(Z)$ называется ***рекуррентным.***

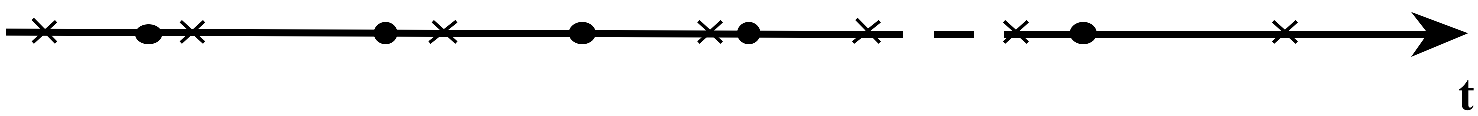
Поток с $F_2(Z) = F_3(Z) = \dots = F(Z)$ и $F_1(Z) \neq F(Z)$ называется ***рекуррентным с запаздыванием*.**

Ординарный стационарный рекуррентный поток с запаздыванием называется ***потоком Пальма.***

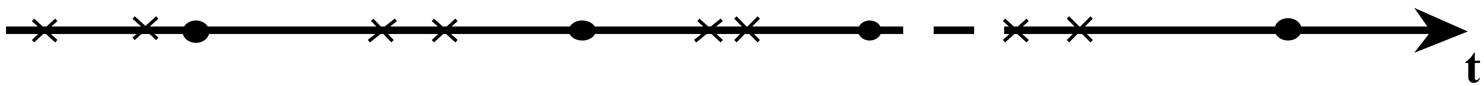
Важными для практики образцами потоков Пальма являются потоки Эрланга, которые образуются в результате «просеивания» простейших потоков.

Процесс просеивания потока вызовов

а)



б)



а) *поток Эрланга второго порядка*

б) *поток Эрланга третьего порядка*

$$M\,(Z)^k = \frac{k}{\lambda}; \qquad D\,(Z)^k = \frac{k}{\lambda^2}; \qquad \sigma\,(Z)^k = \frac{\sqrt{k}}{\lambda}.$$