Делимость натуральных чисел

Натуральными **числами называют**

числа, используемые для счета

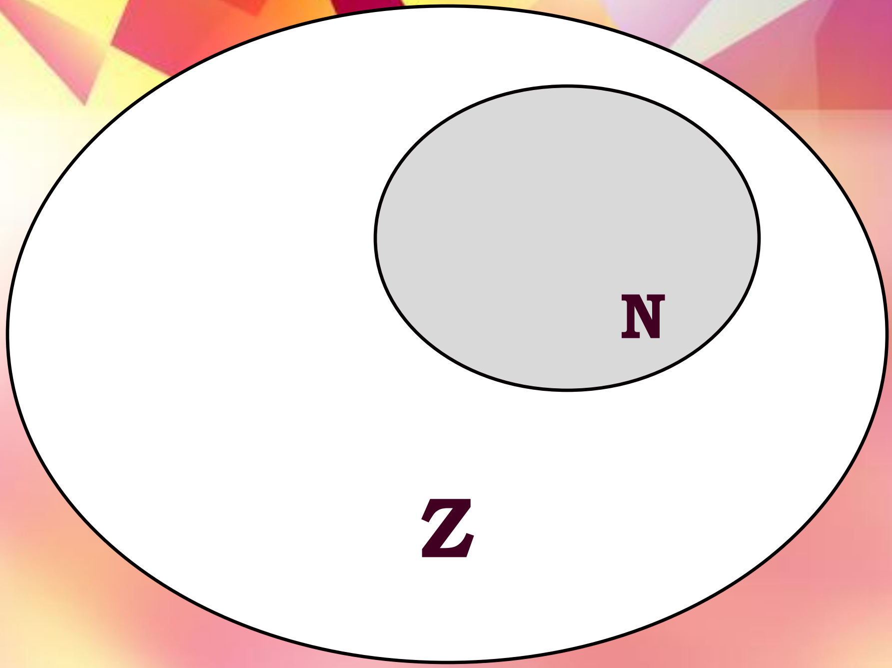
N

множество натуральных чисел

Z

множество целых чисел

Целыми **числами называют** ***натуральные числа , им противоположные и ноль***



$N \subset Z$

Множество N является подмножеством множества Z

Определение. *Пусть даны два натуральных числа – a и b. Если существует такое натуральное число q такое, что выполняется равенство a=bq, то говорят, что число a* **делится нацело** на число b. При этом *число a называют* ***делимым***, *b –* ***делителем***, *q-* частным. *Число a называют также* ***кратным*** *числа b.*

$a \vdots b$ «a делится на b нацело»

Свойство 1.

Если *a* □*c* и *c* □*b*, то *a* □*b*.

48□6 и 6□3, значит, 48□3

Свойство 2.

Если *a* □*b* и *c* □*b*, то (*a*+*c*) □*b*.

12□3 и 15□3, значит, (12+15)□3

Свойство 3.

Если a ⋮ b и c не делится на b,
то $(a+c)$ не делится на b.
48⋮6 и 7 не делится на
6,
значит, (48+7) не делится на 6

Свойство 4.

Если a ⋮ b и $(a+c)$ ⋮ b, то c ⋮ b.

12⋮3 и (12+6)⋮3,значит, 6⋮3

Свойство 5.

Если *a* □*b* и *c* □*d* , то *ac*□*bd*.

48□6 и 9□3, значит, (48·9)□(6·3)

Свойство 6.

Если *a* □*b*, *c* –любое натуральное число, то *ac* □*bc; если ac*□*bc*, то *a*□*b*.

12□3, значит, (12·4)□(3·4)

Свойство 9.

Среди n последовательных чисел имеется и только одно … на …

$$(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)$$

$$n^5 - 5n^3 + 4n = n(n^4 - 5n^2 + 4) =$$

$$= n(n^4 - n^2 - 4n^2 + 4) =$$

$$= n(n^2(n^2-1) - 4(n^2-1)) =$$

$$= (n-2)(n-1)n(n+1)(n+2).$$

При $n = 1$, $n = 2$ произведение обращается в ноль, значит делится на 2,3,4,5,8.

При $n > 2$ имеем произведение пяти последовательных чисел, одно из которых, по свойству 9, обязательно делится на 5, хотя бы одно – на 3, хотя бы одно – на 4 и обязательно есть ещё хотя бы одно четное, которое делится на 2. По свойству 5 и 7, произведение делится на 2,3,4,5, то есть делится на 8

$n^5 - 5n^3 + 4n$ делится на 2,3,4,5,8