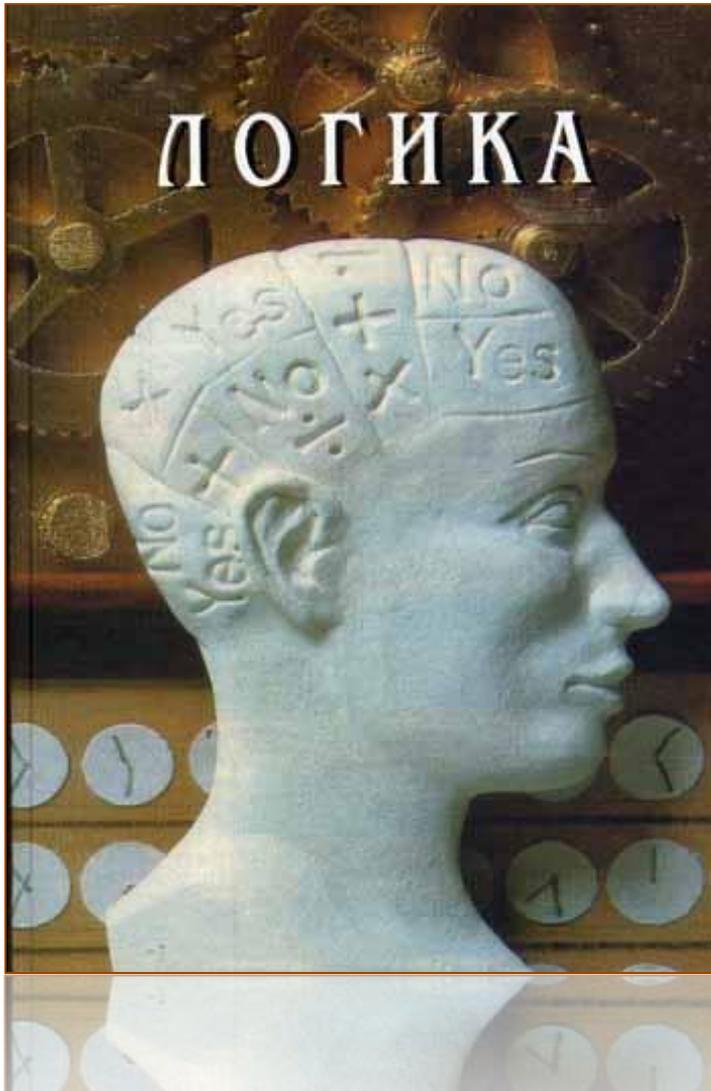


**ЛОГИКА**

# Предмет логики



## Логика

(др.-греч. «λογική» — «искусство рассуждения») — наука, изучающая законы и формы мышления.

# Высказывания

- Понятие высказывания является исходным понятием математической логики.
- Высказывание – утвердительное предложение, относительно которого можно сказать истинно оно или ложно.
- Обычно высказывания обозначаются латинскими буквами.

# Алгебра логики

- Алгебра логики (алгебра высказываний) – раздел математической логики, изучающий строение (форму, структуру) сложных логических высказываний и способы установления их истинности с помощью алгебраических методов

# Примеры высказываний

- X= Число 45 кратно 3.
- F= Солнце светит для всех.
- P= Крокодилы летают очень низко.
- D= Посмотри в окно.
- E= Как дела?

Истинные  
высказывания

Ложное  
высказывание

Не являются  
высказываниям

и

# *Действия над высказываниями*

- *Отрицание (Инверсия)*
- *Дизъюнкция*
- *Конъюнкция*
- *Импликация*
- *Эквиваленция*

# 1. Отрицание (Инверсия) $\bar{A}$

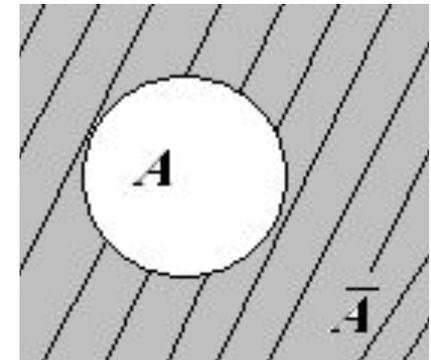
Отрицанием высказывания  $A$  называется такое высказывание, что  $\bar{A}$  ложно, когда  $A$  истинно и  $\bar{A}$  истинно, когда  $A$  ложно.

$A$	$\bar{A}$
л	и
и	л

## Примеры

$A$  = Я знаю китайский язык

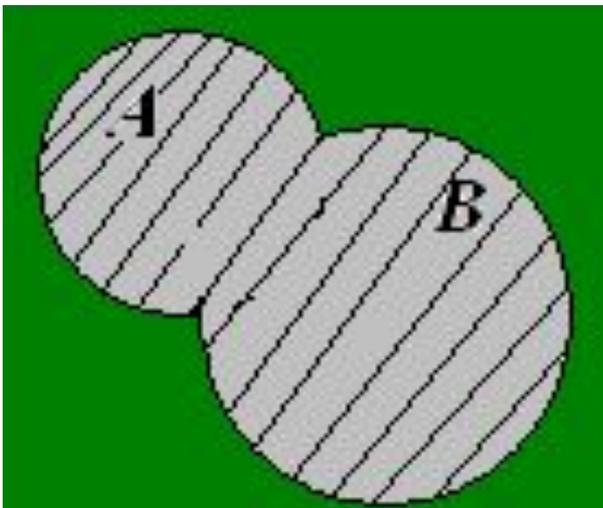
$\bar{A}$  = Я не знаю китайский язык



## 2. Дизъюнкция $A \vee B$

Дизъюнкцией высказываний  $A$  и  $B$  называется такое высказывание  $A \vee B$ , ложное лишь в том случае, если оба высказывания  $A$  и  $B$  ложные.

$A$	$B$	$A \vee B$
л	л	л
л	и	и
и	л	и
и	и	и



### Пример

$A \equiv$  Луна - спутник Земли

$B \equiv$  Солнце - спутник Земли

$A \vee B \equiv$  Луна - спутник Земли  
или Солнце - спутник Земли

# 3. Конъюнкция $A \wedge B$

Конъюнкцией высказываний  $A$  и  $B$  называется такое высказывание  $A \wedge B$ , истинное лишь в том случае, если оба высказывания  $A$  и  $B$  истинные.

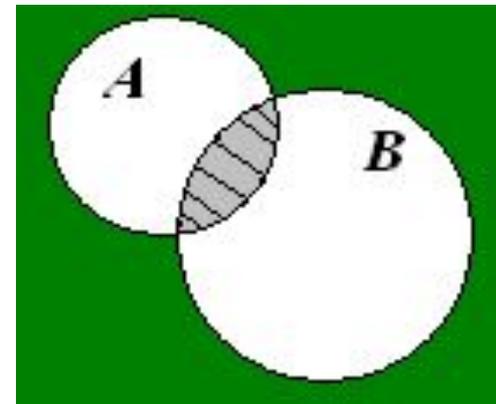
## Пример

$A \equiv$  Наталья учится в ВлГУ

$B \equiv$  Людмила учится в ВлГУ

$A \wedge B \equiv$  Наталья и Людмила учатся в ВлГУ

$A$	$B$	$A \wedge B$
л	л	л
л	и	л
и	л	л
и	и	и



## 4. Импликация $A \rightarrow B$

Импликацией высказываний  $A$  и  $B$  называется такое высказывание  $A \rightarrow B$ , ложное лишь в том случае, когда высказывание  $A$  – истинное и  $B$  – ложное.

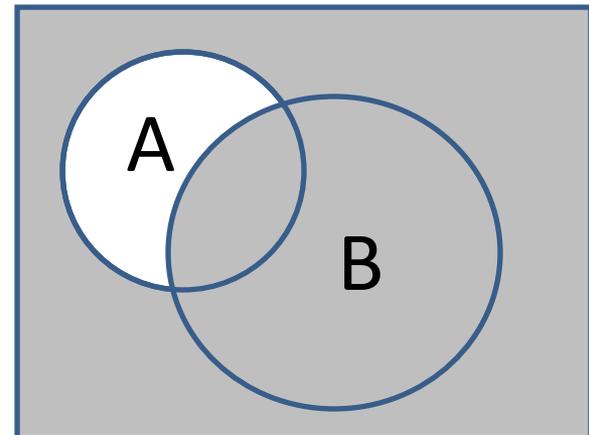
$A$	$B$	$A \rightarrow B$
л	л	и
л	и	и
и	л	л
и	и	и

### Примеры

$A \equiv$  Лето жаркое

$B \equiv$  Зима будет холодной

$A \rightarrow B \equiv$  Если лето жаркое, то зима будет холодной.



## 5. Эквивалентность $A \sim B$

Эквивалентностью высказываний  $A$  и  $B$  называется такое высказывание  $A \sim B$ , истинное когда  $A$  и  $B$  – оба истинные или оба ложные высказывания.

A	B	$A \sim B$
л	л	и
л	и	л
и	л	л
и	и	и

$A \equiv$  Убийство раскрыто

$B \equiv$  Есть свидетели

$A \sim B \equiv$  Для того чтобы раскрыть убийство необходимо и достаточно найти свидетелей.

## 6. Строгая дизъюнкция $A \oplus B$

Строгой дизъюнкцией высказываний  $A$  и  $B$  называют высказывание  $A \oplus B$ , истинное лишь в случаях, когда  $A$  – истинное и  $B$  – ложное высказывание или  $A$  – ложное и  $B$  – истинное высказывание.

$A$	$B$	$A \oplus B$
л	л	л
л	и	и
и	л	и
и	и	л

### Пример

$A \equiv \{\text{Сейчас Ксения в Москве}\}$

$B \equiv \{\text{Сейчас Ксения в Лондоне}\}$

$A \oplus B \equiv \{\text{Сейчас Ксения в Москве или Лондоне}\}$

# Приоритет выполнения операций

$$A \vee (B \sim C) \wedge \bar{A} \rightarrow (B \vee C)$$

4            1            3    2    5            1

1. Действия в скобках
2. Отрицание
3. Конъюнкция
4. Дизъюнкция
5. Импликация, эквиваленция



# Законы математической логики

Коммутативность

$$A \vee B = B \vee A$$

$$A \wedge B = B \wedge A$$

Ассоциативность

$$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$$

$$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$$

Дистрибутивность

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

С)

Законы де Моргана

$$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B};$$

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$$

# Законы алгебры логики

$$1. \overline{\overline{A}} = A$$

$$2. A \vee A = A$$

$$3. A \wedge A = A$$

$$4. A \vee \overline{A} = I$$

$$5. A \vee (A \vee \overline{A}) = I$$

$$6. A \wedge (A \wedge \overline{A}) = A$$

$$7. \overline{I} = I$$

$$8. A \vee L = A$$

$$9. A \wedge L = A$$

$$10. A \wedge \overline{A} = L$$

I – тождественно-истинное высказывание

L – тождественно-ложное высказывание

# Табличные логические информационные модели

С помощью таблиц можно находить решения логических задач. Такая форма решения задачи является наиболее наглядной и простой.

Рассмотрим логическую задачу.

## Задача 1

В школе учатся 4 талантливых подростка: Иван, Петр, Алексей и Андрей. Один из них – будущий хоккеист, другой преуспел в футболе, третий – легкоатлет, четвертый подает надежды как баскетболист.

О них известно следующее:

1. Иван и Алексей присутствовали в спортзале, когда там занимался легкоатлет.
2. Петр и хоккеист вместе были на тренировке баскетболиста.
3. Хоккеист раньше дружил с Андреем, а теперь неразлучен с Иваном.
4. Иван не знаком с Алексеем, так как они учатся в разных классах и в разные смены.

Кто чем увлекается?

Построим таблицу, в которой учтем все возможные варианты.

	Футболист	Баскетболист	Легкоатлет	Хоккеист
Иван	+	-	-	-
Петр	-	-	+	-
Алексей	-	-	-	+
Андрей	-	+	-	-

# Задача 2

Решите логическую задачу.

Определить, кто чем увлекается, и оформить решение в виде таблицы.

Трое подростков, Саша, Миша и Андрей, живут на одной улице. Одного все знают, как отличного шахматиста, другой – заядлый футболист и болельщик, а третий – компанейский парень, любитель всяческих тусовок.

Однажды футболист пришел к своему другу, чтобы поучиться приемам игры в шахматы, но мама сказала, что сын ушел с известной всей улице личностью на дискотеку.

Известно, что Андрей никогда не слышал о Мише. Кто есть кто:

	Шахматист	Футболист	Любитель тусовок
Саша	+	-	-
Миша		+	
Андрей			+

# Связь между алгеброй логики и теорией множеств

- Термин **алгебра** в своем роде имя нарицательное. Под ним понимается раздел математики, изучающий алгебраические операции, а природа объектов, к которым применяются эти операции, не важна. Говоря об алгебре логики или об алгебре множеств, мы более всего уделяли внимание операциям, определенным над допустимыми в данной теории объектами, свойствам этих операций. Еще одним хорошо известным вам примером алгебры, является **алгебра чисел**, к которой все выписанные законы также применимы. Проводя аналогии между этими алгебрами, мы можем сказать

	Алгебра чисел	Алгебра логики	Алгебра множеств
Объекты	Числа	Высказывания	Множества
Операция +	Сложение	Дизъюнкция	Объединения
Операция *	Умножение	Конъюнкция	Пересечение
Нулевой элемент	0	Ложь	Пустое множество
Единичный элемент	1	Истина	Универсальное множество