

# Решение уравнений с модулем

Учителя МОУ СОШ №23

Сурмалян Л.М.

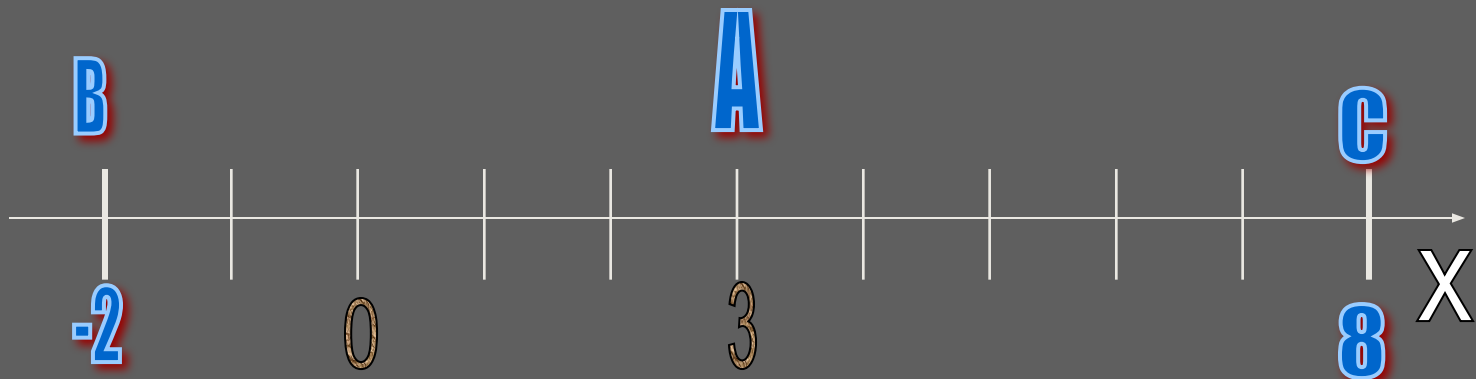
Кущевский район.

**Обучение- это ремесло,  
использующее бесчисленное  
количество маленьких  
трюков.**

# Задание 1. $|x-3|=5$

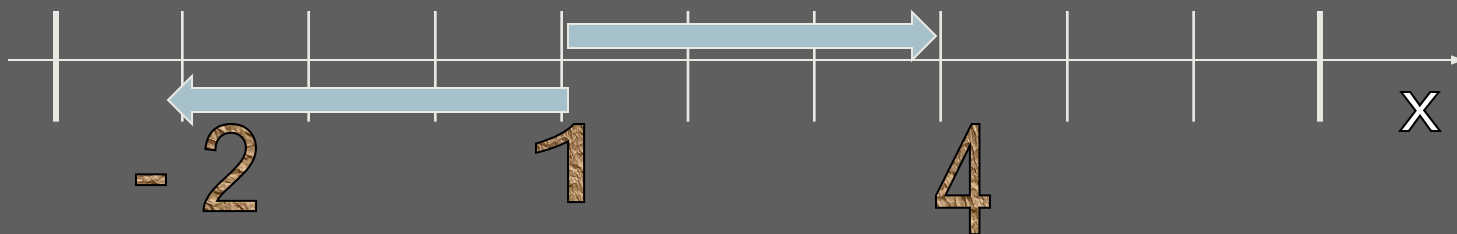
Отметьте точки, координаты которых удовлетворяют указанному условию. Запишите их координаты.

Отметим точки, удаленные от точки А на 5 единичных отрезков. Запишем их координаты.



# Геометрическая интерпретация

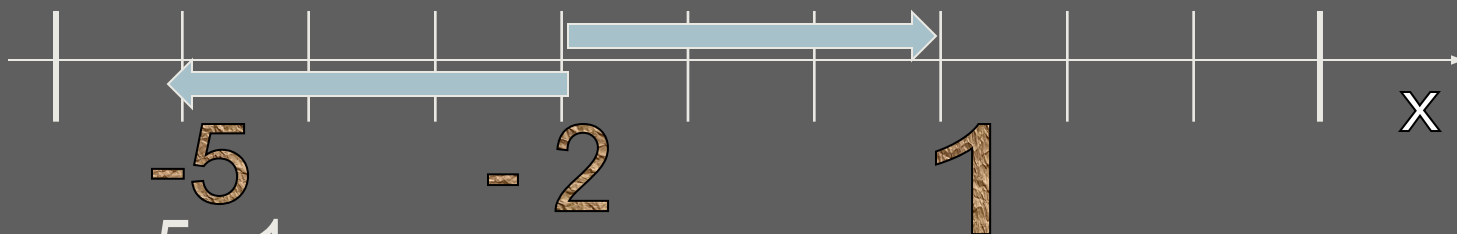
- Уравнение  $|x - a| = b$ , где  $b > 0$ , допускает простую геометрическую интерпретацию.
- Решить уравнение  $|x - 1| = 3$  – значит найти все точки числовой оси, которые отстоят от точки с координатой (1) на расстоянии 3.



Ответ: -2 ; 4.

# Геометрическая интерпретация

Решить уравнение  $|x + 2| = 3$  – значит найти все точки числовой оси, которые отстоят от точки с координатой  $(-2)$  на расстоянии 3.



Ответ:  $-5 ; 1$ .

## Задание 2. Решите уравнения

□  $|x - 4| = 3$

□  $|x + 2| = 7$

ответ 1; 7

5; -9

# Метод интервалов

Уравнение вида:

$$b_1 |x - a_1| + \dots + b_n |x - a_n| = b,$$

где  $a_1 < a_2 < \dots < a_n$  и  $b, b_1, \dots, b_n$  - действ. числа, решается методом интервалов.

Суть: точки  $a_1, a_2, \dots, a_n$  числовую ось делят на непересекающиеся промежутки знакопостоянства. Решаем уравнение на каждом промежутке; совокупность решений на всех промежутках и составит решение исходного уравнения.

# Решение уравнений.

$$|x - 2| + |x + 3| = 7$$

I

II

III



$$x < -3$$

$$-x + 2 - x - 3 = 7$$

$$x = -4$$

$$-3 < x < 2$$

$$-x + 2 + x + 3 = 7$$

решений нет

Ответ: -4; 3.

$$x > 2$$

$$x - 2 + x + 3 = 7$$

$$x = 3$$



# Решение уравнений.

$$|x - 5| - |x - 2| = 3$$

I

II

III



$$x < 2$$

$$-x + 5 + x - 2 = 3$$

$$x < 2$$

$$2 \leq x < 5$$

$$-x + 5 - x + 2 = 3$$

$$x = 2$$

$$x > 5$$

$$x - 5 - x + 2 = 3$$

решений нет

Ответ:  $x < 2$

# Геометрическая интерпретация

□ Уравнения

$$|x - a| + |x - b| = c \quad \text{и} \quad |x - a| - |x - b| = c$$

имеют простую геометрическую интерпретацию.

Вернемся к предыдущим уравнениям.

# Пример 1.

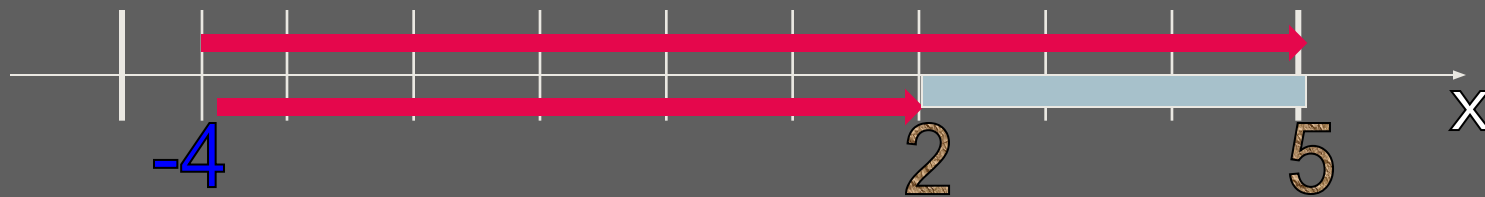
Решить уравнение  $|x - 2| + |x + 3| = 7$  – это значит найти все точки на числовой оси  $Ox$ , для каждой из которых сумма расстояний до точек с координатами (2) и (-3) равна 7. Внутри отрезка таких точек нет, так как длина меньше семи, значит точки вне отрезка.



Ответ: -4; 3.

## Пример 2.

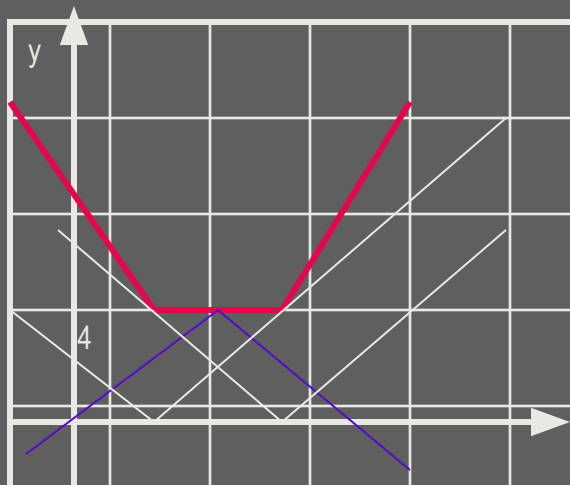
Решить уравнение  $|x - 5| - |x - 2| = 3$  – это значит найти все точки на числовой оси  $Ox$ , для каждой из которых разность расстояний от нее до точки с координатой (5) и расстояний от нее до точки с координатой (2) равнялось 3. Длина отрезка равна 3 следовательно любая точка левее (2) будет решением уравнения.



Ответ:  $x < 2$ .

## Пример 3.

- $|x - 1| + |x - 2| + |x - 3| = 2$
- Построим графики функций:
- $y = |x - 1| + |x - 3|$  и  $y = 2 - |x - 2|$



пересечение графиков  
точка (2;2)

Ответ: 2.



# Обобщение.

- Если в уравнении  $|x - a| + |x - b| = c$ ,
- $|a - b| < c$ , то решение надо искать вне отрезка  $[a;b]$ ;
- а если  $|a - b| = c$ , то отрезок  $[a;b]$  будет решением уравнения;
- если  $|a - b| > c$ , то уравнение решений иметь не будет.

# Обобщение.

- Если в уравнении  $|x - a| - |x - b| = c$ ,
- $|a - b| = c$ , то при  $a < b$ ,  $x > b$   
 $a > b$ ,  $x < b$ ;
- если  $|a - b| < c$ , то решений нет;
- если  $|a - b| > c$ , то решение лежит внутри отрезка  $[a; b]$ .

# Домашняя работа.

$$\square |X + 3| + |X - 3| = 6$$

$$\square |X - 1| + |X| = 9$$

$$\square |X - 3| + |X - 1| = 3$$

$$\square |X + 6| + |X + 4| = 5$$

$$\square |X - 1| - |X + 1| = 3$$

$$\square |5 + X| - |x - 8| = 13$$

$$|X - 3| + 2|X + 1| = 4$$

$$|X - 4| + |X - 2| = |X + 1|$$

$$|X + 1| + |X - 2| + |X - 5| = 6$$