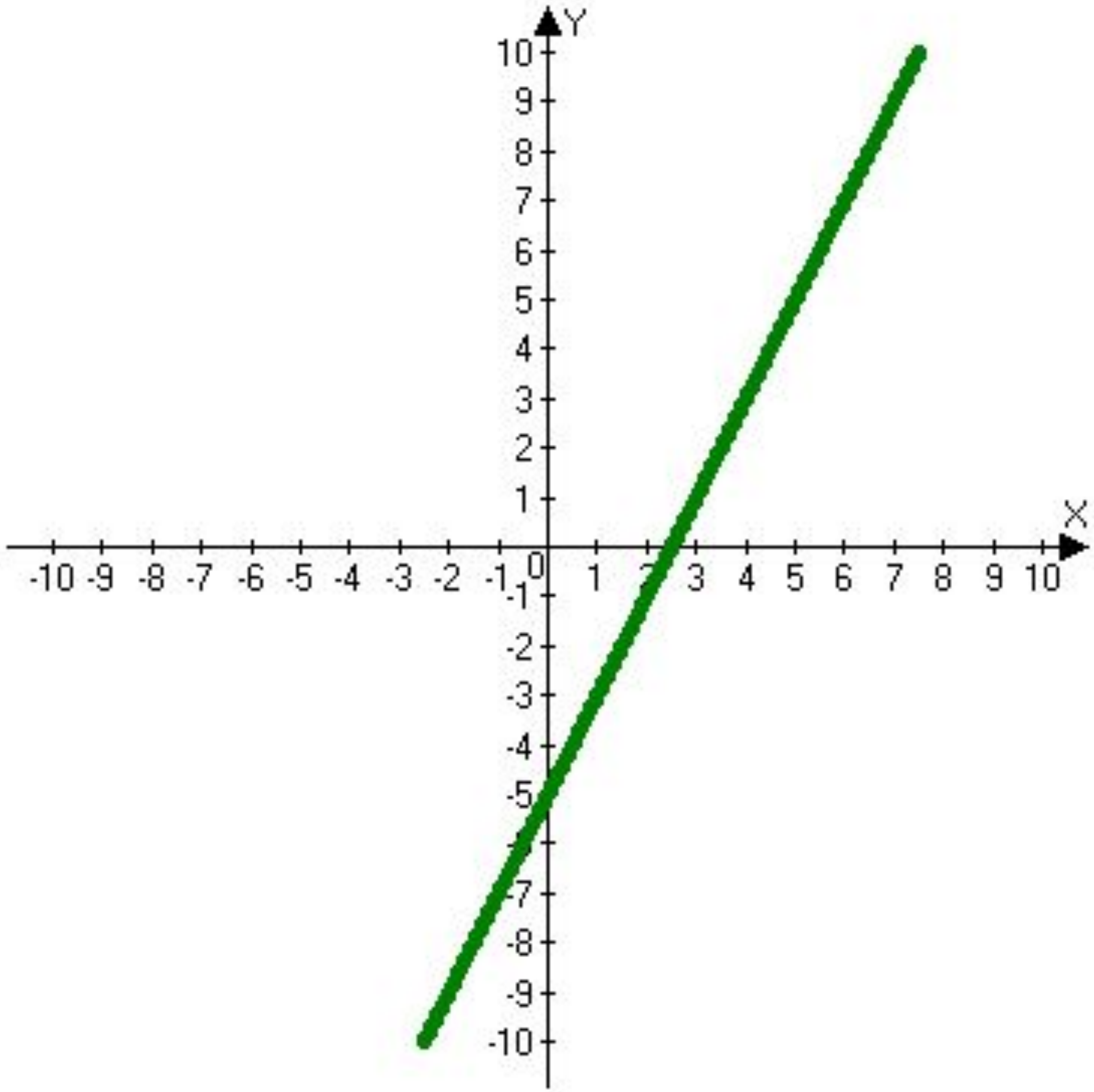
СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ № 1

Функцию **у =** ***f(x)*** называют ***возрастающей*** *на множестве* ***X Є D(f)***, если для любых двух элементов x_1 *и* x_2 множества Х, таких, что $\boldsymbol{x_1 < x_2}$, выполняется неравенство

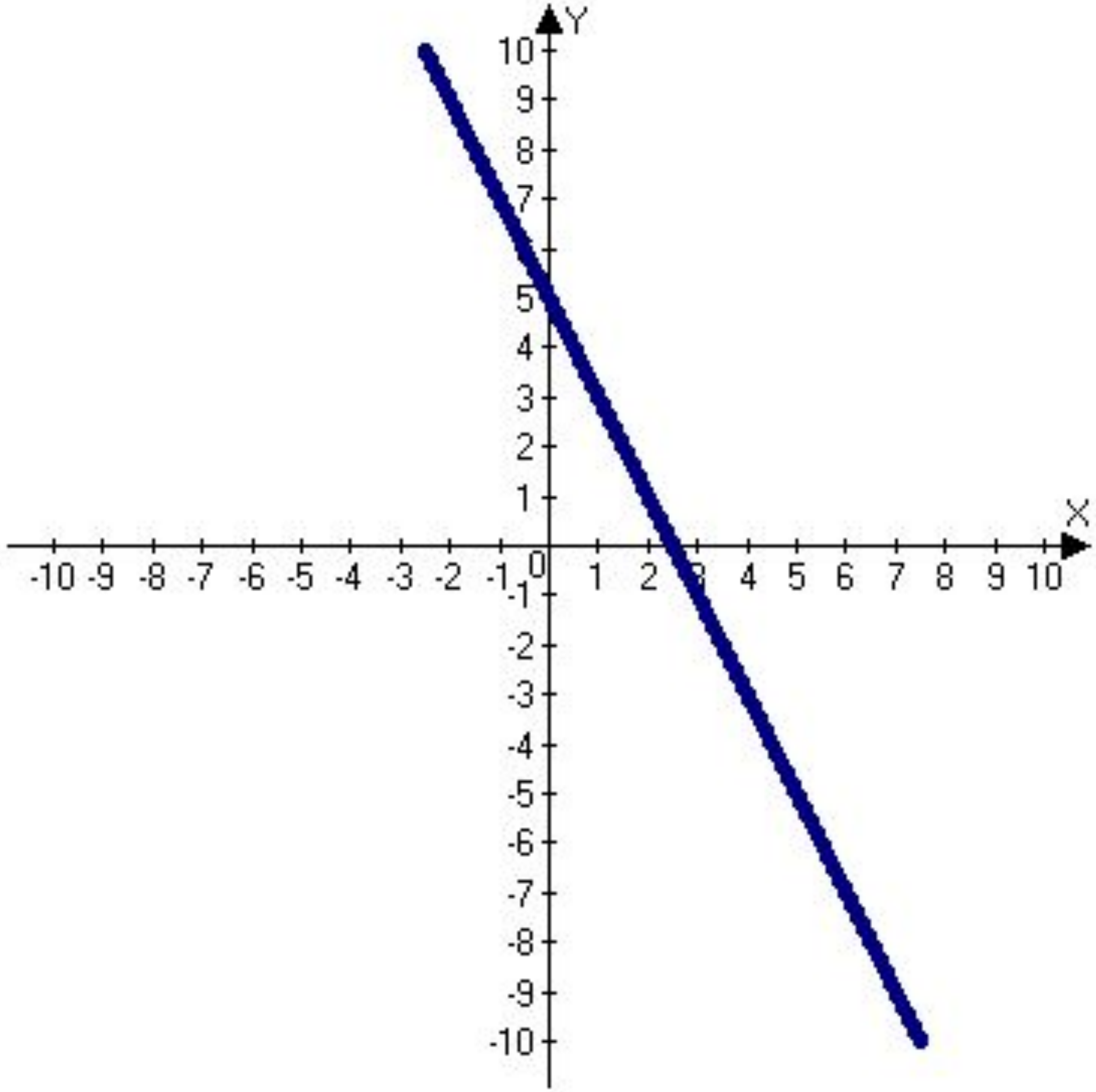
$$\boldsymbol{f(x_1) < f(x_2)}.$$


Y
X
0
-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 -1 -2 -3 -4 -5 -7 -8 -9 -10

ОПРЕДЕЛЕНИЕ № 2

Функцию **у** = ***f(x)*** называют ***убывающей*** *на множестве* ***X Є D(f)***, если для любых двух элементов x_1 и x_2 множества Х, таких, что $\boldsymbol{x_1 < x_2}$, выполняется неравенство

$$\boldsymbol{f(x_1) > f(x_2)}.$$


Y
X
10
9
8
7
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

- Функция возрастает (убывает), если большему значению аргумента соответствует большее(меньшее) значение функции.

- Термины «возрастающая» и «убывающая» функции объединяют общим названием ***монотонная*** функция.
- Исследование функции на возрастание или убывание называют ***исследованием функции на монотонность***.

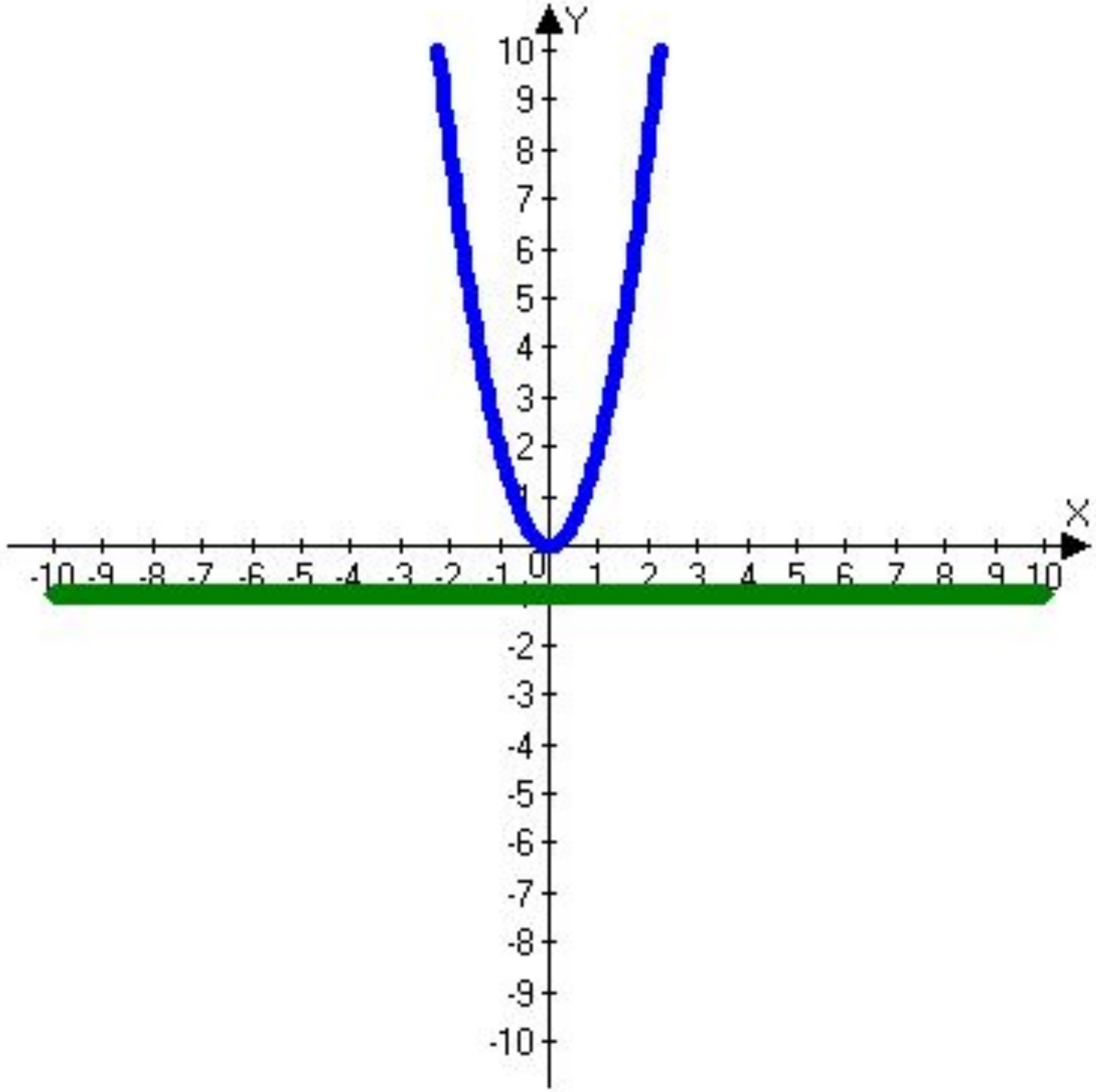
ПРИМЕР № 1.

Исследовать на монотонность функцию

$$y = -3x + 7.$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ № 3

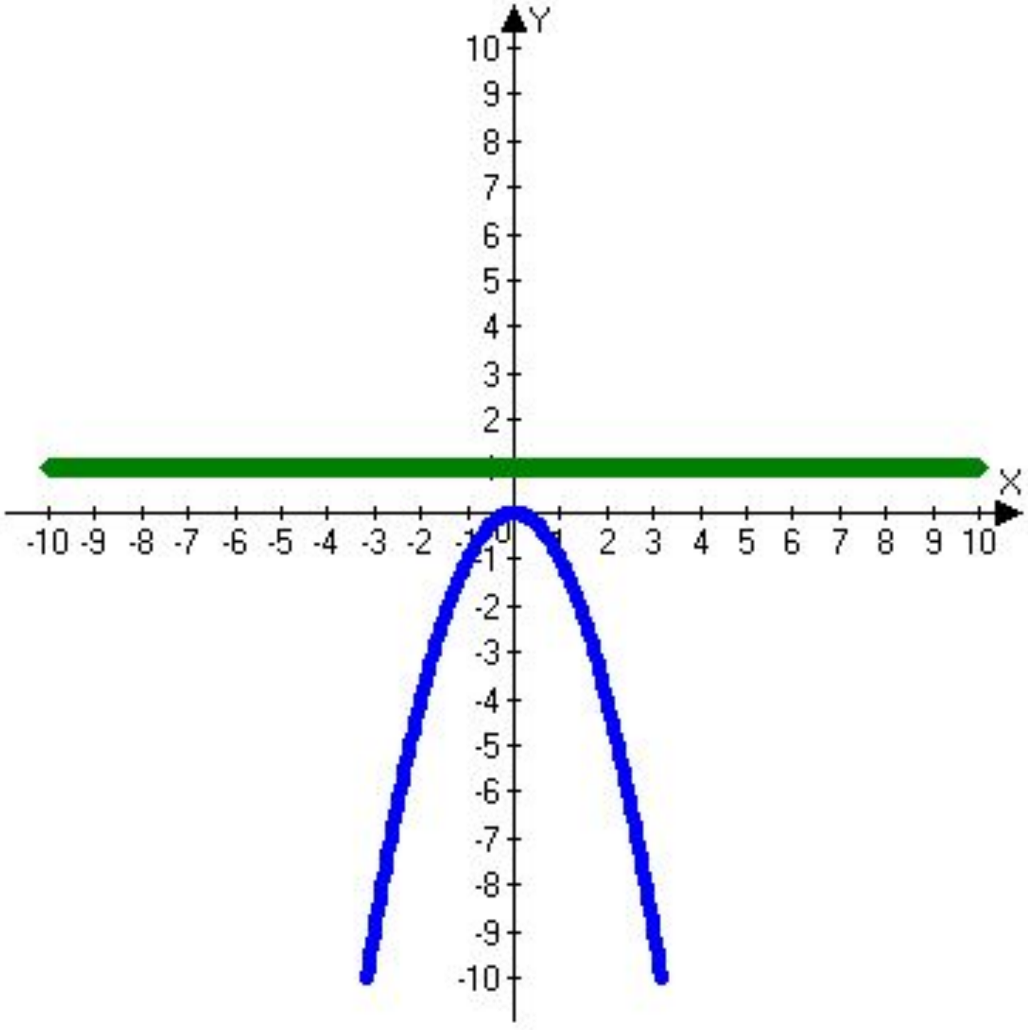
- Функция называется ***ограниченной снизу на множестве X Є D(f)***, если существует такое число ***m***, что *для любого значения* ***x Є D(f)*** выполняется неравенство ***f(x) > m***.



Y
X
0

ОПРЕДЕЛЕНИЕ № 4

- Функция называется ***ограниченной сверху на множестве X Є D(f)***, если существует такое число ***m***, что *для любого значения* ***x Є D(f)*** выполняется неравенство ***f(x) < m***.


Y
X
-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
10 9 8 7 6 5 4 3 2 -1 -2 -3 -4 -5 -6 -7 -8 -9 -10

ОПРЕДЕЛЕНИЕ № 5

Число ***m*** называется ***наименьшим*** значением функции **y** = ***f(x)*** *на множестве* ***X Є D(f)***, если:

1. Существует число $\boldsymbol{x_0}$ ***Є D(f) такое, что*** $\boldsymbol{f(x_0) = m}$***;***
2. ***Для любого значения x Є X выполняется неравенство*** $\boldsymbol{f(x) \geq f(x_0)}$**.**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ № 6

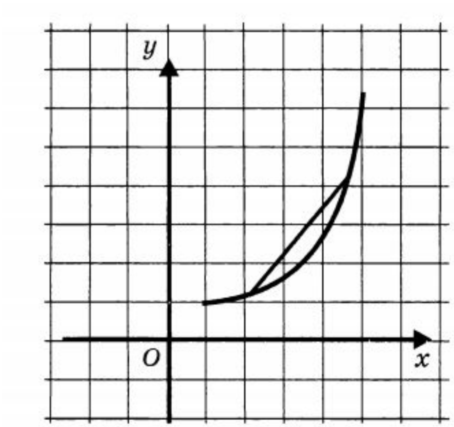
Число ***M*** называется ***наибольшим*** значением функции **у** = ***f(x)*** *на множестве* ***X Є D(f)***, если:

1. Существует число x_0 ***Є D(f) такое, что*** $f(x_0) = M$;
2. ***Для любого значения x Є X выполняется неравенство*** $f(x) \le f(x_0)$.

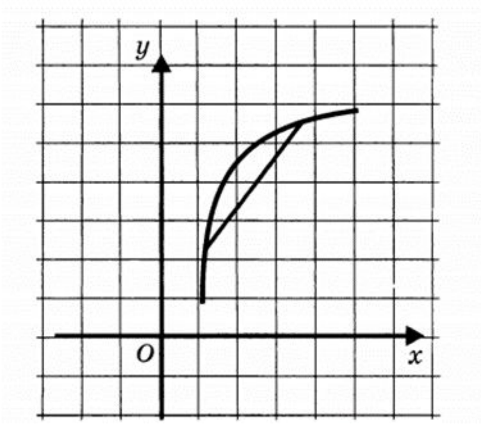
ОПРЕДЕЛЕНИЕ № 7

1. Функция выпукла вниз, если соединив две точки графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика <u>ниже</u> проведённого отрезка.
2. Функция выпукла вверх, если соединив две точки графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика <u>выше</u> проведённого отрезка.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ № 7



Функция выпукла вниз



Функция выпукла вверх

ОПРЕДЕЛЕНИЕ № 8

Непрерывность функции на промежутке X означает, что график функции на промежутке X – сплошной, то есть не имеет разрывов.

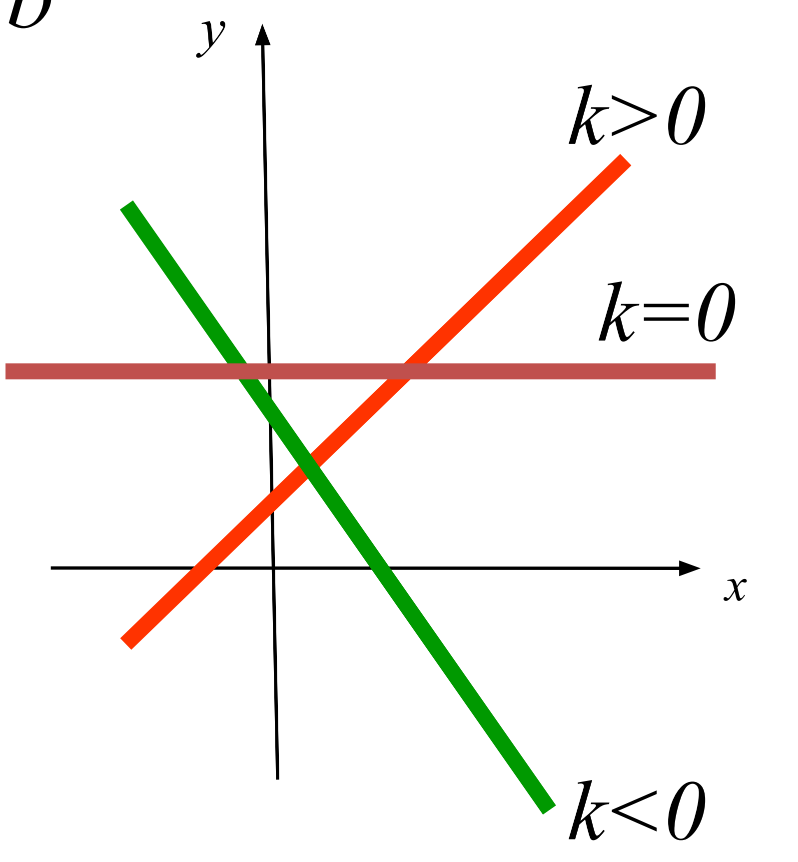
СХЕМА ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИИ

- 1. Область определения функции ***D(f)***.
- 2. Промежутки возрастания и убывания (монотонность) функции.
- 3. Ограниченность функции.
- 4. Наибольшее и наименьшее значения функции.
- 5. Непрерывность функции.
- 6. Область значений функции ***E(f)***.
- 7. Выпуклость функции.

Линейная функция

функция вида $y = kx + b$

графиком функции является прямая

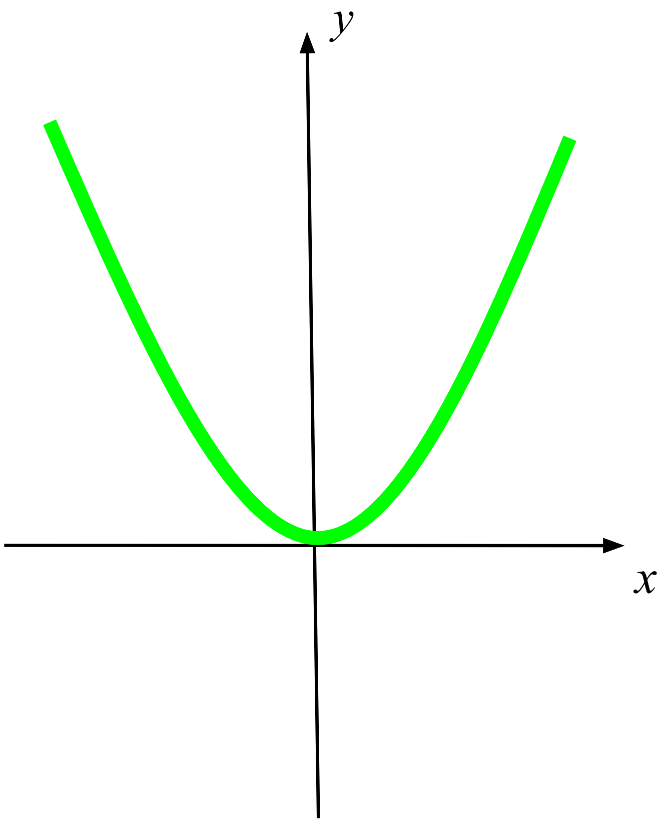


1. $D(f) = R;$
2. $E(f) = R;$

Квадратичная функция

функция вида $y = kx^2$, $k>0$; графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх

1. $D(f) = R$;
2. $E(f) = [0;\infty)$;

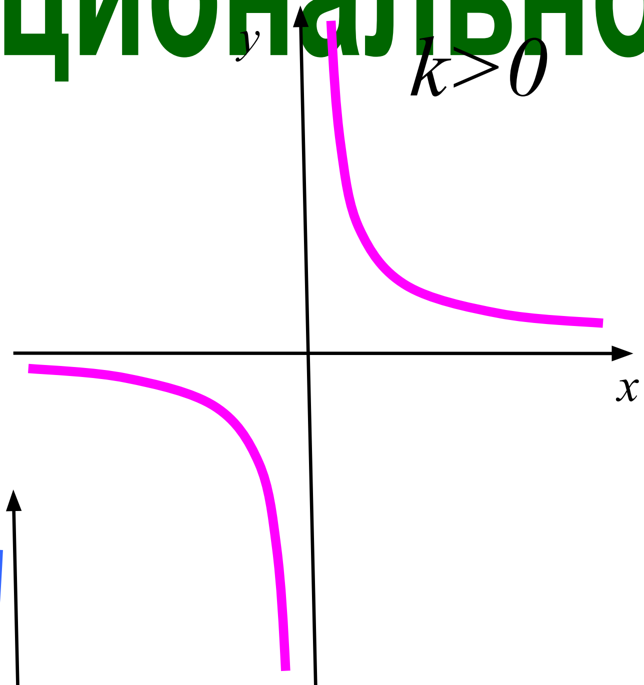


Обратная пропорциональнос

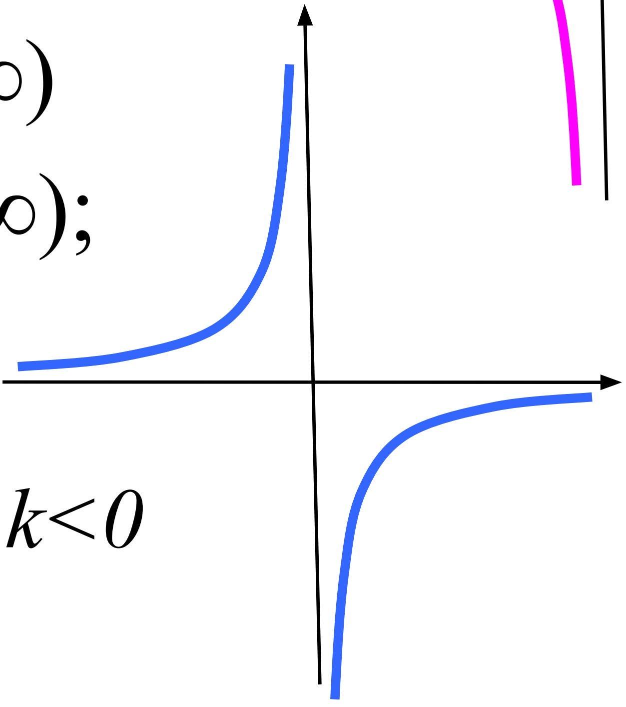
функция вида $y = \dfrac{k}{x}$;

графиком функции является гипербола

1. $D(f) = (-\infty;0) \cup (0;\infty)$
2. $E(f) = (-\infty;0) \cup (0;\infty)$;



$k>0$

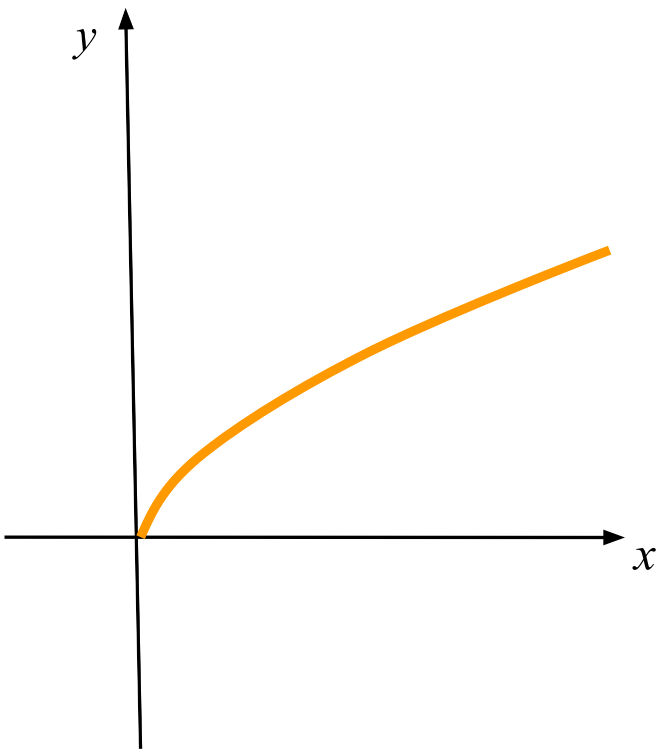


$k<0$

Функция корня

функция вида $y = \sqrt{x}$; графиком функции является ветвь параболы.

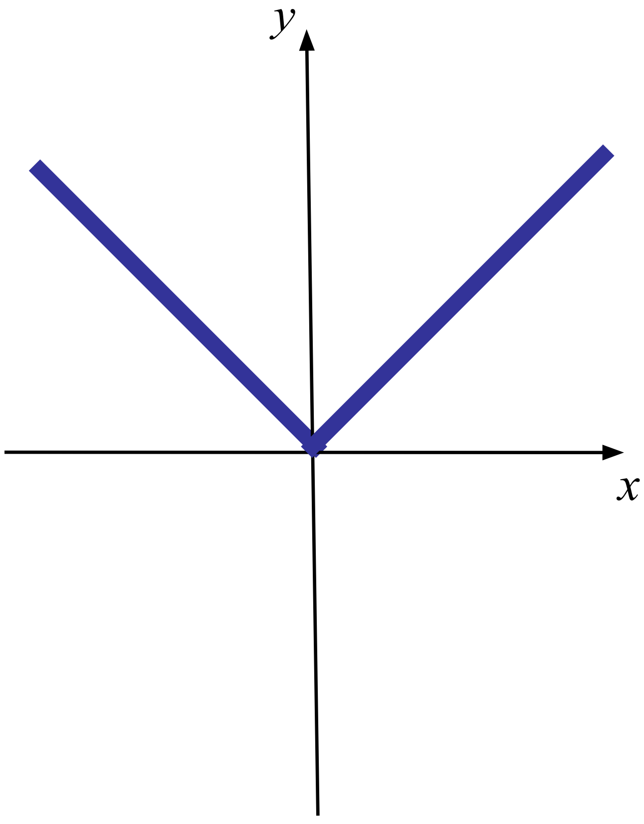
1. $D(f) = [0;\infty);$
2. $E(f) = [0;\infty);$



Функция модуля

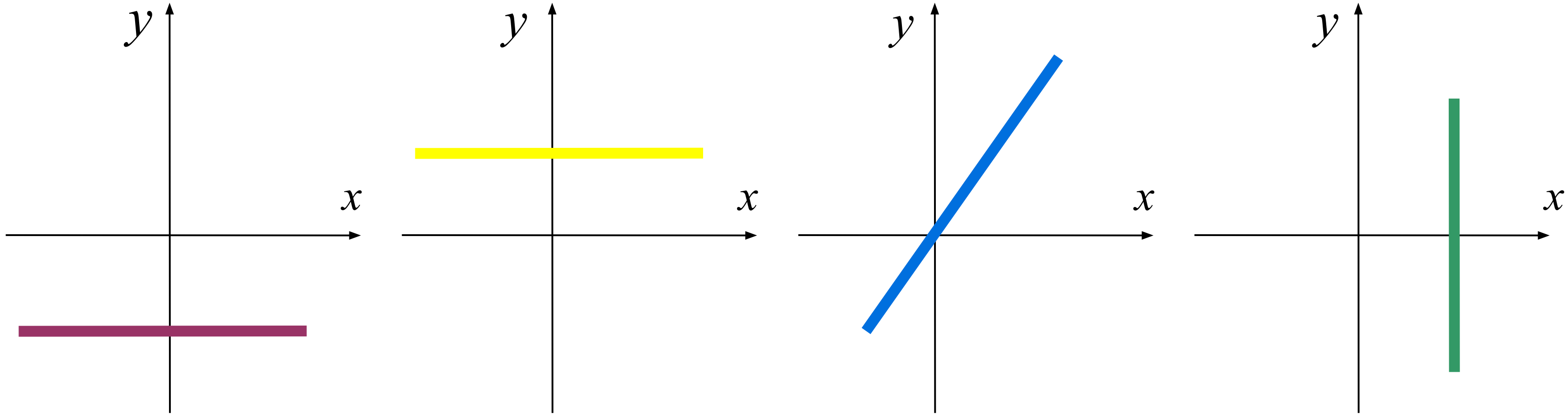
функция вида $y = |x|$;

1. $D(f) = R$;
2. $E(f) = [0;\infty)$;
3. график функции на промежутке $[0;\infty)$ совпадает с графиком функции $y = x$, а на промежутке $(-\infty;0]$ – с графиком функции $y = -x$



Каждую прямую соотнесите с её уравнением:

$y = x$ $\qquad$ $x = 2$ $\qquad$ $y = 2$ $\qquad$ $y = -2$



Каждый график соотнесите с соответствующей ему формулой:

$y = \dfrac{k}{x}$ $\qquad y = 2x$ $\qquad y = x^2$ $\qquad y = 2x + 2$