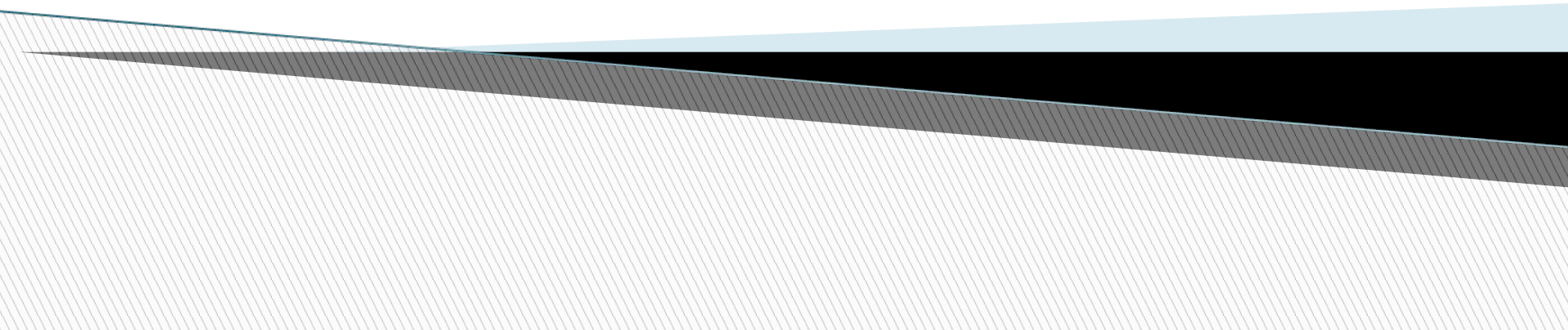


Другие варианты задач ОПТИМИЗАЦИИ

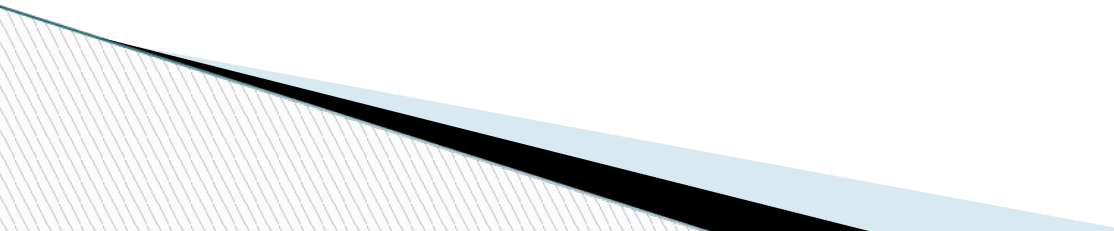


Задача оптимизации

В широком смысле общая задача оптимизации параметров систем автоматизации заключается в поиске экстремума критерия (целевой функции) при заданных ограничениях в виде равенств или неравенств.

Основные методы решения задач оптимизации

Для решения большинства оптимизационных задач используются следующие методы:

- Математическое программирование
 - Линейное программирование
 - Нелинейное программирование
 - Дискретное программирование
- 

Другие варианты задач оптимизации

Помимо основных вариантов решения задач оптимизации, существуют и другие варианты, такие как:

- Двоичные переменные
- Задачи с дискретными переменными
- Задача стохастического программирования
- Детерминированный эквивалент стохастической задачи
- Оптимизация при недетерминированных условиях

Двоичные переменные

Данный метод решает задачи, в которых искомые переменные могут принимать не любые целые значения, а только одно из двух: либо 0, либо 1

Например, если линия электропередачи входит в оптимальную электрическую сеть, то двоичная переменная, равна 1; если нет, то двоичная переменная равна 0.

Преимущество данного метода в том, что он позволяет накладывать на решаемую задачу целый ряд логических условий типа «если ... , то ...».

Варианты логических условий

Если в оптимальное решение должен входить один из двух вариантов, то сумма переменных:

$$\delta_i + \delta_j = 1$$

Если в оптимальное решение должны входить оба варианта, то сумма переменных:

$$\delta_i + \delta_j = 2$$

Если в оптимальное решение может входить или не входить, каждый из двух вариантов, то сумма переменных:

$$\delta_i + \delta_j \geq 0$$

Если при входе в оптимальное решение i -го варианта в это решение должен войти и j -й вариант, то:

$$\delta_i = \delta_j.$$

Задача стохастического программирования

Этот метод используется для решения оптимизационных задач со случайной исходной информацией.

Например, мощности нагрузок в системе электроснабжения можно считать случайными величинами.

В этом случае, при решении практических задач достаточно часто применяют **нормальный стандартный закон распределения.**

Задачи с целочисленными переменными

Пре решении оптимизационных задач все искомые переменные или их часть должны принимать только значения целых чисел.

Математическая модель таких задач аналогична линейным и нелинейным моделям и содержит целевую функцию, систему ограничений и граничные условия. Однако система ограничений дополняется ограничениями типа:

$$x_k - \text{целое, } k = 1, 2, \dots, l,$$

где l – количество целочисленных переменных, $l \leq n$;
 n – общее количество переменных.

Такие ограничения увеличивают объём вычислений.

Например, в диапазоне:

$$0 \leq x \leq 3$$

Целочисленная переменная x имеет 4 значения ($x=0,1,2,3$), а непрерывная переменная – бесконечное количество. Поэтому, попытка решить задачу путём полного перебора значений приведёт к большому объёму вычислений.

Один из вариантов решения такой задачи, это округлять непрерывные переменные до целых чисел как в большую, так и в меньшую сторону, но в этом случае решение может быть неоптимальным, либо даже недопустимым.

Задачи с дискретными переменными

В ряде практических оптимизационных задач заранее известен набор допустимых решений, из которых требуется выбрать оптимальное решение.

Например, компенсирующее устройство мощностью Q можно разместить в узлах 1, 2, ..., n системы электроснабжения. Необходимо выбрать оптимальный узел, который будет соответствовать выбранному критерию.

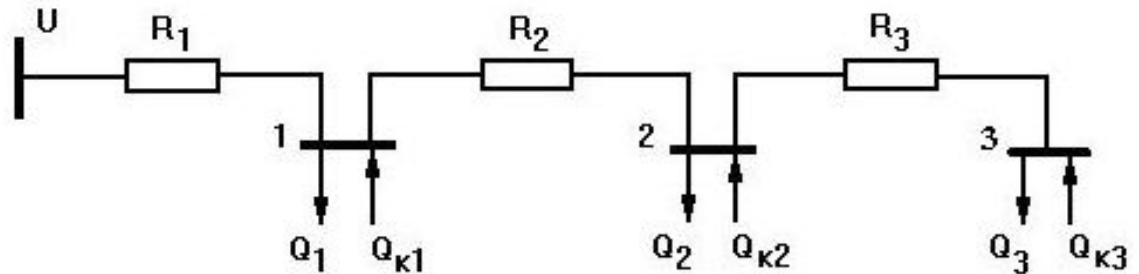
Пример

Составить математическую модель для определения в схеме электроснабжения оптимального узла установки компенсирующего устройства, заданной мощности. Критерий оптимальности - минимум потерь активной мощности в схеме.

Исходные данные:

| | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| Напряжение схемы | $U = 10$ кВ; |
| Сопротивления линий | $R_1 = 0,4, R_2 = 0,5, R_3 = 0,6$ Ом; |
| Реактивная нагрузка узла 1 | $Q_1 = 600$ квар; |
| Реактивная нагрузка узла 2 | $Q_2 = 500$ квар; |
| Реактивная нагрузка узла 3 | $Q_3 = 400$ квар; |
| Мощность компенсирующего устройства | $Q_k = 1000$ квар |

Решение



1. Обозначим переменными Q_{k1} , Q_{k2} и Q_{k3} мощности компенсирующих устройств. Это дискретные переменные, каждая из которых может принимать два значения 0 или 1000 квар.

2. Каждой переменной Q_{k1} , Q_{k2} и Q_{k3} поставим в соответствие двоичную переменную δ_1 , δ_2 и δ_3 .

3. Целевая функция, представляющая собой потери мощности в схеме, будет иметь следующий вид:

$$\Delta P = a_1(Q_1 + Q_2 + Q_3 - Q_{k1}\delta_1 - Q_{k2}\delta_2 - Q_{k3}\delta_3)^2 + a_2(Q_2 + Q_3 - Q_{k2}\delta_2 - Q_{k3}\delta_3)^2 + a_3(Q_3 - Q_{k3}\delta_3)^2 \rightarrow \min,$$

4. Поскольку компенсирующее устройство может быть установлено только в одном узле, сумма двоичных переменных должна быть равна 1

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 1$$

5. Величина дискретной переменной Q_{ki} будет зависеть от значения соответствующей двоичной переменной δ_i . Переменная $Q_{ki} = Q_k$ при $\delta_i=1$ и $Q_{ki} = 0$ при $\delta_i=0$. Запишем эти условия:

$$\begin{aligned} Q_{k1} &= Q_k \delta_1, \\ Q_{k2} &= Q_k \delta_2, \\ Q_{k3} &= Q_k \delta_3. \end{aligned}$$

Граничные условия не записываем, поскольку имеем только двоичные и дискретные переменные.

6. Далее остаётся вычислительная процедура. Программное обеспечение Excel позволяет решать оптимизационные задачи с дискретными переменными.

Рабочее поле ввода исходной информации

| | A | B | C | D | E | F |
|----|-------------------------------|-------|---|------------------------|-------|---|
| 1 | Исходные данные | | | Переменные | | |
| 2 | Q1= | 600 | | Qk1= | 0 | |
| 3 | Q2= | 500 | | Qk2= | 0 | |
| 4 | Q3= | 400 | | Qk3= | 0 | |
| 5 | $a1=R1/U^2=$ | 0,004 | | $\delta 1=$ | 0 | |
| 6 | $a2=R2/U^2=$ | 0,005 | | $\delta 2=$ | 0 | |
| 7 | $a3=R3/U^2=$ | 0,006 | | $\delta 3=$ | 0 | |
| 8 | Qk= | 1000 | | | | |
| 9 | | | | Целевая функция | | |
| 10 | Лев. часть ограничений | | | Z= | 14010 | |
| 11 | $\delta 1+\delta 2+\delta 3=$ | 0 | | | | |
| 12 | $Qk*\delta 1-Qk1=$ | 0 | | | | |
| 13 | $Qk*\delta 2-Qk2=$ | 0 | | | | |
| 14 | $Qk*\delta 3-Qk3=$ | 0 | | | | |
| 15 | | | | | | |

В ячейках B2...B8 находится числовая исходная информация. Искомые значения дискретных переменных Qk1, Qk2, Qk3 и двоичных переменных $\delta 1, \delta 2, \delta 3$ находятся в ячейках E2...E7.

Целевая функция задачи

$$\Delta P = a_1(Q_1 + Q_2 + Q_3 - Q_{k1}\delta_1 - Q_{k2}\delta_2 - Q_{k3}\delta_3)^2 + a_2(Q_2 + Q_3 - Q_{k2}\delta_2 - Q_{k3}\delta_3)^2 + a_3(Q_3 - Q_{k3}\delta_3)^2,$$

где: $a_1 = R_1/U^2 = 0.004$;

$a_2 = R_2/U^2 = 0.005$;

$a_3 = R_3/U^2 = 0.006$.

Вводим выражение для вычисления значения этой целевой функции в ячейку *E10*.

В ячейки *B11* ... *B14* вводятся выражения для вычисления левых частей ограничений:

$$=E5 + E6 + E7;$$

$$=B8 * E5 - E2;$$

$$=B8 * E6 - E3;$$

$$=B8 * E7 - E4.$$

В диалоговом окне «Поиск решения»: устанавливается адрес ячейки целевой функции E10; отмечается, что ищется минимальное значение целевой функции; указываются адреса ячеек с искомыми переменными E2...E7. И ограничение вида E5:E7 = двоичное.

Поиск решения

Установить целевую ячейку

Равной: { максимальному значению
 минимальному значению
 значению

Изменяя ячейки

Ограничения

Результат решения дискретной задачи, выданный компьютером на рабочее поле

| | A | B | C | D | E | F |
|----|-------------------------------|-------|---|------------------------|--------|---|
| 1 | Исходные данные | | | Переменные | | |
| 2 | Q1= | 600 | | Qk1= | 0 | |
| 3 | Q2= | 500 | | Qk2= | 1000 | |
| 4 | Q3= | 400 | | Qk3= | 0 | |
| 5 | $a1=R1/U^2=$ | 0,004 | | $\bar{d}1=$ | 0 | |
| 6 | $a2=R2/U^2=$ | 0,005 | | $\bar{d}2=$ | 1 | |
| 7 | $a3=R3/U^2=$ | 0,006 | | $\bar{d}3=$ | 0 | |
| 8 | Qk= | 1000 | | | | |
| 9 | | | | Целевая функция | | |
| 10 | Лев. часть ограничений | | | Z= | 2010,0 | |
| 11 | $\bar{d}1+\bar{d}2+\bar{d}3=$ | 1 | | | | |
| 12 | $Qk*\bar{d}1-Qk1=$ | 0 | | | | |
| 13 | $Qk*\bar{d}2-Qk2=$ | 0 | | | | |
| 14 | $Qk*\bar{d}3-Qk3=$ | 0 | | | | |
| 15 | | | | | | |

Таким образом, для обеспечения минимальных потерь мощности компенсирующее устройство мощностью 1000 квар следует установить в узле 2 схемы электроснабжения.

**Спасибо за
внимание!**

