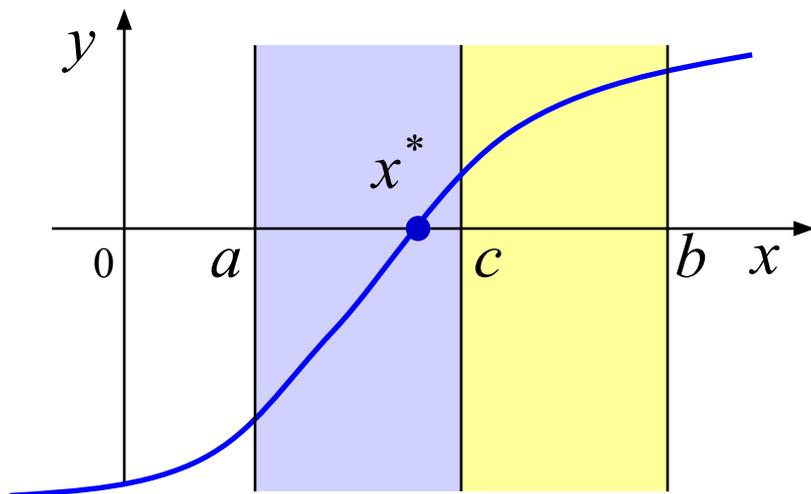


Решение вычислительных задач на компьютере (язык C++)

§ 70. Решение уравнений

Метод деления отрезка пополам



Алгоритм:

- 1) вычислить середину отрезка: $c = \frac{a+b}{2}$
- 2) если на отрезке $[a, c]$ есть решение, присвоить $b := c$, иначе $a := c$
- 3) повторять шаги 1-2 до тех пор, пока $b - a > 2\varepsilon$

? Что напоминает?

? п.2: как определить, есть ли решение?

Вариант:

$$\text{sign } x = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

Метод деления отрезка пополам

Алгоритмический язык:

```
delta := 2*eps
нц пока b - a > delta
  c := (a + b) / 2
  если f(a)*f(c) <= 0 то
    b := c
  иначе
    a := c
все
кц
вывод 'x = ', (a+b)/2
```

$\text{sign}(f(a)) \neq \text{sign}(f(c))$

? Как меняется длина отрезка?

? За сколько шагов уменьшится в 1000 раз?

Метод деления отрезка пополам

C++:

```
float delta = 2*eps;
while( b - a > delta ) {
    float c = (a + b) / 2;
    if( f(a)*f(c) <= 0 )
        b = c;
    else a = c;
}
cout << "x = " << fixed << setw(6)
      << setprecision(3) << (a+b)/2;
```

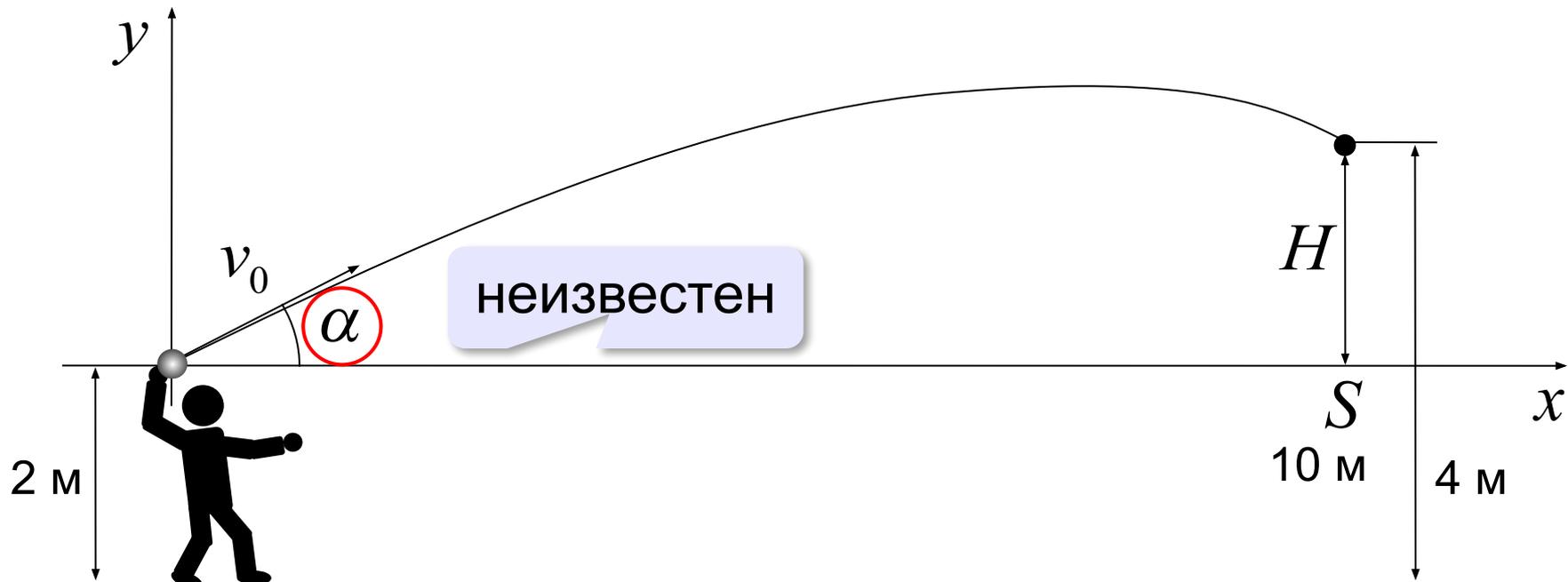


Как меняется длина отрезка?



За сколько шагов уменьшится в 1000 раз?

Полёт мяча



$$x = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha,$$

$$y = v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

Полёт мяча

Задача. Найти **угол α** (и время t) при котором $x = S$ и $y = H$:

$$S = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha, \quad H = v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

Решение:

$$t = \frac{S}{v_0 \cdot \cos \alpha} \rightarrow H = \frac{\cancel{v_0} \cdot S \cdot \sin \alpha}{\cancel{v_0} \cdot \cos \alpha} - \frac{g \cdot S^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

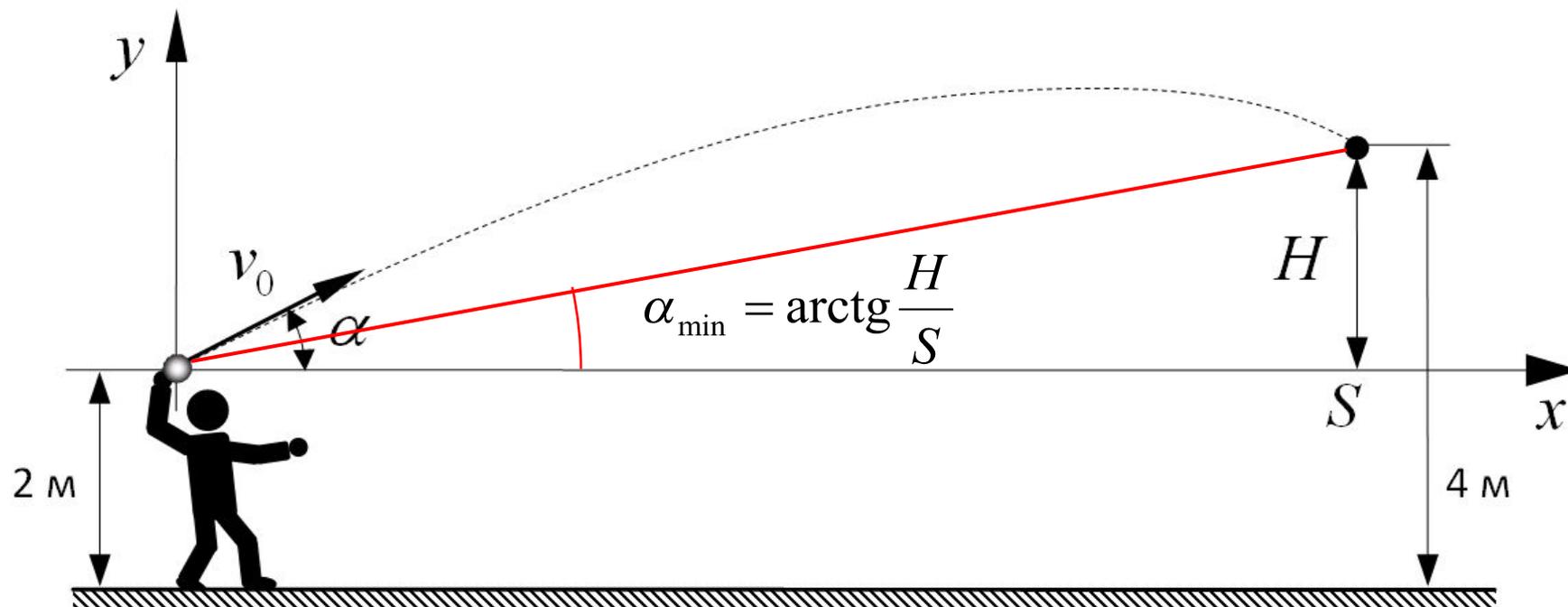
$$f(\alpha) = S \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{g \cdot S^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} - H = 0$$

Диапазон углов для поиска: $[0^\boxtimes \dots 90^\boxtimes]$ \Rightarrow $\left[0 \dots \frac{\pi}{2}\right]$



Как уточнить?

Уточнение диапазона углов



Диапазон углов для поиска: $\left[\operatorname{arctg} \frac{H}{S} \dots \frac{\pi}{2} \right]$

Полёт мяча

Программа на алгоритмическом языке:

```
pi := 3.1415926
u := 0
delta := 2*eps
нц пока u < pi/2
    если f(u)*f(u+delta) <= 0 то
        вывод 'Угол: ', (u+eps)*180/pi
        вывод ' градусов', нс
    все
    u := u + delta
кц
```

$$\alpha_1 \approx 35,6^\circ \quad \alpha_2 \approx 65,8^\circ$$

Полёт мяча

Программа на языке С++:

```
float u = 0;
float delta = 2*eps;
while( u < M_PI/2 ) {
    if( f(u)*f(u+delta) <= 0 ) {
        float alpha = (u+eps)*180/M_PI;
        cout << "Угол: " << fixed << setw(4)
            << setprecision(1)
            << alpha << " градусов";
    }
    u += delta;
}
```

$$\alpha_1 \approx 35,6 \quad \alpha_2 \approx 65,8$$

Полёт мяча

Использование табличного процессора:

— имя ячейки
или диапазона

	A	B
1	Расстояние	10
2	Разница высот	2
3	Скорость	12

Диапазон углов:

	A
4	
5	Угол
6	0
7	5
8	

Полёт мяча

	A	B	C	D	E
1	Расстояние	10			
2	Разница высот	2			
3	Скорость	12			
4					
5	Угол	Угол(рад)	Время	y	f(alpha)
6	0	=RADIANS(A6)	=S/W/COS(B6)	=v*SIN(B6)*C6-9,81*C6^2/2	=D6-H
7	5				
8	10				

S \Leftrightarrow **\$B\$1**

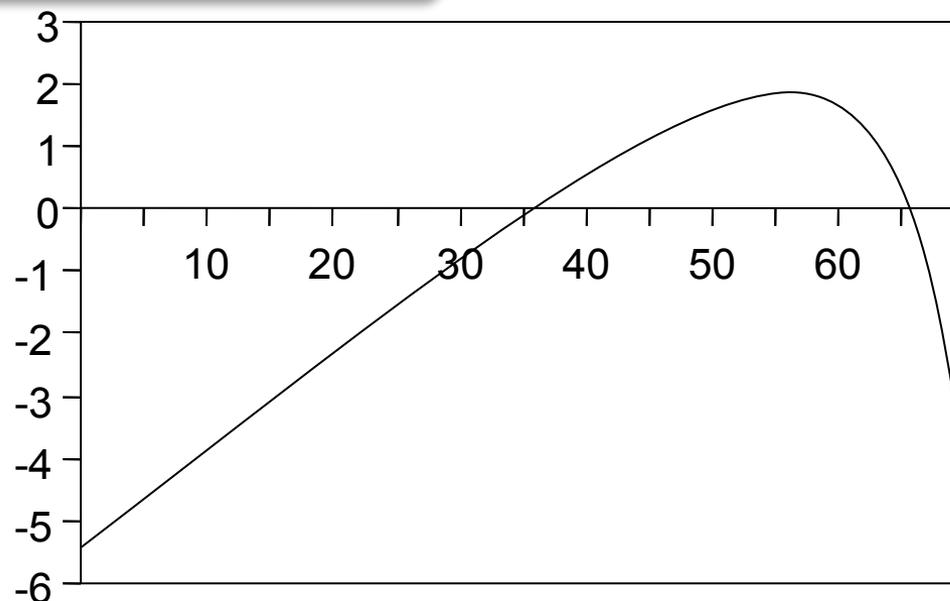
Excel: **РАДИАНЫ**

Диаграмма XY:

Excel: **Точечная**

$$\alpha_1 \approx 35^\circ$$

$$\alpha_2 \approx 65^\circ$$



Полёт мяча

с графика!

	I	J	K	L
1	Угол	Угол(рад)	Время	$f(\alpha)$
2	35			

начальное приближение

целевая
ячейка

Сервис – Подбор параметра:

нужно
 $f(\alpha) = 0$

?

Как найти второе
решение?

изменяем
начальное
приближение



результат
в H2!

Конец фильма

ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич

д.т.н., учитель информатики

ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург

kpolyakov@mail.ru

ЕРЕМИН Евгений Александрович

к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной

дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь

eremin@pspu.ac.ru