муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 45

Законы алгебры логики.

Учитель информатики:
Пастушук Галина Григорьевна

г. Калининград
2016-2017

Законы логики.

Законы логики отражают наиболее важные закономерности логического мышления.

Записываются в виде формул, которые позволяют проводить равносильные преобразования логических выражений.

Закон непротиворечия.

Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным.

$$A \;\&\; \overline{A} = 0$$

Если высказывание **A истинно**, то его отрицание **Not A** должно быть **ложным**.

Закон исключенного третьего.

Высказывание может быть либо истинным, либо ложным, третьего не дано.

$$A \vee \overline{A} = 1$$

Закон двойного отрицания.

Если дважды отрицать какое-либо высказывание, то в результате получим исходное высказывание.

$$\overline{\overline{\mathbf{A}}} = \mathbf{A}$$

Переместительный закон (правило коммутативности)

Слагаемые и множители можно менять местами.

$$A \vee B = B \vee A$$

$$A \,\&\, B = B \,\&\, A$$

Правило ассоциативности.

Можно произвольно расставлять скобки, если в выражении используются только операции логического сложения или только операции логического умножения.

(A v B) v C = A v (B v C)

(A & B) & C = A & (B & C)

Распределительный закон (правило дистрибутивности)

Можно за скобки выносить общие множители.

В алгебре $ab + ac = a(b+c)$

$$\mathbf{(A \;\&\; B) \vee (A \;\&\; C) = A \;\&\; (B \vee C)}$$

Распределительный закон (правило дистрибутивности)

Можно за скобки выносить общие слагаемые.

$$(A \lor B) \,\&\, (A \lor C) = A \lor (B \,\&\, C)$$

Правило равносильности. (идемпотентности)

Показатель степени у результатов логического сложения и умножения переменных отсутствует.

$$A \ \& \ A = A$$

$$A \vee A = A$$

Правило исключения констант

Для логического умножения

$$A \& 1 = A$$

$$A \& 0 = 0$$

Правило исключения констант

Для логического сложения

$$A \vee 1 = 1$$

$$A \vee 0 = A$$

Закон де Моргана.

Общая инверсия для логического сложения.

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \,\&\, \overline{B}$$

Закон де Моргана.

Общая инверсия для логического умножения.

$$\overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

Правила де Моргана.

$$\overline{\overline{A} \vee B} = A \;\&\; \overline{B}$$

$$\overline{A \;\&\; \overline{B}} = \overline{A} \vee B$$

Правило замены для следования

$$A \rightarrow B = \overline{A} \vee B$$

$$A \rightarrow B = A \ \& \ \overline{B}$$

Правило замены для эквивалентности

$$A \Leftrightarrow B =$$

$$=(A \ \& \ B) \vee (\overline{A} \ \& \ \overline{B})$$

Правило замены для эквивалентности

$$\mathbf{A \Leftrightarrow B =}$$

$$\mathbf{=(\overline{A}\ v\ B)\&(A\ v\ \overline{B})}$$

Правило замены для «исключающее ИЛИ»

$$A \oplus B =$$

$$=(\overline{A} \vee B) \& (A \vee \overline{B})$$

Закон поглощения

$$A \,\&\, (A \vee B) = A$$

$$A \vee (A \,\&\, B) = A$$

Закон поглощения

$$\overline{A} \mathbin{\&} (A \vee B) = \overline{A} \mathbin{\&} B$$

$$A \vee (\overline{A} \mathbin{\&} B) = A \vee B$$

Нормальная форма логического выражения

В ней используются только операции:

1. конъюнкции (логическое И)
2. дизъюнкции (логическое ИЛИ)
3. инверсии (логическое НЕ).

   Знаки отрицания находятся только при переменных .

   Двойное отрицание отсутствует.

Упрощение логических выражений

Шаг 1. Заменить операции ⊕→↔ на их выражения через **И**, **ИЛИ** и **НЕ**:

$$A \oplus B = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$$

$$A \to B = \overline{A} + B$$

$$A \leftrightarrow B = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Шаг 2. Раскрыть инверсию сложных выражений по формулам де Моргана:

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}, \quad \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Шаг 3. Используя законы логики, упрощать выражение, стараясь применять закон исключения третьего.

Упрощение логических выражений

$$Q = M \cdot X \cdot \overline{H} + \overline{M} \cdot X \cdot \overline{H} = (M + \overline{M}) \cdot X \cdot \overline{H} = X \cdot \overline{H}$$

$$X = (B \to A) \cdot \overline{(A + B)} \cdot (A \to C)$$

раскрыли →

$$= (\overline{B} + A) \cdot \overline{(A + B)} \cdot (\overline{A} + C)$$

формула де Моргана

$$= (\overline{B} + A) \cdot \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot (\overline{A} + C)$$

распределительный

$$= (\overline{B} \cdot \overline{A} + A \cdot \overline{A}) \cdot \overline{B} \cdot (\overline{A} + C)$$

исключения третьего

$$= \overline{B} \cdot \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot (\overline{A} + C)$$

повторения

$$= \overline{B} \cdot \overline{A} \cdot (\overline{A} + C)$$

поглощения

$$= \overline{B} \cdot \overline{A}$$

Источники информации:

1. Информатика. Углублённый уровень: учебник для 10 класса: в 2 ч. Ч.1/ К.Ю. Поляков, Е.А. Еремин. – М. БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013.
2. http://kpolyakov.spb.ru/school/ege.htm