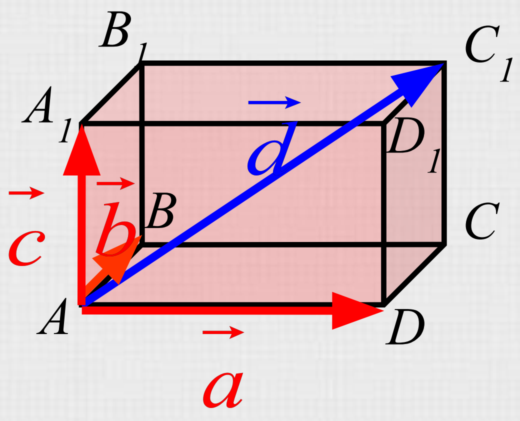
Векторы в пространстве

вход

Правило параллелепипеда

Вектор, лежащий на диагонали параллелепипеда, равен сумме векторов, проведенных из той же точки и лежащих на трех измерениях параллелепипеда.



$$\overrightarrow{AD} = \vec{a}$$

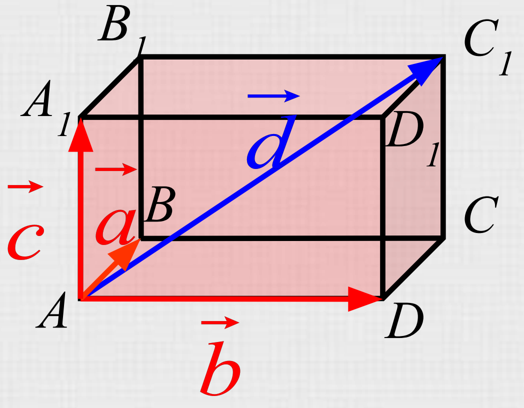
$$\overrightarrow{AB} = \vec{b}$$

$$\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$$

$$\overrightarrow{AC_1} = \vec{d}$$

$$\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1}$$

Свойства

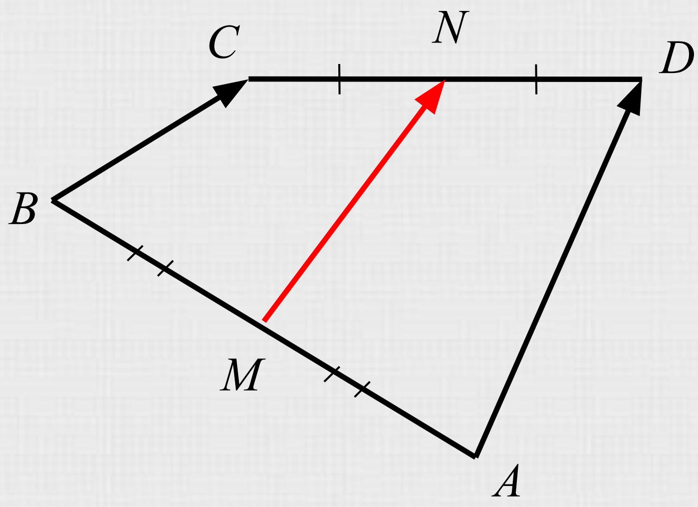


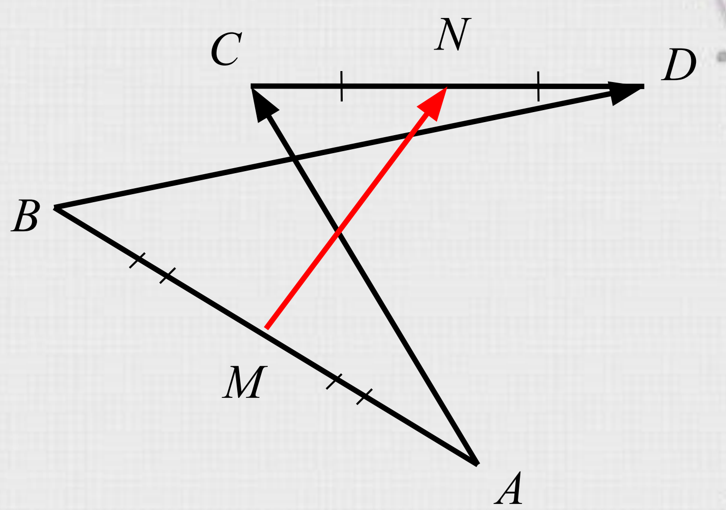
$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ *для любого параллелепипеда*

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ *для прямоугольного параллелепипеда*

Вектор, соединяющий середины двух отрезков,

равен полусумме векторов, соединяющих их концы.

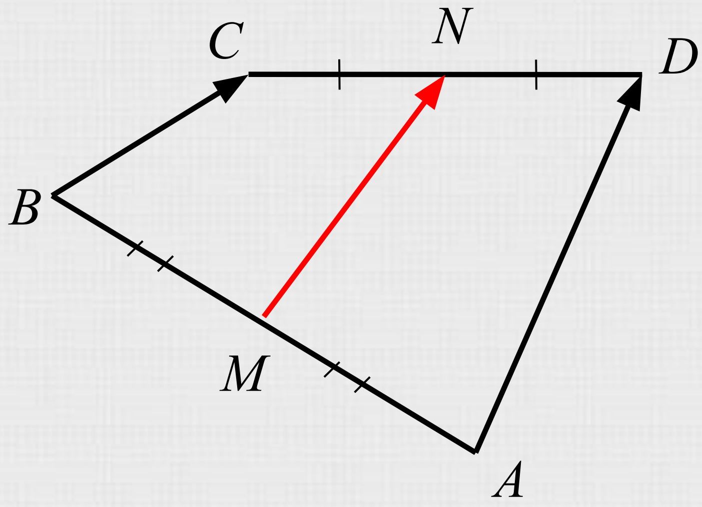




$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$$

Доказательство

Доказательство



Дано :

$AB; CD$

$BM = AM$

$CN = ND$

Доказать :

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$$

Доказательство :

$$\left.\begin{aligned}\overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}\\ \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN}\end{aligned}\right| +$$

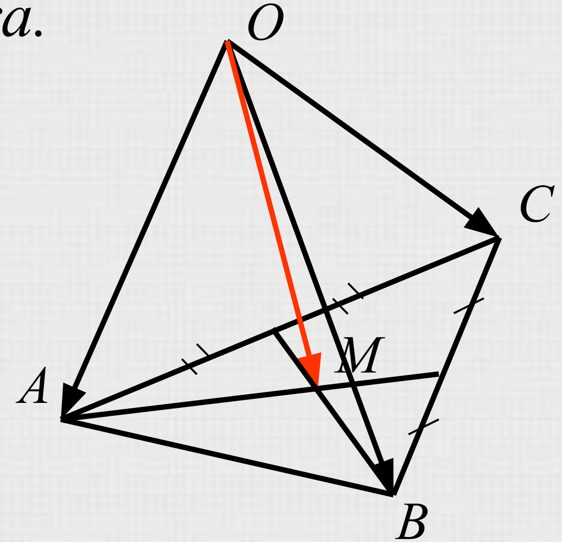
$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$$

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) \text{ ч.т.д.}$$

<u>Вектор, проведенный в центроид треугольника,</u>

равен одной трети суммы векторов, проведенных из этой точки в вершины треугольника.

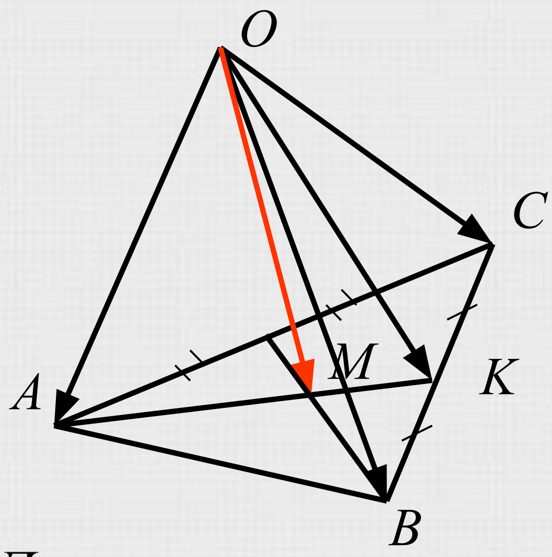
Центроид *– точка пересечения медиан треугольника.*



$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$$

Доказательство

Доказательство



Дано:

ΔABC

$M - центроид$

Доказать:

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$$

Доказательство:

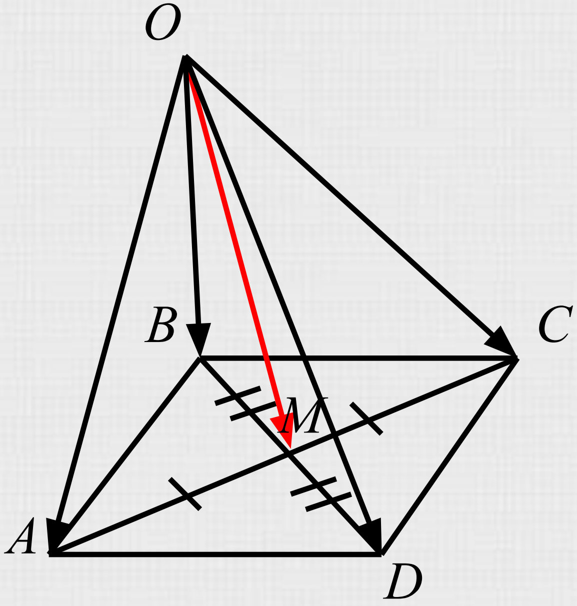
$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OK} =$$

$$= \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}(\frac{1}{2}(\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB})) =$$

$$= \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \text{ ч.т.д.}$$

Вектор, проведенный в точку пересечения диагоналей параллелограмма,

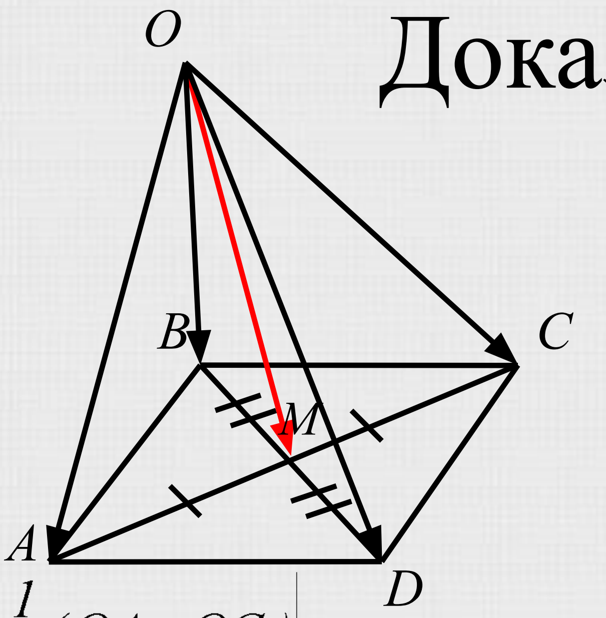
равен одной четверти суммы векторов, проведенных из этой точки в вершины параллелограмма.



$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$$

Доказательство

Доказательство



Дано :

$ABCD - пар - м$

$BD \cap AC = M$

Доказать :

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$$

$$\left.\begin{aligned} OM &= \frac{1}{2}(OA + OC) \\ OM &= \frac{1}{2}(OB + OD) \end{aligned}\right| +$$

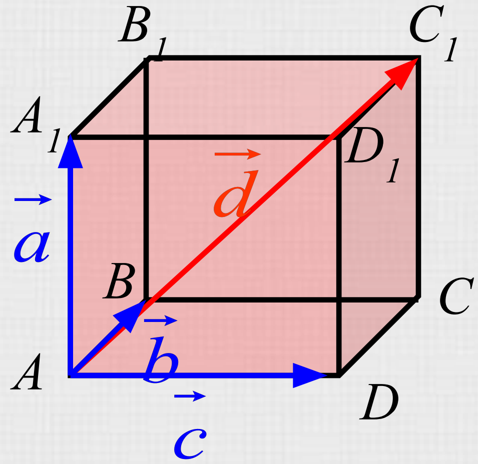
$$2OM = \frac{1}{2}OA + \frac{1}{2}OB + \frac{1}{2}OC + \frac{1}{2}OD$$

$$OM = \frac{1}{4}OA + \frac{1}{4}OB + \frac{1}{4}OC + \frac{1}{4}OD =$$

$$= \frac{1}{4}(OA + OB + OC + OD)$$ ÷.ò.ä.

Вектор, лежащий на диагонали параллелепипеда,

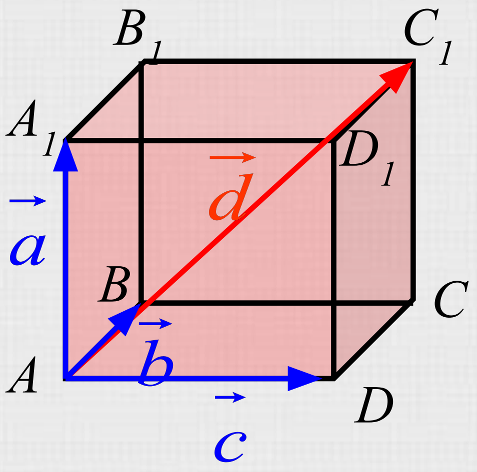
равен сумме векторов, лежащих на трех его ребрах, исходящих из одной вершины.



$$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

Доказательство

Доказательство



Дано :

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – *пар – м*

$\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}$

$\overrightarrow{AB} = \vec{b}$

$\overrightarrow{AD} = \vec{c}$

$\overrightarrow{AC_1} = \vec{d}$

Доказать :

$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

Доказательство :

$\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{BC_1} =$

$= \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} =$

$= \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ *ч.т.д.*