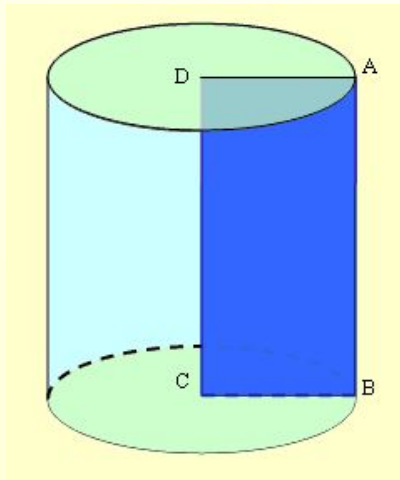
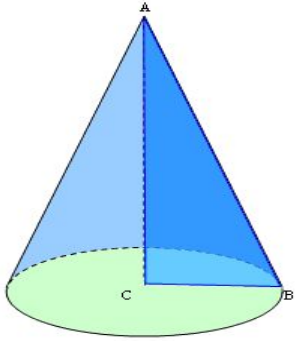
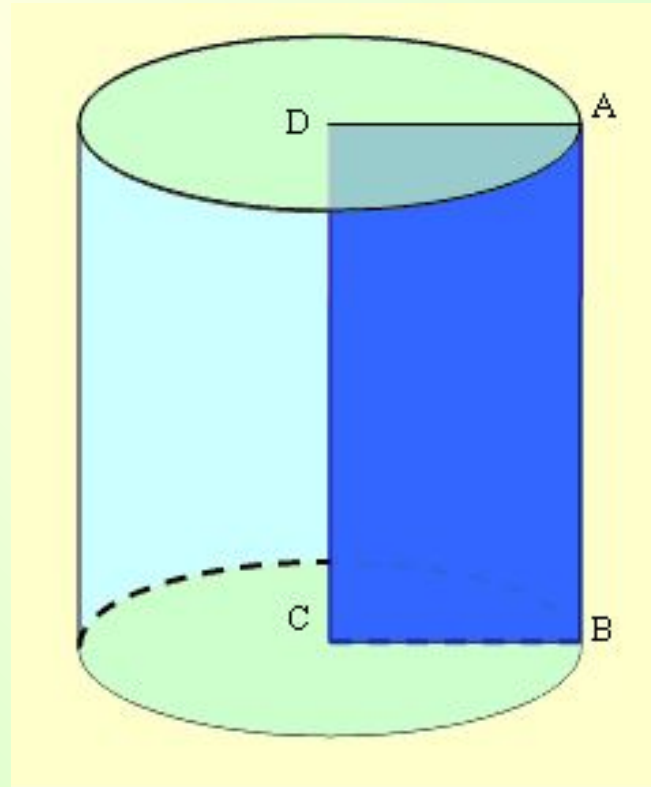


# Тела вращения

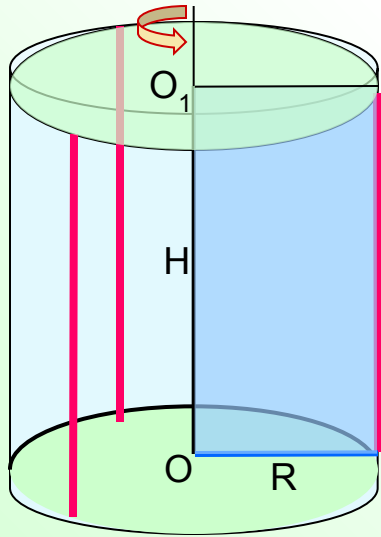


**Цилиндром** называется полученное при вращении прямоугольника вокруг оси, проходящей через одну из его сторон.



*От греческого  
«валик, каток»*

# Основные определения



**Основаниями** цилиндра называются круги, полученные в результате вращения сторон прямоугольника, смежных со стороной принадлежащей оси вращения.

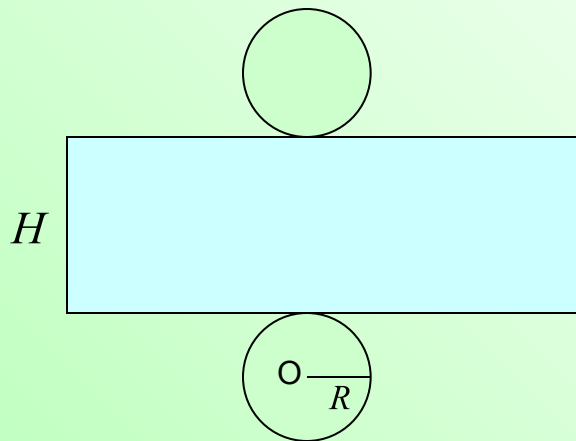
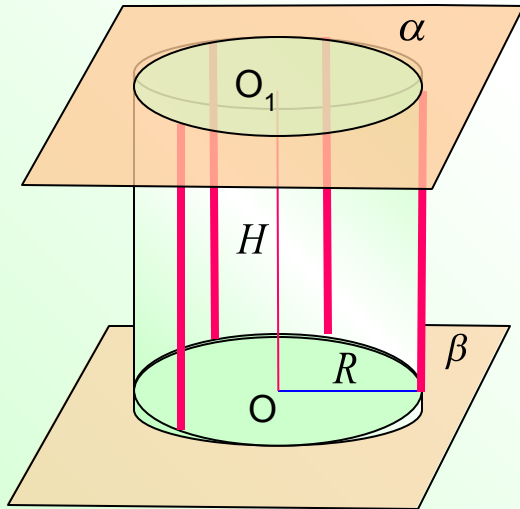
**Образующими** цилиндра называются отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей.

**Радиусом** цилиндра называется радиус его основания.

**Высотой** цилиндра называется расстояние между плоскостями оснований.

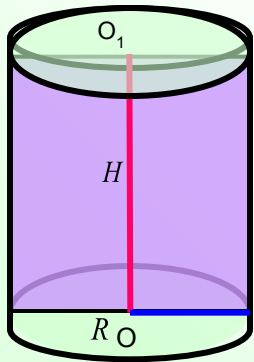
**Осью** цилиндра называется прямая, проходящая через центры оснований.

# Цилиндр: основные свойства

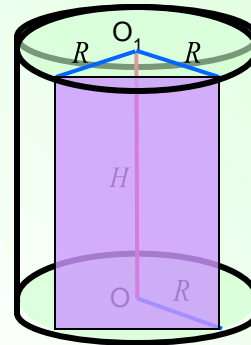


- Основания цилиндра равны и лежат в параллельных плоскостях.
- Образующие цилиндра параллельны и равны.
- **Боковая поверхность** цилиндра составлена из образующих.
- Поверхность цилиндра состоит из оснований и боковой поверхности.
- **Развертка** цилиндра представляет собой прямоугольник и два круга

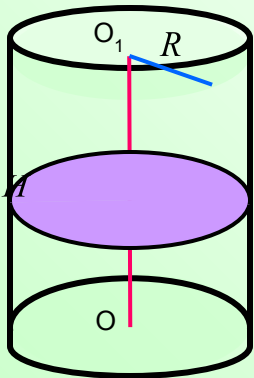
# Сечения цилиндра



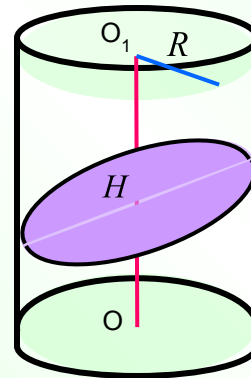
Сечение цилиндра плоскостью, проходящей через ось цилиндра, называется **осевым сечением**.



Сечение цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра, представляет собой **прямоугольник**.

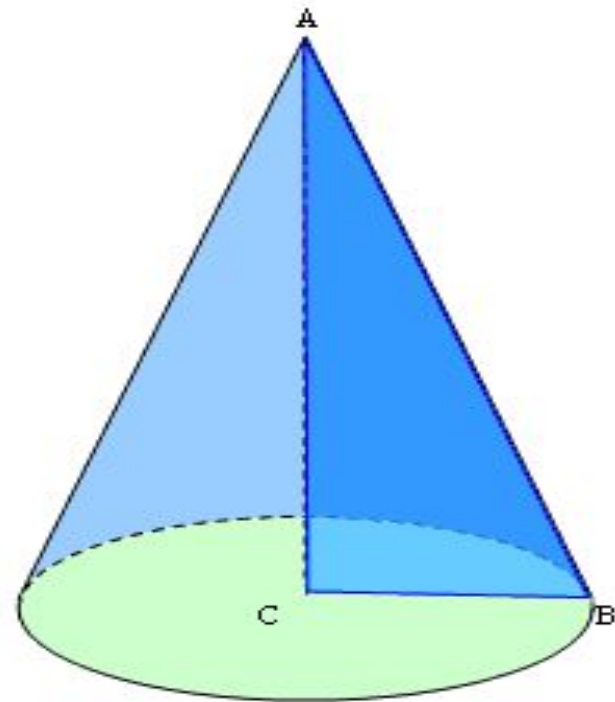


Сечение цилиндра плоскостью, перпендикулярной оси цилиндра, представляет собой **круг**, равный основанию.



Сечение цилиндра плоскостью, проходящей под углом к оси цилиндра, представляет собой **эллипс**.

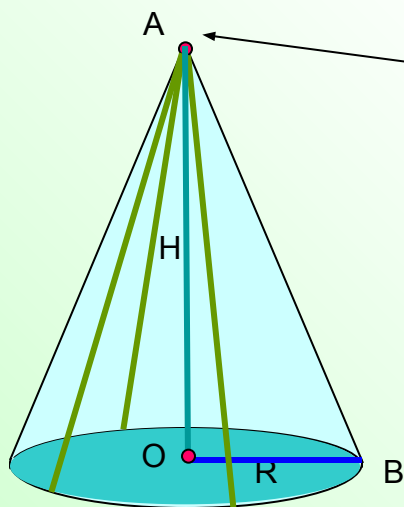
**Конусом** называется полученное при вращении прямоугольного треугольника вокруг оси, содержащей его катет.



*От греческого  
«сосновая шишка,  
остроконечная  
верхушка шлема»*

# Основные определения

**Основанием** конуса называется круг, полученный в результате вращения катета, перпендикулярного стороне, принадлежащей оси вращения.



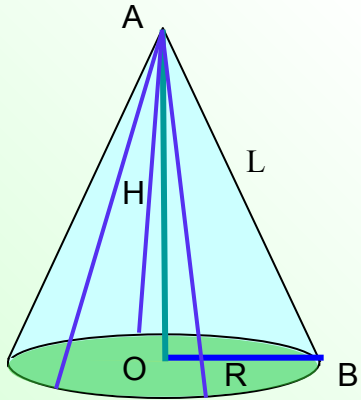
**Вершиной конуса** называется точка, не лежащая в плоскости этого круга.

**Радиусом** конуса называется радиус его основания.

**Образующими** конуса называются отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания.

**Высотой конуса** называется перпендикуляр, опущенный из его вершины на плоскость основания.

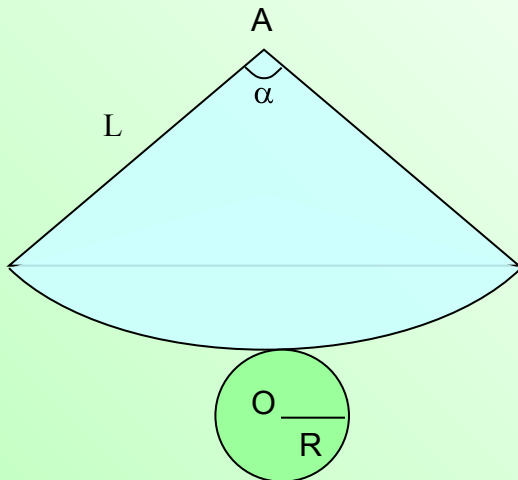
# Конус: основные свойства



• Конус называется **прямым**, если прямая соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.

• **Образующие** прямого конуса равны.

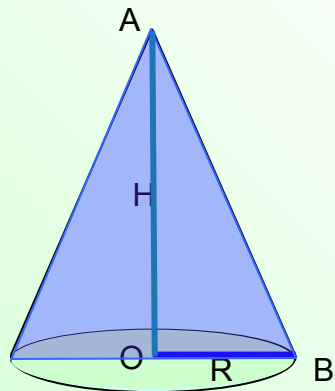
• **Полная поверхность** конуса состоит из основания и боковой поверхности.



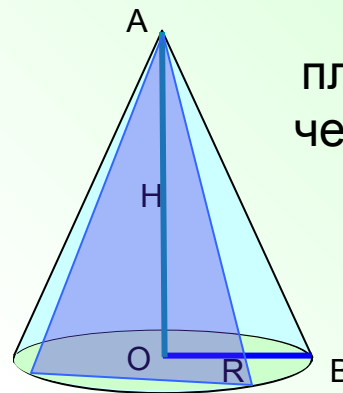
• **Развертка** конуса представляет собой круговой сектор, радиусом которого является образующая, и круг.



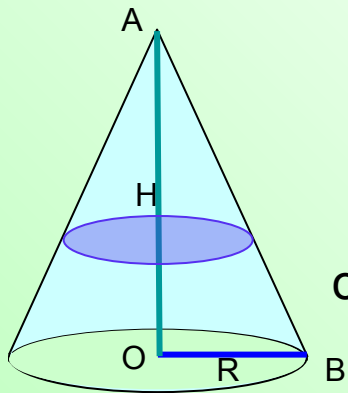
# Сечения конуса



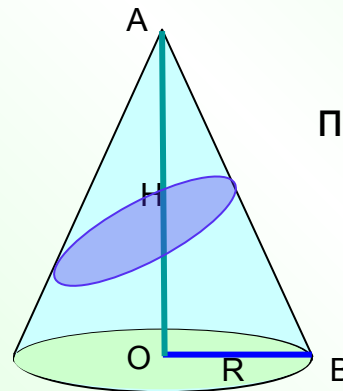
•Сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют **осевым сечением**.  
Осевое сечение прямого конуса является равнобедренным треугольником



•Сечение конуса плоскостью, проходящей через вершину конуса, но не через его ось представляет собой **равнобедренный треугольник**.



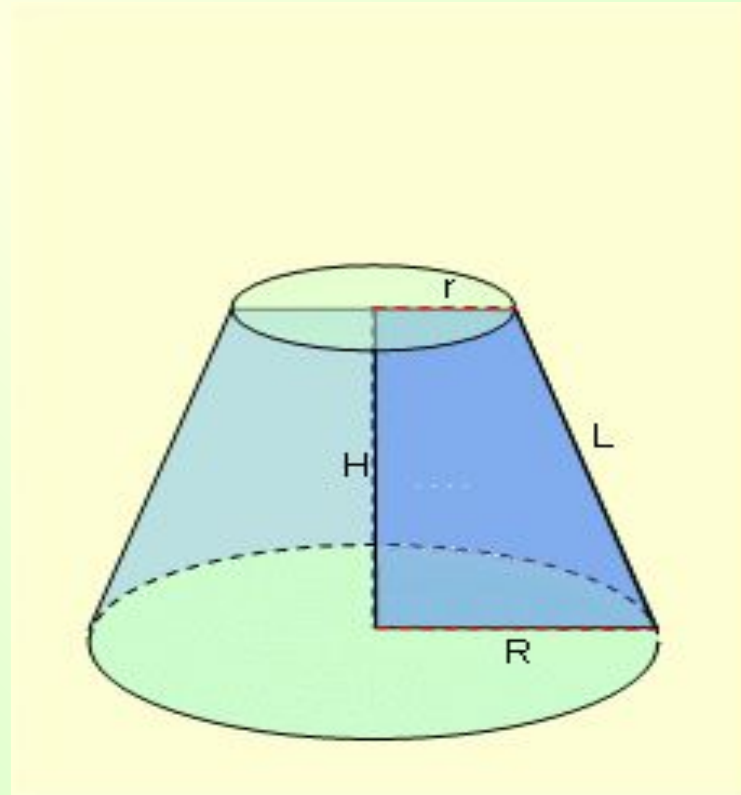
•Сечение конуса плоскостью, перпендикулярной его оси, представляет собой **круг**.



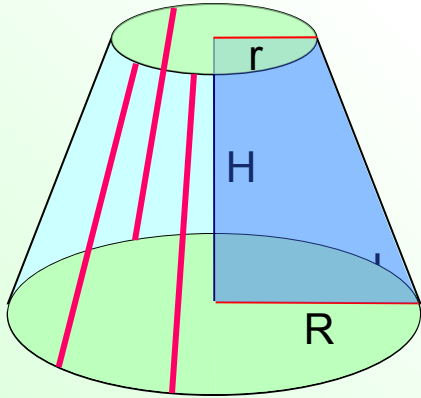
•Сечение конуса плоскостью, проходящей под углом к оси представляет собой **эллипс**.

# Усеченный конус

**Усеченным конусом** называется часть конуса, заключенная между его основанием и секущей плоскостью, параллельной плоскости основания конуса.



# Основные определения



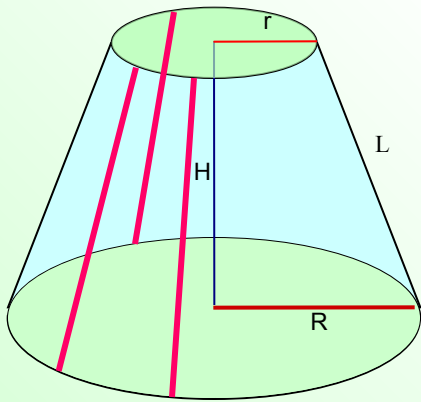
**Основаниями** усеченного конуса называются основание данного конуса и круг, полученный в сечении этого конуса плоскостью.

**Образующими** называются отрезки образующих конической поверхности, расположенные между основаниями усеченного конуса.

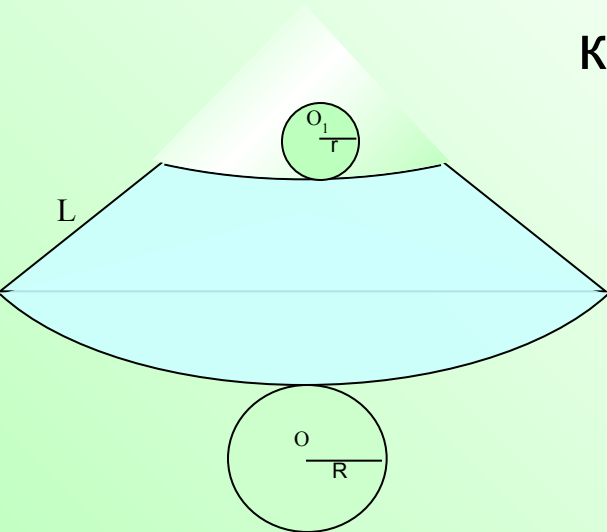
**Радиусами** усеченного конуса называются радиусы его оснований.

**Высотой** называется отрезок, соединяющий центры оснований усеченного конуса.

# УСЕЧЕННЫЙ КОНУС: ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА

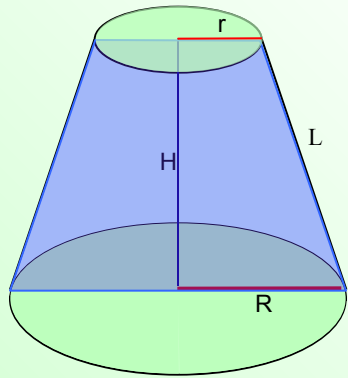


- Все **образующие** усеченного конуса равны между собой.
- **Боковой поверхностью усеченного конуса** называется часть конической поверхности, ограничивающая усеченный конус.

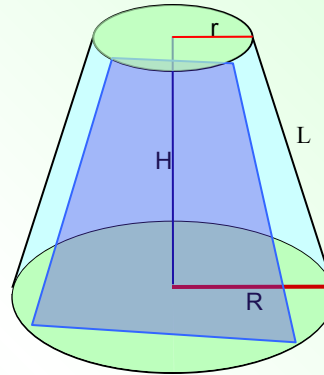


- **Полная поверхность** конуса состоит из оснований и боковой поверхности.
- **Развертка** усеченного конуса представляет собой часть кругового кольца и два круга.

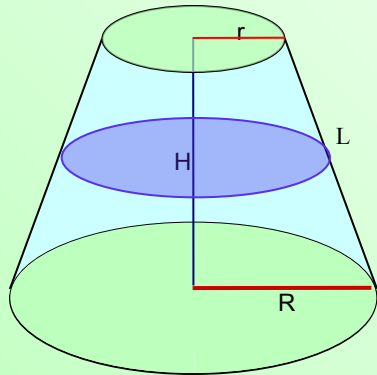
# Некоторые варианты сечений усеченного конуса



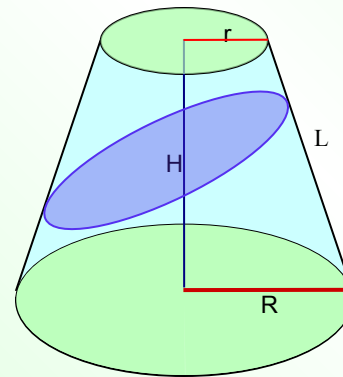
Сечение усеченного конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют **осевым сечением**. Осевое сечение представляет собой равнобедренную трапецию.



Сечение усеченного конуса плоскостью, проходящей через основания конуса, параллельно его оси представляет собой **равнобедренную трапецию**.

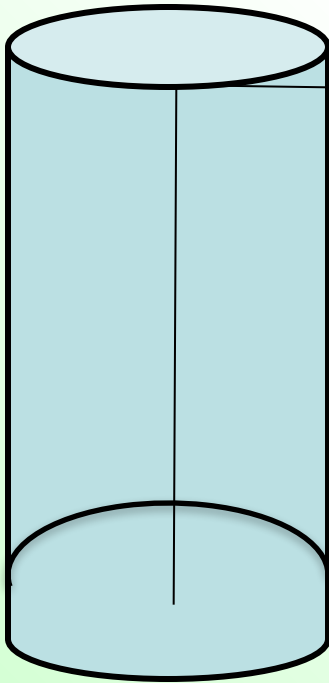


Сечение усеченного конуса плоскостью, перпендикулярной его оси, представляет собой **круг**.



Сечение усеченного конуса плоскостью, проходящей под углом к оси представляет собой **эллипс**.

**Задача 1.** Токарю надо выточить деталь в форме цилиндра высотой 5 см и объёмом около  $140 \text{ см}^3$ . Найдите радиус детали.

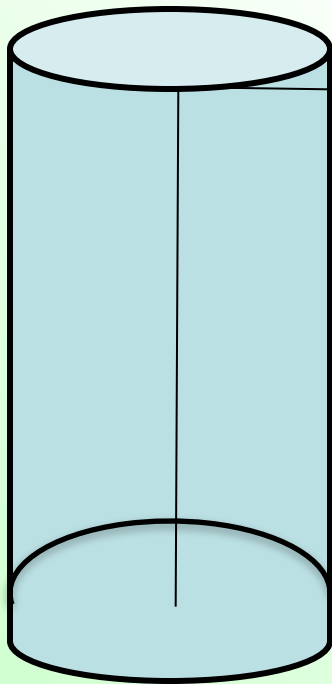


[Показать решение](#)

**Задача 1.** Токарю надо выточить деталь в форме цилиндра высотой 5 см и объёмом около 140 см<sup>3</sup>. Найдите радиус детали.

**Дано:** цилиндр,

$$V=140 \text{ см}^3, h=5 \text{ см}$$



**Найти:** R

**Решение**

$$V = \pi R^2 h \Rightarrow R = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$$

$$\Rightarrow R \approx \sqrt{\frac{140}{3,14 \cdot 5}} \approx 3 \text{ см}$$

**Задача № 4.** Сколько квадратных метров листовой жести пойдет на изготовление трубы длиной 4м и диаметром 20см, если на швы необходимо добавить 2,5% от площади её боковой поверхности?

$$S_{бок} = 2\pi RH$$

$$0,025S_{бок} = 0,025 \cdot 2\pi RH = 0,05\pi RH$$

$$S_{бок} + 0,025S_{бок} = 2\pi RH + 0,05\pi RH = 2,05\pi RH$$

$$S_{бок} + 0,025S_{бок} = 2,05\pi RH = 2,05\pi \cdot 0,1 \cdot 4 = 0,82\pi$$

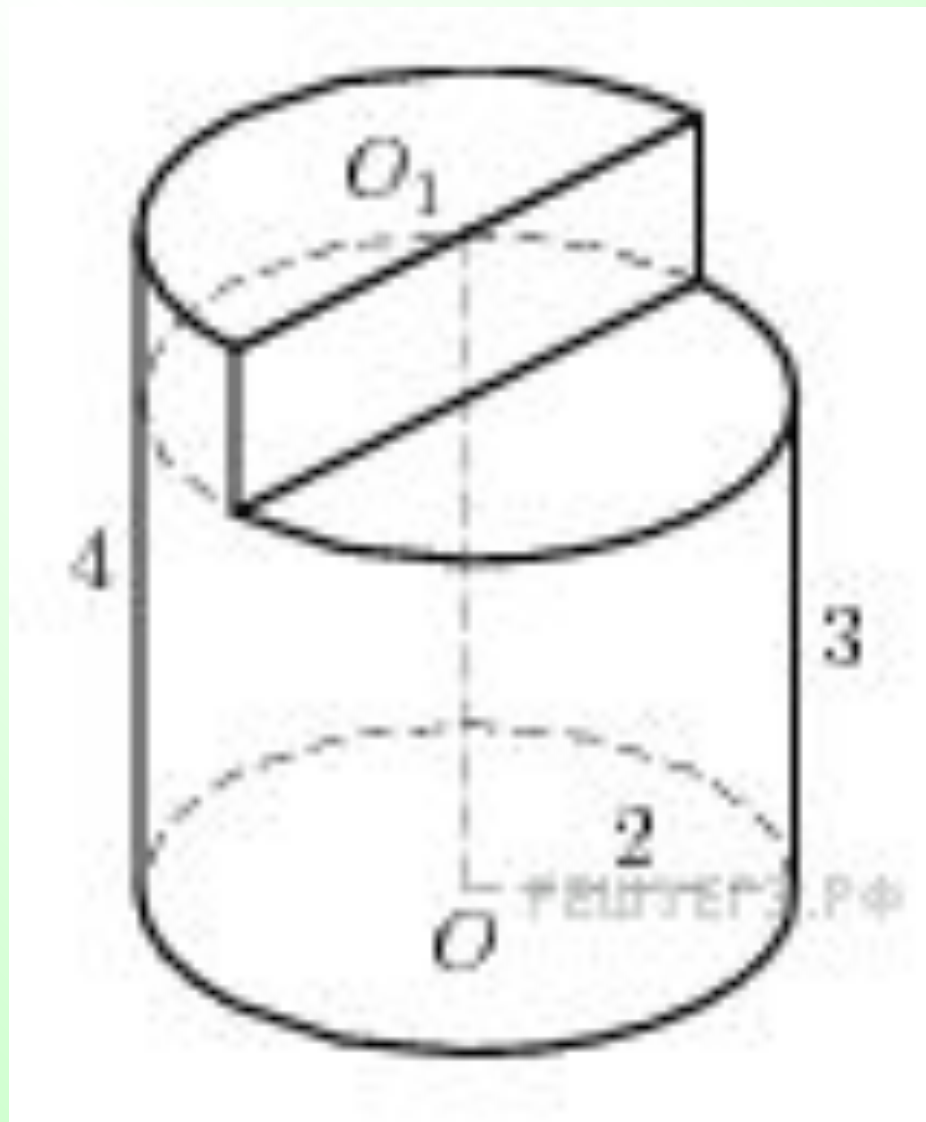
*Ответ* :  $0,82\pi \approx 2,58(\text{м}^2)$





### Задача № 5

Найдите объем части цилиндра, изображенной на рисунке.



## Задача № 5

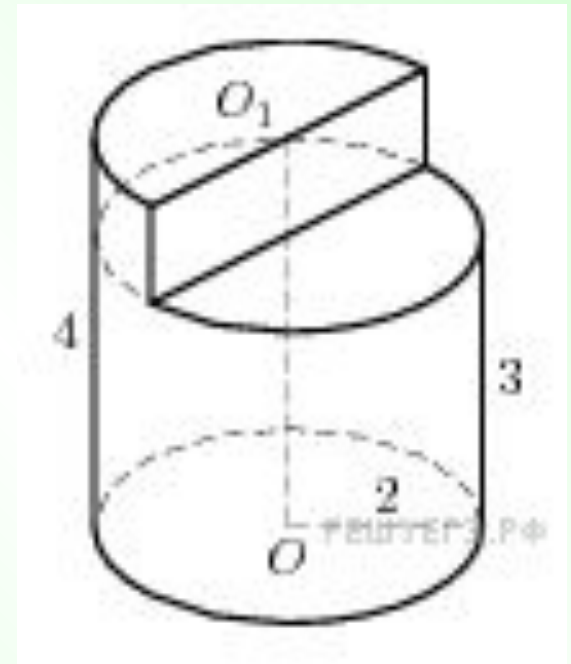
Найдите объем части цилиндра, изображенной на рисунке.

### Решение

Объем данной фигуры равен сумме объемов цилиндра с радиусом основания 2 и высотой 3 и половины цилиндра с тем же радиусом основания и высотой 1:

$$V = \pi R^2 \left( h_1 + \frac{1}{2} h_2 \right) = \pi 2^2 \left( 3 + \frac{1}{2} \right) = 14\pi$$

Ответ:  $14\pi$



# Домашнее задание

№ 1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите: а) высоту цилиндра; б) площадь основания цилиндра.

№ 2. Площадь осевого сечения цилиндра равна  $10 \text{ м}^2$ , а площадь основания равна  $5 \text{ м}^2$ . Найдите высоту цилиндра.