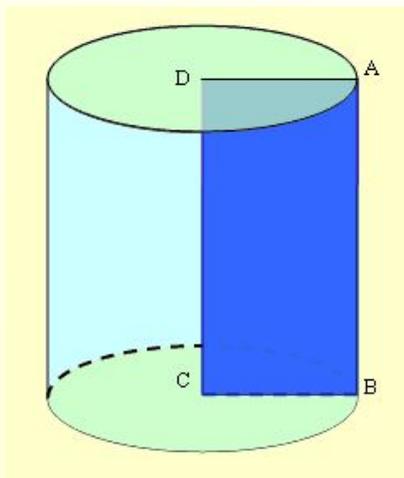
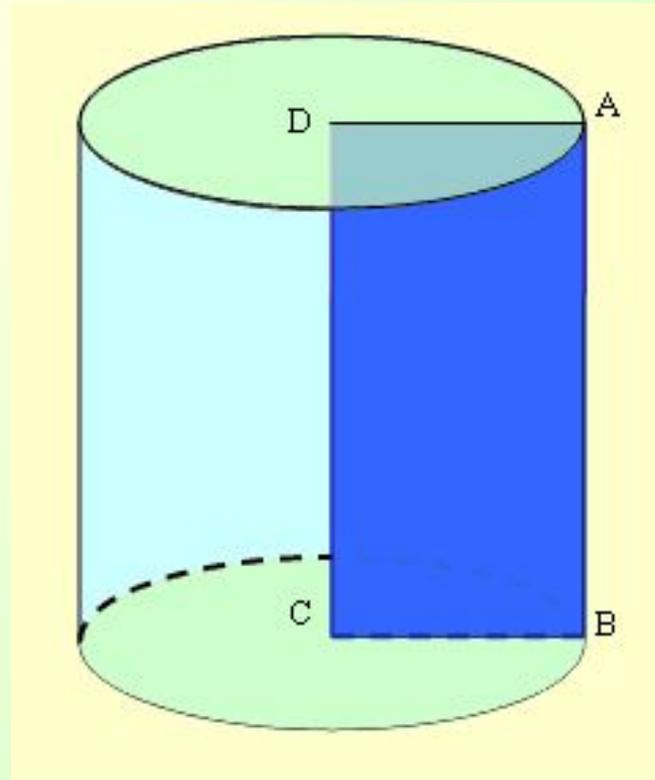


Тела вращения

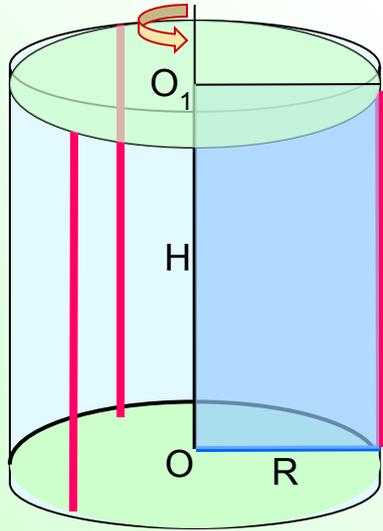


Цилиндром называется полученное при вращении прямоугольника вокруг оси, проходящей через одну из его сторон.



*От греческого
«валик, каток»*

Основные определения



Основаниями цилиндра называются круги, полученные в результате вращения сторон прямоугольника, смежных со стороной принадлежащей оси вращения.

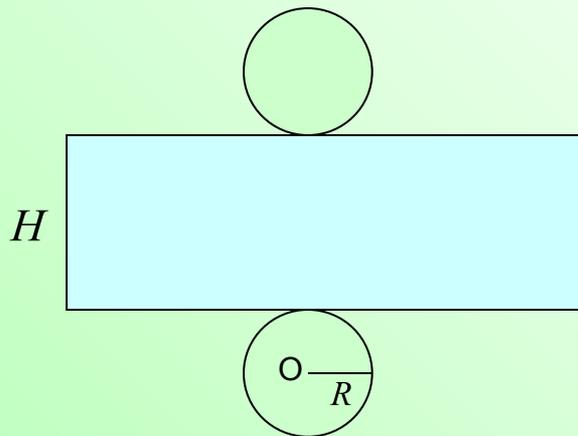
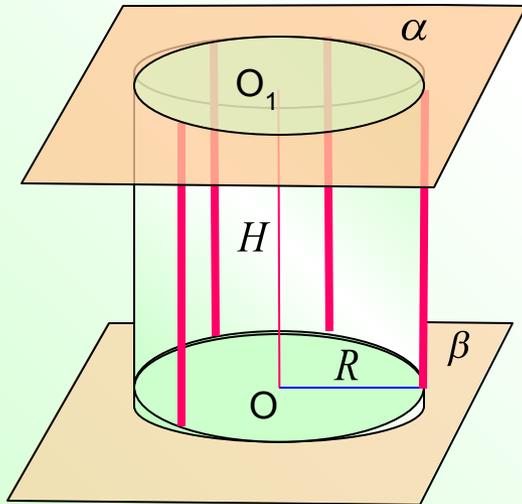
Образующими цилиндра называются отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей.

Радиусом цилиндра называется радиус его основания.

Высотой цилиндра называется расстояние между плоскостями оснований.

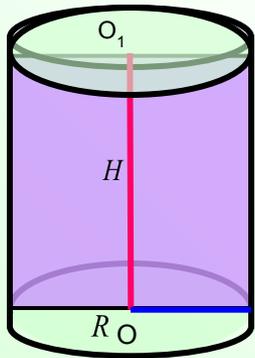
Осью цилиндра называется прямая, проходящая через центры оснований.

Цилиндр: основные свойства

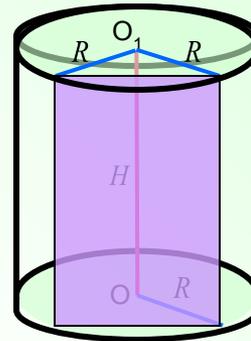


- Основания цилиндра равны и лежат в параллельных плоскостях.
- Образующие цилиндра параллельны и равны.
- **Боковая поверхность** цилиндра составлена из образующих.
- Поверхность цилиндра состоит из оснований и боковой поверхности.
- **Развертка** цилиндра представляет собой прямоугольник и два круга

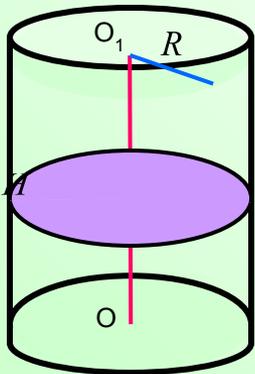
Сечения цилиндра



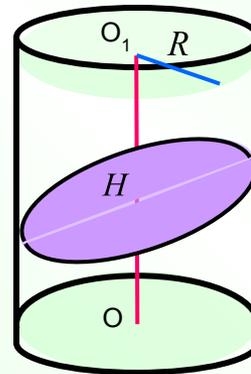
Сечение цилиндра плоскостью, проходящей через ось цилиндра, называется **осевым сечением**.



Сечение цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра, представляет собой **прямоугольник**.

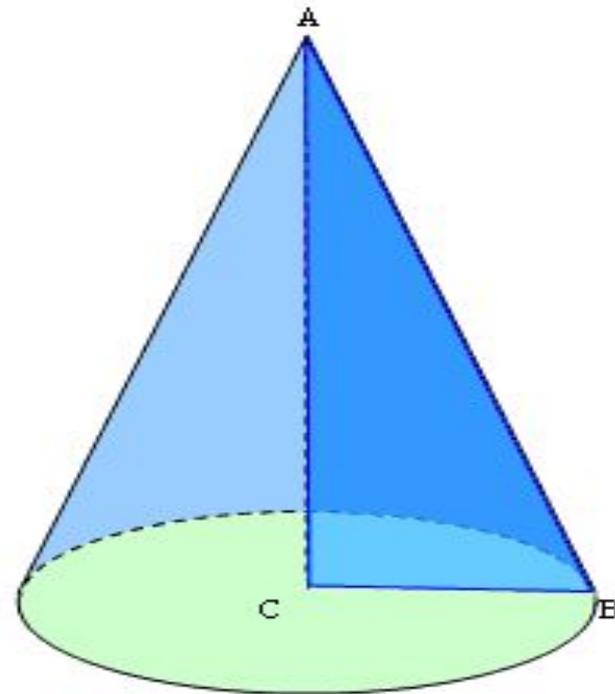


Сечение цилиндра плоскостью, перпендикулярной оси цилиндра, представляет собой **круг**, равный основанию.



Сечение цилиндра плоскостью, проходящей под углом к оси цилиндра, представляет собой **эллипс**.

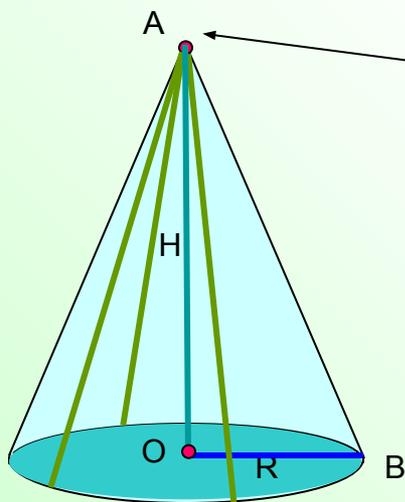
Конусом называется полученное при вращении прямоугольного треугольника вокруг оси, содержащей его катет.



*От греческого
«сосновая шишка,
остроконечная
верхушка шлема»*

Основные определения

Основанием конуса называется круг, полученный в результате вращения катета, перпендикулярного стороне, принадлежащей оси вращения.



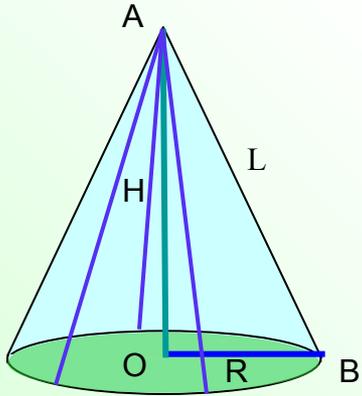
Вершиной конуса называется точка, не лежащая в плоскости этого круга.

Радиусом конуса называется радиус его основания.

Образующими конуса называются отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания.

Высотой конуса называется перпендикуляр, опущенный из его вершины на плоскость основания.

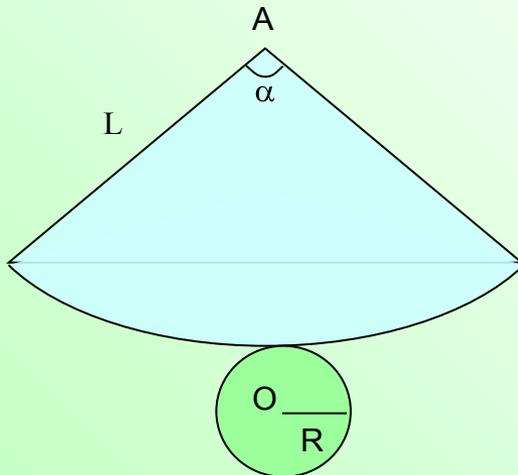
Конус: основные свойства



• Конус называется **прямым**, если прямая соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.

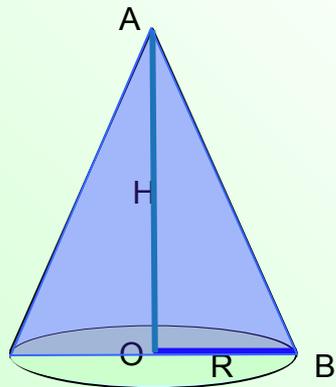
• **Образующие** прямого конуса равны.

• **Полная поверхность** конуса состоит из основания и боковой поверхности.

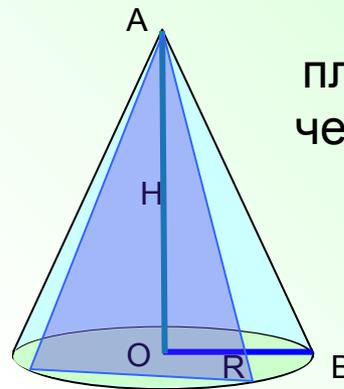


• **Развертка** конуса представляет собой круговой сектор, радиусом которого является образующая, и круг.

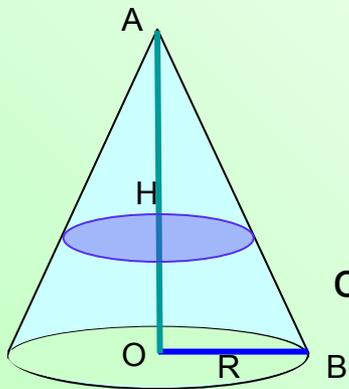
Сечения конуса



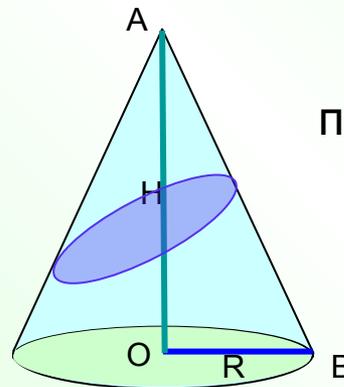
•Сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют **осевым сечением**.
Осевое сечение прямого конуса является равнобедренным треугольником



•Сечение конуса плоскостью, проходящей через вершину конуса, но не через его ось представляет собой **равнобедренный треугольник**.



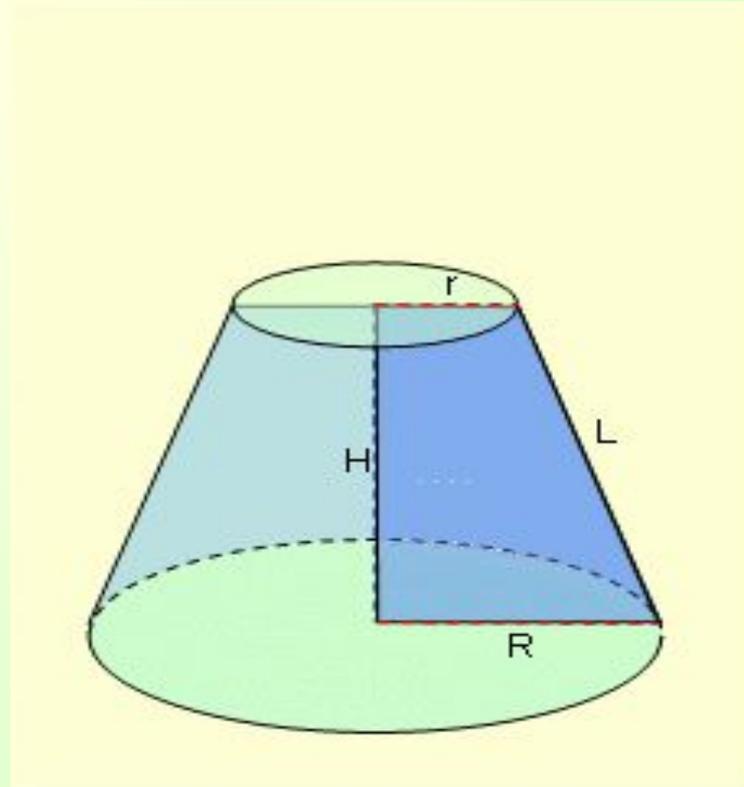
•Сечение конуса плоскостью, перпендикулярной его оси, представляет собой **круг**.



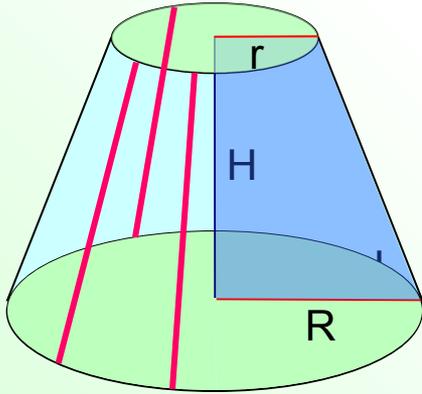
•Сечение конуса плоскостью, проходящей под углом к оси представляет собой **эллипс**.

Усеченный конус

Усеченным конусом называется часть конуса, заключенная между его основанием и секущей плоскостью, параллельной плоскости основания конуса.



Основные определения



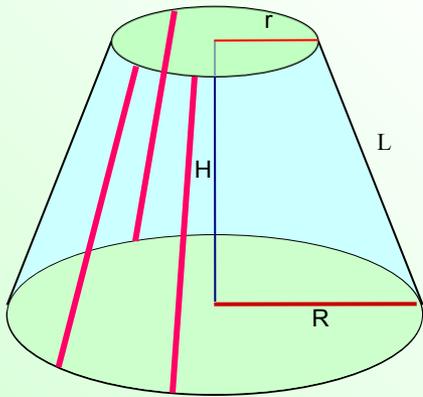
Основаниями усеченного конуса называются основание данного конуса и круг, полученный в сечении этого конуса плоскостью.

Образующими называются отрезки образующих конической поверхности, расположенные между основаниями усеченного конуса.

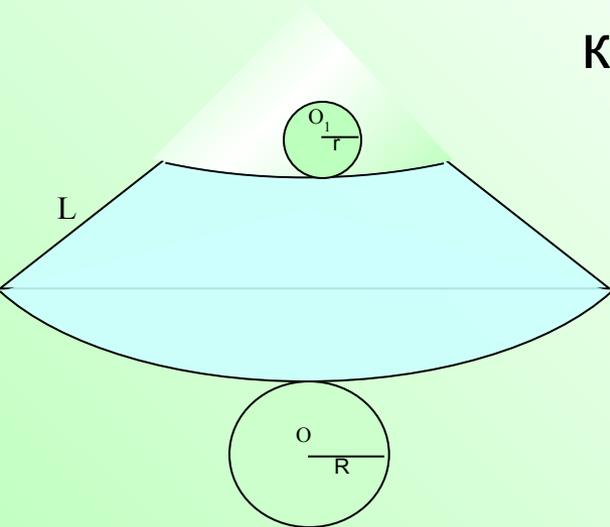
Радиусами усеченного конуса называются радиусы его оснований.

Высотой называется отрезок, соединяющий центры оснований усеченного конуса.

УСЕЧЕННЫЙ КОНУС: ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА

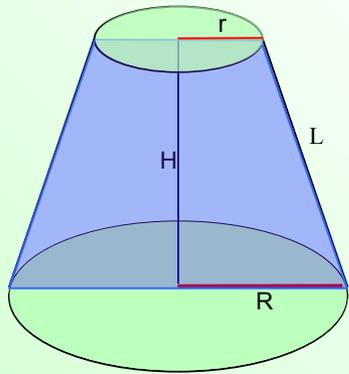


- Все **образующие** усеченного конуса равны между собой.
- **Боковой поверхностью усеченного конуса** называется часть конической поверхности, ограничивающая усеченный конус.

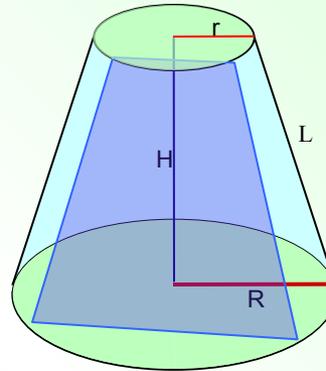


- **Полная поверхность** конуса состоит из оснований и боковой поверхности.
- **Развертка** усеченного конуса представляет собой часть кругового кольца и два круга.

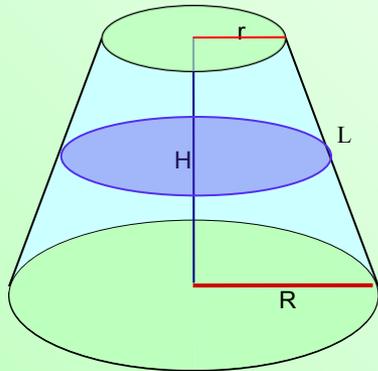
Некоторые варианты сечений усеченного конуса



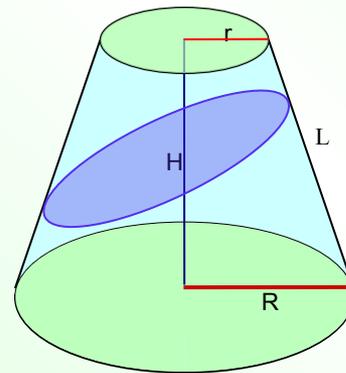
Сечение усеченного конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют **осевым сечением**. Осевое сечение представляет собой равнобедренную трапецию.



Сечение усеченного конуса плоскостью, проходящей через основания конуса, параллельно его оси представляет собой **равнобедренную трапецию**.

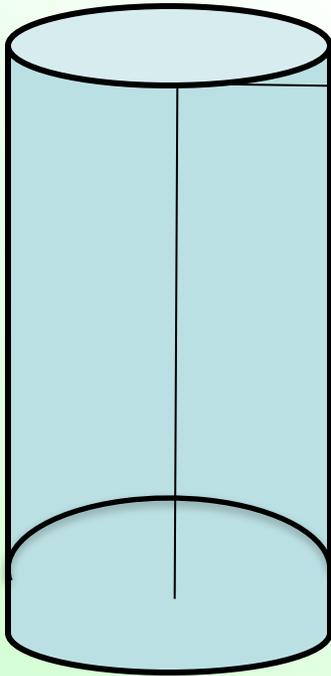


Сечение усеченного конуса плоскостью, перпендикулярной его оси, представляет собой **круг**.



Сечение усеченного конуса плоскостью, проходящей под углом к оси представляет собой **эллипс**.

Задача 1. Токарю надо выточить деталь в форме цилиндра высотой 5 см и объёмом около 140 см^3 . Найдите радиус детали.

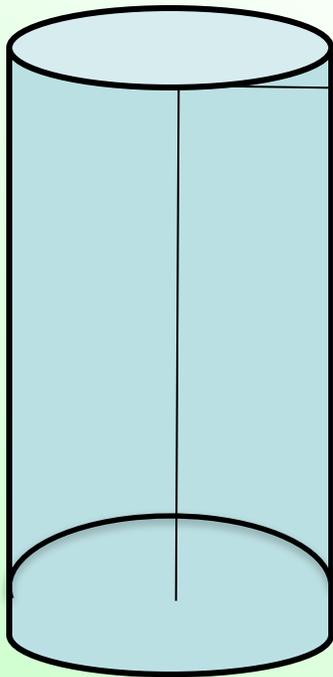


[Показать решение](#)

Задача 1. Токарю надо выточить деталь в форме цилиндра высотой 5 см и объёмом около 140 см³. Найдите радиус детали.

Дано: цилиндр,

$$V=140 \text{ см}^3, h=5 \text{ см}$$



Найти: R

Решение

$$V = \pi R^2 h \Rightarrow R = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$$

$$\Rightarrow R \approx \sqrt{\frac{140}{3,14 \cdot 5}} \approx 3 \text{ см}$$

Задача № 4. Сколько квадратных метров листовой жести пойдет на изготовление трубы длиной 4м и диаметром 20см, если на швы необходимо добавить 2,5% от площади её боковой поверхности?

$$S_{\text{бок}} = 2\pi RH$$

$$0,025S_{\text{бок}} = 0,025 \cdot 2\pi RH = 0,05\pi RH$$

$$S_{\text{бок}} + 0,025S_{\text{бок}} = 2\pi RH + 0,05\pi RH = 2,05\pi RH$$

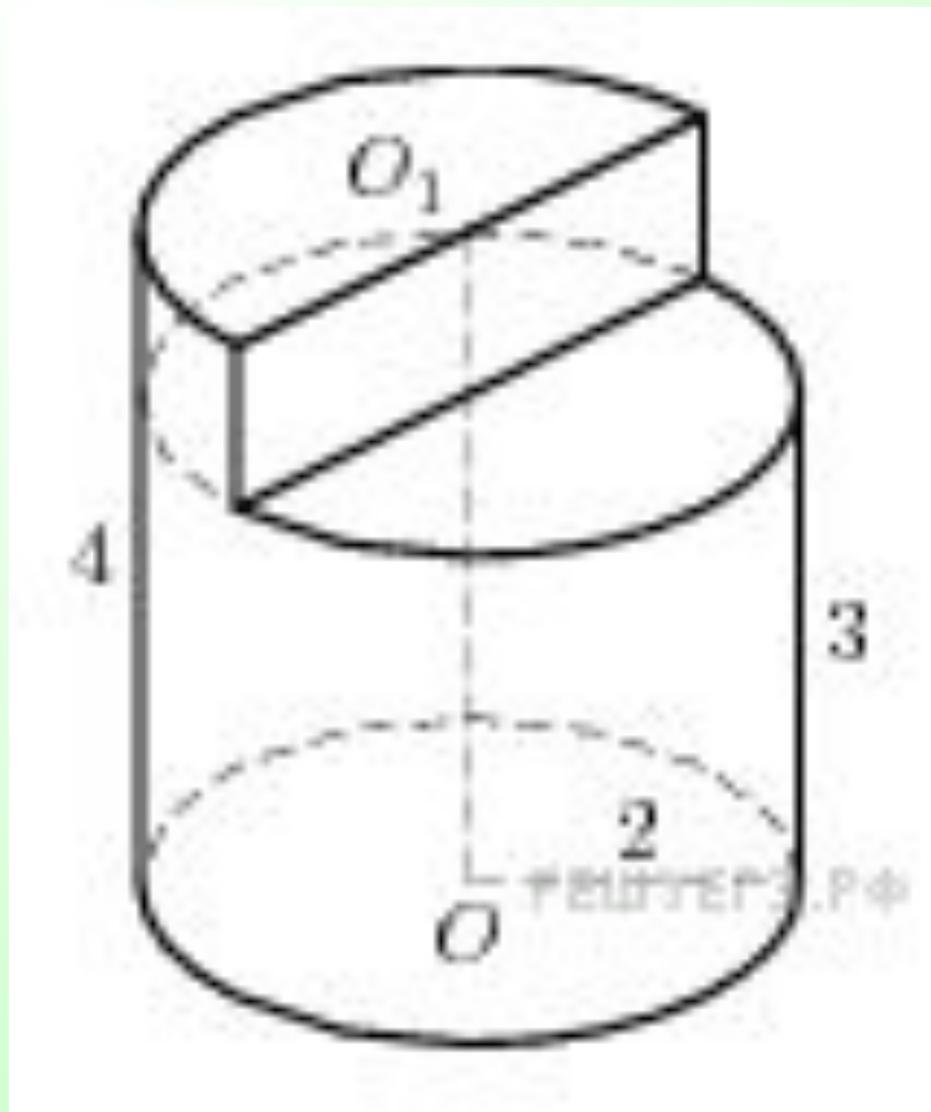
$$S_{\text{бок}} + 0,025S_{\text{бок}} = 2,05\pi RH = 2,05\pi \cdot 0,1 \cdot 4 = 0,82\pi$$

Ответ : $0,82\pi \approx 2,58(\text{м}^2)$



Задача № 5

Найдите объем части цилиндра, изображенной на рисунке.



Задача № 5

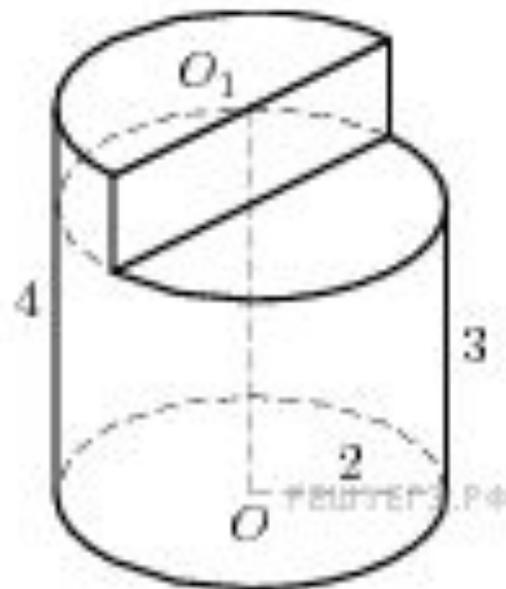
Найдите объем части цилиндра, изображенной на рисунке.

Решение

Объем данной фигуры равен сумме объемов цилиндра с радиусом основания 2 и высотой 3 и половины цилиндра с тем же радиусом основания и высотой 1:

$$V = \pi R^2 \left(h_1 + \frac{1}{2} h_2 \right) = \pi 2^2 \left(3 + \frac{1}{2} \right) = 14\pi$$

Ответ: 14π



Домашнее задание

№ 1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите: а) высоту цилиндра; б) площадь основания цилиндра.

№ 2. Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 м^2 , а площадь основания равна 5 м^2 . Найдите высоту цилиндра.