

## **Лекція 1.3.**

# **Моделі компонентів електронних кіл.**

- **Класифікація компонентів**
- **Компонентні рівняння пасивних  
двополюсників та індуктивно-зв'язаних  
катушок індуктивності.**

## Класифікація компонентів

З енергетичної точки зору, тобто залежно від здатності віддавати чи споживати енергію, розрізняють два класи компонентів: **пасивні і активні**.

- **Пасивні** – такі компоненти, які споживають електричну енергію і перетворюють її в інші види енергії (наприклад, у теплову енергію) або нагромаджують її (не витрачають) у вигляді енергії електричного чи магнітного поля. До пасивних компонентів належать резистори, конденсатори, котушки індуктивності, діоди тощо.
- **Активні** – такі компоненти, які здатні як завгодно довго віддавати електричну енергію під'єднаним до них споживачам. Вони перетворюють хімічну, теплову, механічну та інші види енергії в електричну. До активних компонентів належать акумулятори, сонячні батареї, генератори змінного струму тощо.

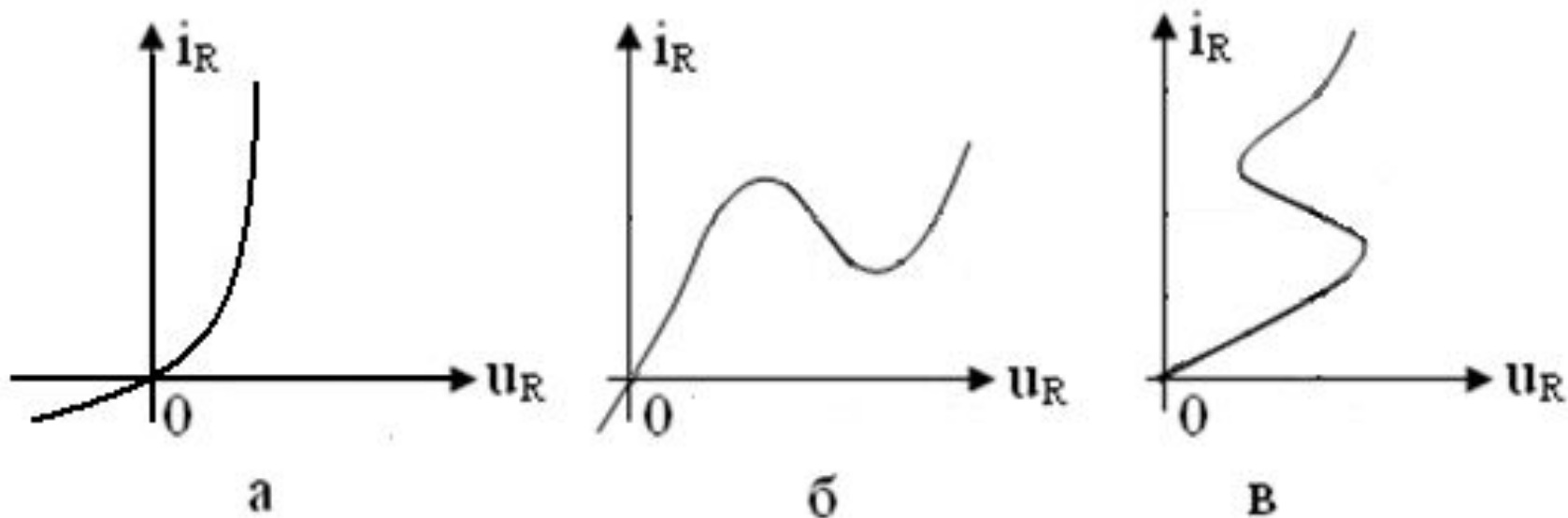
- Інший підхід до класифікації компонентів електронних кіл базується на урахуванні кількості зовнішніх виводів компонентів, які прийнято називати полюсами. Відповідно до цього розрізняють **двополюсники, триполюсники, чотириполюсники і т.д.**
- Загалом прийнято називати багатополіусниками ті компоненти, які мають більше ніж два зовнішні полюси. Це пояснюється тим, що аналіз кіл з багатополіусними компонентами має свої особливості у порівнянні з методами аналізу кіл, побудованих лише з двополюсних компонентів.

# Моделі та компонентні рівняння пасивних двополюсників

## Резистивний двополюсник (резистор) .

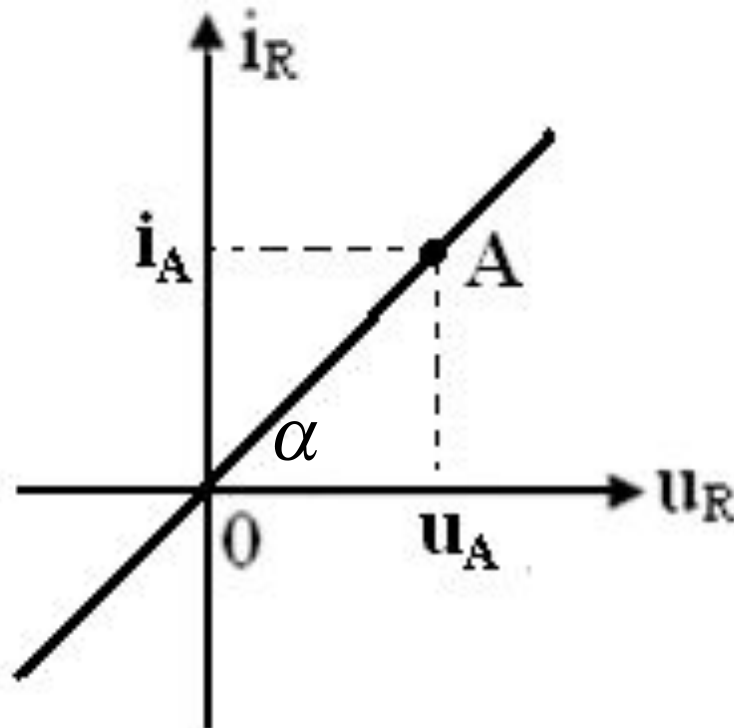
- Моделлю реальних компонентів електронних кіл, таких як резистори, напівпровідникові діоди різних типів, вакуумні діоди тощо є ідеалізований двополюсник, у якому електрична енергія незворотно перетворюється у теплову або в інші види енергії. Нагромадження енергії електричного чи магнітного поля в резистивному компоненті не відбувається.
- Основною характеристикою резистивного двополюсника є **вольтамперна характеристика (ВАХ)**, яка визначає взаємозв'язок між миттєвими значеннями струму та напруги на його зовнішніх виводах. Звичайно приймають, що струм є функцією напруги і представляють ВАХ у вигляді деякої функціональної залежності  $i_R = f(u_R)$ .

Сучасна компонентна база радіоелектроніки має у своєму складі різноманітні резистивні компоненти, приклади ВАХ яких показані на рисунку:

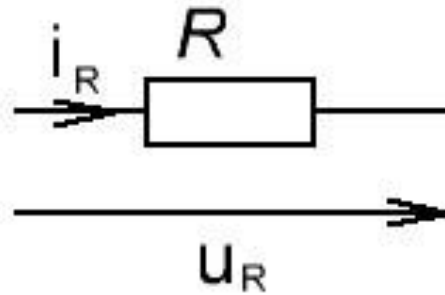


- Найпростішим резистивним двополюсником є **лінійний резистор**, ВАХ якого є лінійною залежністю, що описується **законом Ома**: 
$$i_R = \frac{u_R}{R},$$

де  $R$ - опір резистора, який є величиною сталою і графічно визначається **котангенсом** кута нахилу ВАХ до осі напруг.



- Основним параметром лінійного резистора є його опір  $R$ . В системі СІ одиницею вимірювання опору є Ом. Величину, обернену до опору  $R$ , називають провідністю  $G=1/R$ . Одиниця вимірювання провідності – сименс (См).
- Умовне графічне позначення лінійного резистора та взаємно узгоджені додатні напрями струму і напруги зображені на рисунку:



*Примітка: взаємно узгодженими додатними напрямками струму та напруги довільного компонента є такі, для яких функціональну залежність між миттєвими значеннями струму та напруги записують зі знаком “плюс”. Якщо змінити один із умовних додатних напрямків струму або напруги на протилежний, то згадану функціональну залежність записують зі знаком “мінус”.*

- Взаємозв'язок між миттєвими значеннями струму та напруги (**компонентне рівняння**) лінійного резистора підлягає законові Ома, який при вибраних взаємно узгоджених умовних додатних напрямках струму і напруги записуємо:

$$u_R(t) = R \cdot i_R(t), \quad \text{або} \quad i_R(t) = G \cdot u_R(t).$$

- **Миттєва потужність** лінійного резистора дорівнює:

$$p_R(t) = u_R(t) \cdot i_R(t) = R \cdot i_R^2(t) = u_R^2(t) / R = G \cdot u_R^2(t).$$

Звідси випливає, що миттєва потужність резистора є завжди додатною величиною.

- **Електрична енергія**, яку споживає лінійний резистор за час  $[0, t_x]$ , дорівнює:

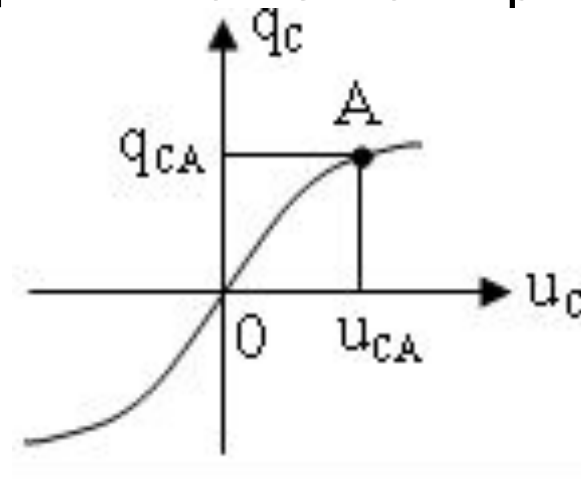
$$W(t_x) = \int_0^{t_x} p(t) dt = R \int_0^{t_x} i_R^2(t) dt = G \int_0^{t_x} u_R^2(t) dt.$$

звідки бачимо що у будь-який момент часу лінійний резистор може лише споживати енергію, але не може віддавати електричну енергію іншим компонентам кола.



## Ємнісний двополюсник.

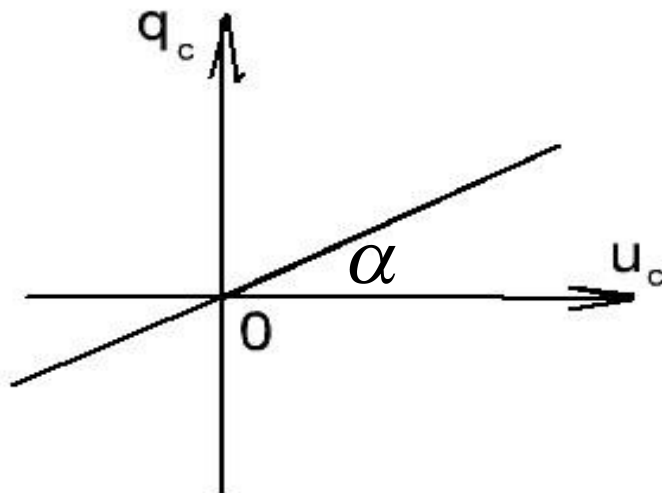
- **Модель ємнісного компонента** – ідеалізований двополюсник, який має властивість нагромаджувати енергію електричного поля, причому нагромадження енергії магнітного поля чи перетворення електричної енергії в інші види енергії не відбувається.
- Основною характеристикою ємнісного двополюсника є **вольт-кулонна характеристика (ВКХ)**, яка визначає взаємозв'язок між миттєвими значеннями електричного заряду  $q_c$  та напруги  $u_c$  на його зовнішніх виводах. Характерний вигляд ВКХ показано на рисунку:



- Найпростішим ємнісним двополюсником є **лінійний конденсатор**, ВКХ якого є лінійною залежністю:

$$q_c = C u_c,$$

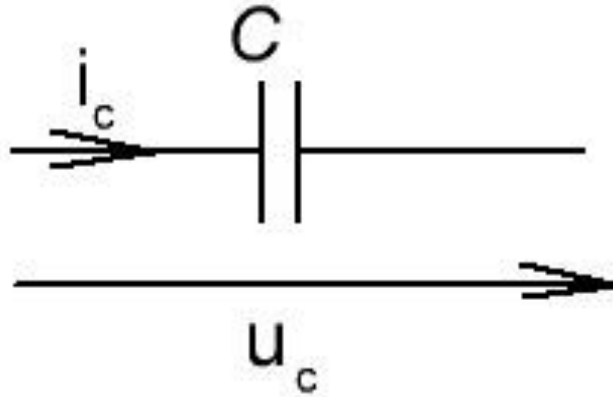
де  $C$  – ємність конденсатора, яка є величиною сталою і графічно визначається **тангенсом** кута нахилу ВКХ до осі напруг.



- **Одиницею вимірювання ємності в системі СІ є фарада (Ф).**

$$\text{фарада} = \frac{\text{кулон}}{\text{вольт}}$$

- Умовне графічне позначення лінійного конденсатора та взаємно узгоджені умовні додатні напрями струму і напруги зображені на рисунку:



- Взаємозв'язок між миттєвими значеннями струму та напруги ємнісного двополюсника (**компонентне рівняння**) в загальному випадку описує формула:

$$i_c(t) = \frac{dq_c(t)}{dt} = \frac{dq_c}{du_c} \cdot \frac{du_c(t)}{dt}$$

- У випадку **лінійного конденсатора** компонентне рівняння приймає вигляд:

$$i_c(t) = C \frac{du_c(t)}{dt}$$

- Отже, струм лінійного конденсатора пропорційний до швидкості зміни напруги, прикладеної до його зовнішніх виводів. Якщо до конденсатора прикладена постійна напруга, то струм конденсатора дорівнює нулеві. Це означає, що для постійної напруги конденсатор є розімкнутою ділянкою кола.

- Компонентне рівняння лінійного конденсатора можна подати у вигляді співвідношення, яке описує напругу на конденсаторі у довільний момент часу  $t_x$  як функцію струму:

$$u_c(t_x) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_x} i_c(t) dt$$

Інтегрування проводиться, починаючи з моменту часу  $t = -\infty$ , причому приймається, що в момент  $t = -\infty$  напруга на ємності дорівнює нулеві. Якщо спостереження напруги ведуть, починаючи з моменту  $t = 0$ , то компонентне рівняння можна записати так:

$$u_c(t_x) = u_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^{t_x} i_c(t) dt,$$

де  $u_c(0)$  – напруга на конденсаторі в момент  $t = 0$ .

- **Миттєва потужність** лінійного конденсатора :

$$p_c(t) = i_c(t) \cdot u_c(t) = C \cdot u_c(t) \cdot \frac{du_c(t)}{dt}.$$

Звідси бачимо, що миттєва потужність є додатна (конденсатор накопичує енергію електричного поля), якщо одночасно  $u_c(t) \geq 0$  та  $\frac{du_c(t)}{dt} \geq 0$  або  $u_c(t) \leq 0$  та  $\frac{du_c(t)}{dt} \leq 0$ .

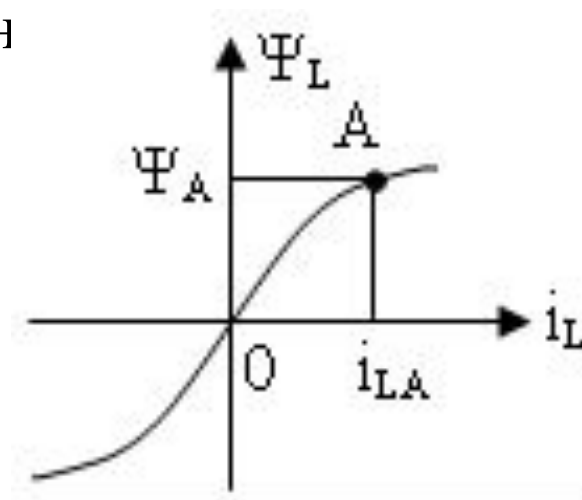
- **Енергію електричного поля**, нагромаджену в конденсаторі, у довільний момент часу  $t_x$  визначаємо за формулою:

$$W_c(t_x) = \int_{-\infty}^{t_x} p_c(t) dt = C \int_0^{u_c(t_x)} u_c(t) \cdot du = \frac{Cu_c^2(t_x)}{2} = \frac{q_c^2(t_x)}{2C},$$

де  $u_c(t_x)$  та  $q_c(t_x)$  – значення напруги та заряду у момент  $t_x$  відповідно.

## Індуктивний двополюсник

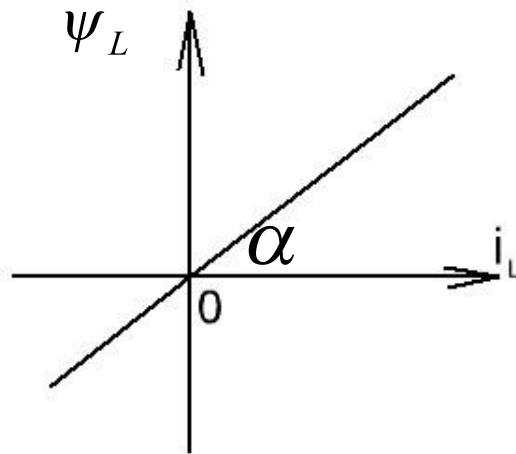
- **Модель індуктивного компонента** – ідеалізований двополюсник, який має властивість нагромаджувати енергію магнітного поля, причому нагромадження енергії електричного поля чи перетворення електричної енергії в інші види енергії не відбувається.
- Основною характеристикою індуктивного двополюсника є **ампер-веберна характеристика (АВХ)**, яка визначає взаємозв'язок між миттєвими значеннями потокозчеплення самоіндукції  $\psi_L$  та струму  $i_L$ , що протікає через індуктивний двополюсник. Характерний вигляд АВХ показано на рисун



- Найпростішим індуктивним двополюсником є **лінійна котушка індуктивності**, АВХ якої є лінійною залежністю:

$$\psi_L = L \cdot i_L$$

де  $L$  – індуктивність котушки, яка є величиною сталою і графічно визначається **тангенсом** кута нахилу АВХ до осі струму.



- **Одиницею вимірювання індуктивності в системі СІ є генрі (Гн).**

$$\text{генрі} = \frac{\text{вебер}}{\text{ампер}}$$



- Взаємозв'язок між миттєвими значеннями струму та напруги індуктивного двополюсника (**компонентне рівняння**) в загальному випадку описує формула:

$$u_L(t) = \frac{d\psi_L(t)}{dt} = \frac{d\psi}{di} \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

- У випадку **лінійної котушки** компонентне рівняння приймає вигляд:

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

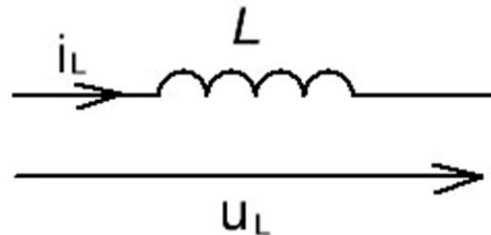
- Отже, напруга лінійної котушки індуктивності пропорційна до швидкості зміни струму, який тече через неї. Якщо через котушку тече постійний струм, то напруга на котушці дорівнює нулеві. Це означає, що для постійного струму котушка є короткозамкнутою ділянкою кола з нульовим опором.

- Компонентне рівняння лінійної котушки можна подати у вигляді співвідношення, яке описує струм котушки у довільний момент часу  $t_x$  як функцію напруги:

$$i_L(t_x) = \frac{1}{L} \int_0^{t_x} u_L(t) dt + i_L(0),$$

де  $i_L(0)$  – значення струму через котушку у момент початку спостереження ( $t=0$ ).

- Умовне графічне позначення лінійної котушки індуктивності та взаємно узгоджені умовні додатні напрями струму  $i$  та напруги зображені на рисунку:



- **Миттєва потужність** лінійної котушки :

$$p_L(t) = i_L(t) \cdot u_L(t) = L \cdot i_L(t) \cdot \frac{di_L(t)}{dt}.$$

Звідси бачимо, що миттєва потужність є додатна (котушка накопичує енергію магнітного поля), якщо одночасно  $i_L(t) \boxtimes 0$  та  $\frac{di_L(t)}{dt} \boxtimes 0$  або  $i_L(t) \boxtimes 0$  та  $\frac{di_L(t)}{dt} \boxtimes 0$ .

- **Енергію магнітного поля**, нагромаджену в котушці, у довільний момент часу  $t_x$  визначаємо за формулою:

$$W_L(t_x) = \int_{-\infty}^{t_x} p_L(t) dt = L \int_0^{i_L(t_x)} i_L(t) \cdot di = \frac{Li_L^2(t_x)}{2} = \frac{\psi_L^2(t_x)}{2L},$$

де  $i_L(t_x)$  та  $\psi_L(t_x)$  – значення струму та потокозчеплення у момент  $t_x$  відповідно.

Фізичний зміст формул для енергії електричного поля лінійного конденсатора та енергії магнітного поля лінійної котушки полягає у наступному:

**А)** енергія електричного поля конденсатора у довільний момент  $t_x$  визначається напругою  $u_c(t_x)$  на конденсаторі або його зарядом  $q(t_x)$  у цей момент. Крім того, у будь-який момент енергія, нагромаджена в конденсаторі, не може бути величиною від'ємною.

**Б)** енергія магнітного поля котушки у довільний момент часу  $t_x$  визначається значенням струму  $i_L(t_x)$  або потокозчеплення  $\Psi_L(t_x)$  у цей момент. У будь-який момент часу енергія лінійної котушки не може набувати від'ємних значень.

- Порівнюючи між собою компонентні рівняння лінійного конденсатора та лінійної котушки, бачимо, що формули, які визначають струми, напруги, потужності та енергію відповідно лінійного конденсатора та лінійної котушки, мають подібну структуру: їх можна отримати одна із одної, замінивши  $u_L$  на  $i_c$ ,  $i_L$  на  $u_c$ ,  $L$  на  $C$ .

$$i_c(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} \qquad u_c(t_x) = u_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^{t_x} i_c(t) dt,$$

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \qquad i_L(t_x) = \frac{1}{L} \int_0^{t_x} u_L(t) dt + i_L(0),$$

- Компоненти, для яких основні співвідношення мають однакову структуру і можуть бути отримані одне із одного вказаними замінами, називають **дуальними**. Отже, лінійний конденсатор та лінійна котушка індуктивності є дуальними компонентами.

## Лінійні індуктивно-зв'язані котушки

- Дві або більше котушок індуктивності називають зв'язаними, якщо зміна струму в одній із котушок викликає появу напруги в інших. Явище наведення напруги в будь-якій котушці індуктивності при зміні струму в іншій котушці називають **взаємоіндукцією**, а наведену напругу – **напругою взаємоіндукції**.
- Зв'язані лінійні котушки індуктивності служать ідеалізованою моделлю процесів, які відбуваються в реальних котушках, а саме процесів самоіндукції та взаємоіндукції, тобто процесів нагромадження енергії в магнітному полі. У зв'язаних котушках не відбувається ні нагромадження енергії електричного поля, ні перетворення її в інші види енергії.

Для отримання компонентних рівнянь лінійних зв'язаних котушок розглянемо дві котушки індуктивності, розміщені так, що магнітний потік, викликаний струмом однієї котушки, пронизує витки іншої .

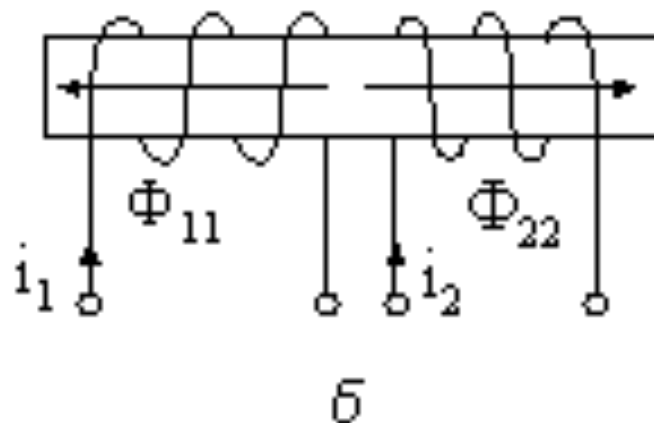
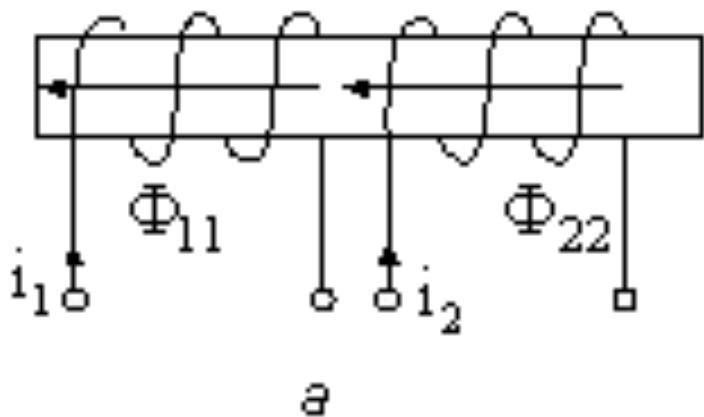
- Повне потокозчеплення першої котушки  $\Psi_{1\Sigma}$  складається із потокозчеплення самоіндукції  $\Psi_{11}$  та потокозчеплення взаємоіндукції  $\Psi_{12}$  :  
$$\Psi_{1\Sigma} = \Psi_{11} \pm \Psi_{12} ;$$
- Повне потокозчеплення другої котушки  $\Psi_{2\Sigma}$  складається із потокозчеплення самоіндукції  $\Psi_{22}$  та потокозчеплення взаємоіндукції  $\Psi_{21}$  :  
$$\Psi_{2\Sigma} = \Psi_{22} \pm \Psi_{21} .$$

*Знаки перед потоками взаємоіндукції залежать від взаємної спрямованості магнітних потоків самоіндукції та взаємоіндукції:*

*– знак плюс відповідає випадкові однакового спрямування потоків самоіндукції та взаємоіндукції. Таке вмикання котушок називають узгодженим;*

*– знак мінус відповідає випадкові протилежного спрямування потоків самоіндукції та взаємоіндукції. Таке вмикання котушок називають зустрічним .*

На рисунку зображені обидва способи вмикання зв'язаних котушок індуктивності. Зауважимо, що оскільки на цьому рисунку показані напрями намотування витків і умовні додатні напрями струмів котушок, то напрями магнітних потоків визначені за правилом буравчика (правоходового гвинта).



*Два способи вмикання зв'язаних котушок індуктивності:  
узгоджене (а); зустрічне (б)*



- У лінійних котушках індуктивності потокозчеплення са моіндукції та взаємоіндукції пропорційні до струмів, які їх утворюють:

$\psi_{11} = L_1 \cdot i_1$ ;  $\psi_{22} = L_2 \cdot i_2$ ,  $\psi_{12} = M_{12} \cdot i_2$ ;  $\psi_{21} = M_{21} \cdot i_1$ ,  
де  $L_1$ ,  $L_2$  – відповідно індуктивності першої та другої котушки;  $M_{12}$ ,  $M_{21}$  – взаємоіндуктивності.

- Для лінійних котушок виконується умова:  $M_{12} = M_{21} = M$ .

- Відповідно до закону електромагнітної індукції напруги, що наводяться у кожній із зв'язаних котушок, описують формули:

$$u_1 = \frac{d\psi_{1\Sigma}}{dt} = \frac{d\psi_{11}}{dt} \pm \frac{d\psi_{12}}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = \frac{d\psi_{2\Sigma}}{dt} = \frac{d\psi_{22}}{dt} \pm \frac{d\psi_{21}}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$$

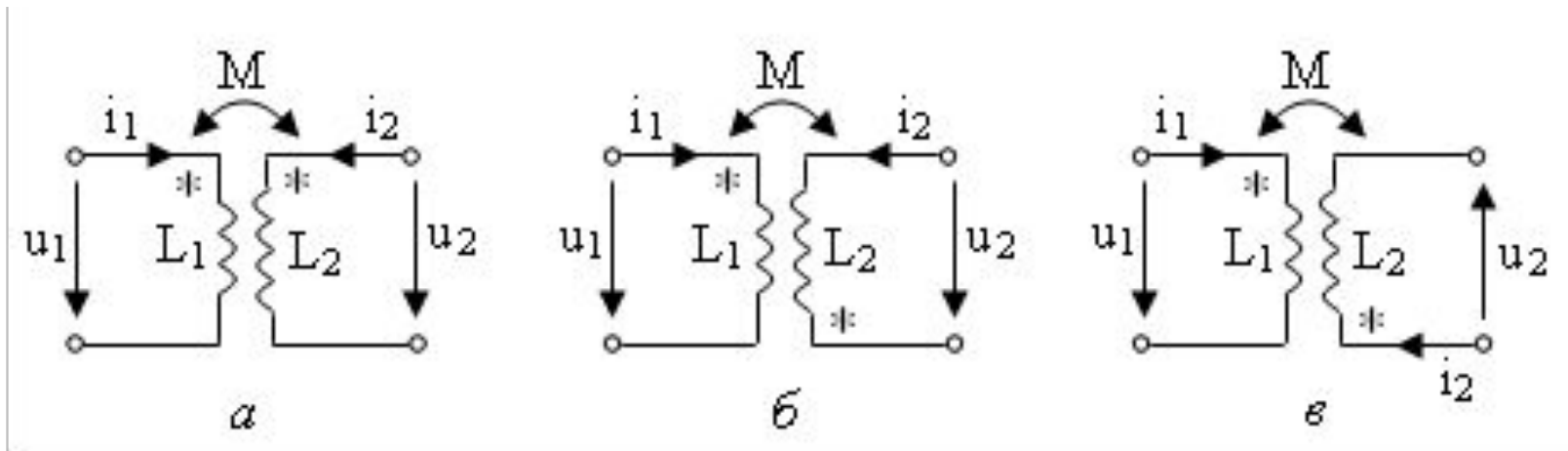
Наведені формули є компонентними рівняннями зв'язаних котушок індуктивності.

- Індуктивності  $L_1$ ,  $L_2$  та взаємоіндуктивність  $M$  є величинами сталими і їх вимірюють у генрі (Гн).

При графічному зображенні схем електронних кіл зі зв'язаними котушками вводять поняття однойменних полюсів зв'язаних котушок.

- **Однойменними полюсами** зв'язаних котушок індуктивності називають пару виводів, вибраних так, що при однакових напрямках струмів котушок відносно цих виводів магнітні потоки самоіндукції та взаємоіндукції у кожній із котушок додаються. Однойменні полюси позначають на схемах однаковими значками (зірочками, точками, літерами та ін.).

На рисунку зображені графічні позначення зв'язаних котушок та їх однойменні полюси, а також взаємно узгоджені умовні додатні напрями струмів та напруг:



Компонентні рівняння зв'язаних котушок, зображених на рисунку, запишемо так:

для схем **а** та **в**: 
$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}; \quad u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}.$$

для схеми **б**: 
$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}; \quad u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}.$$