

Арифметика в системах счисления

19.10.2018

Перевод целых десятичных чисел в двоичную систему счисления

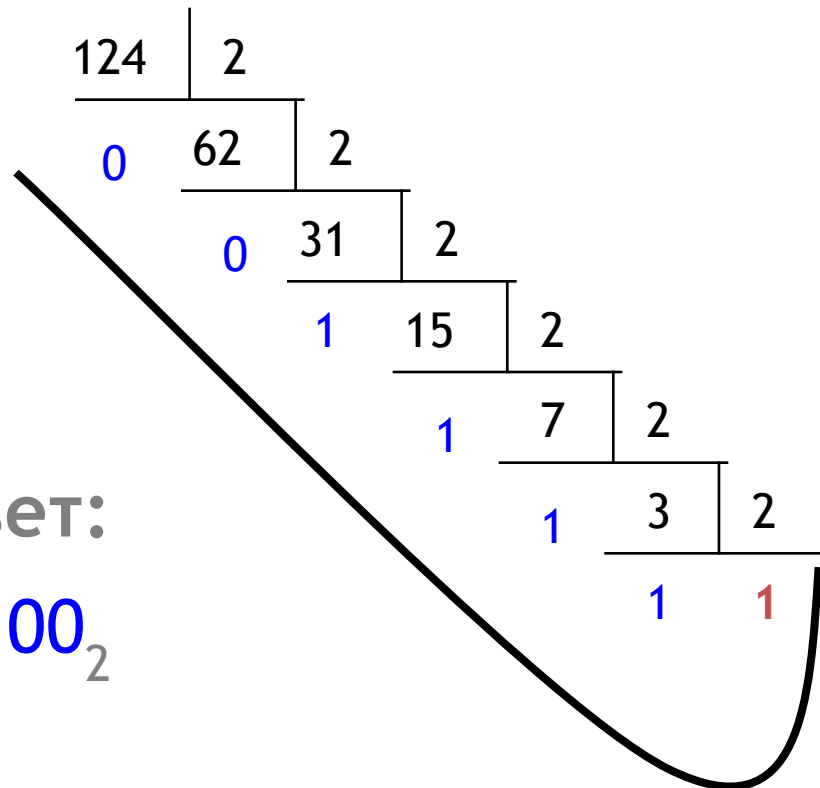
Состоит в поиске остатков при делении десятичных чисел на 2

Правило перевода:

- ▶ Последовательно делить десятичное число на 2, пока частное не окажется равным 1
- ▶ В качестве результата записать последнее частное и все остатки, начиная с последнего

Пример

$$124_{10} \longrightarrow X_2$$



Ответ:

$$124_{10} = 1111100_2$$

Перевод десятичных дробей в двоичную систему счисления

Состоит в поиске целых частей при умножении на 2

Правило перевода:

- ▶ Дробь умножить на 2
- ▶ Целую часть произведения взять в качестве первой цифры после запятой в двоичной дроби
- ▶ Дробную часть последовательно умножать на 2 по тем же правилам до получения после запятой заданного количества цифр

$$\begin{array}{l} 150_{10} \\ 360_{10} \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \begin{array}{l} x_2 \\ x_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 190_{10} \\ 134_{10} \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \begin{array}{l} x_2 \\ x_2 \end{array}$$

Ответы:

$$150_{10} = 10010110_2$$

$$190_{10} = 10111110_2$$

$$360_{10} = 101101000_2$$

$$134_{10} = 10000110_2$$

Перевод десятичных дробей в двоичную систему счисления

Пример:

0	1875 2

$$0,1875_{10} = 0,0011_2$$

Перевод целых десятичных чисел в систему счисления с основанием p

Состоит в поиске остатков при делении десятичных чисел на p

Правило перевода:

- ▶ Последовательно делить десятичное число на p , пока частное не окажется равным меньше p
- ▶ В качестве результата записать последнее частное и все остатки, начиная с последнего

Практикум

Перевести числа из десятичной системы счисления в указанную

- ▶ $187.35 \rightarrow 2$
- ▶ $45.4 \rightarrow 5$
- ▶ $587.27 \rightarrow 8$
- ▶ $394.98 \rightarrow 12$
- ▶ $1743.2 \rightarrow 16$
- ▶ 10111011.01011001100
- ▶ 140.2
- ▶ 1113.21217270243
- ▶ $28A.B915343A101$
- ▶ $6CF.333333333$

Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную

Правило перевода:

- ▶ Двоичное число представить в виде суммы степеней двойки с коэффициентами-цифрами
- ▶ Вычислить эту сумму

Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную

Степени двойки

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

$$111000_2 \longrightarrow X_{10}$$

$$110111_2 \longrightarrow X_{10}$$

$$\begin{aligned} 111000_2 &= 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 \\ &= 0 + 0 + 0 + 8 + 16 + 32 = 56_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 110111_2 &= 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 \\ &= 1 + 2 + 4 + 0 + 16 + 32 = 55_{10} \end{aligned}$$

Ответ:

$$111000_2 = 56_{10}$$

$$110111_2 = 55_{10}$$

Перевод чисел из системы счисления с основанием p в десятичную

Правило перевода:

- ▶ Двоичное число представить в виде суммы степеней числа p с коэффициентами-цифрами
- ▶ Вычислить эту сумму

Практикум

Перевести числа из указанной системы счисления в десятичную

▶ $11100111.001 \leftarrow 2$

▶ $543.32 \leftarrow 7$

▶ $131.605 \leftarrow 8$

▶ $5AC,5B \leftarrow 13$

▶ $2FD.97 \leftarrow 16$

▶ 231.125

▶ 276.469

▶ 89.759

▶ 987.449

▶ 765.589

Восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления

Правило перевода двоичных чисел:

- ▣ Двоичное число разбивается на группы (по 3 цифры в восьмеричной системе счисления и по 4 в шестнадцатеричной)
- ▣ Каждая группа заменяется соответствующей двоичной цифрой

Восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления

Правило перевода в двоичную систему счисления:

- Каждая восьмеричная (или шестнадцатеричная) цифра заменяется соответствующим ей трехзначным (или четырехзначным) двоичным числом

Системы счисления

10-я	2-я	8-я	16-я
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

Примеры

$$537, 1_8 = 101\ 011\ 111, 001_2 ; 1A3, F_{16} = 1\ 1010\ 0011, 1111_2$$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

5 3 7 1 1 A 3 F

$$10101001, 10111_2 = 10\ 101\ 001, 101\ 110_2 = 251, 56_8$$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

2 5 1 5 6

$$10101001, 10111_2 = 1010\ 1001, 1011\ 1000_2 = A9, B8_{16}$$

↓ ↓ ↓ ↓

A 9 B 8

Практикум

Переведите числа

▶ $FAE_{16} \rightarrow 8$

▶ $635_8 \rightarrow 16$

$$FAE_{16} = 1111\ 1010\ 1110_2$$

$$111\ 110\ 101\ 110_2 = 7656_8$$

$$635_8 = 110\ 011\ 101_2$$

$$1\ 1001\ 1101_2 = 19D_{16}$$

Арифметические действия над числами в 2-ой системе счисления

Операция сложения выполняется с помощью таблицы сложения в одном разряде:

2. Выполните сложение чисел $1111_2 + 101_2$:

		1	1	1	1 ₂	
			1	0	1 ₂	
		<hr/>				
1	1	1	1	0	0 ₂	$1+1=2=1*2+0$
						$1+0+1=2=1*2+0$
						$1+1+1=2=1*2+1$
						$1+1=2=1*2+0$

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

Ответ: 10100_2 .



Арифметические действия над числами в 2-ой системе счисления

Операция вычитания выполняется с помощью таблицы вычитания в которой 1 обозначается заем в старшем разряде:

Выполните вычитание $1011_2 - 101_2$:

Занимаем			
	1		
-	1	0 1 1 ₂	
		1 0 1 ₂	
		<hr/>	
		1	1 0 ₂ 1-1=0
			1-0=1
			<hr/>
			2-0-1=1

$$0 - 0 = 0$$

$$0 - 1 = -1$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

Ответ: 110_2 .

Арифметические действия над числами в 2-ой системе счисления

Операция умножения **выполняется с помощью таблицы умножения:**

Выполните умножение $1101_2 \cdot 111_2$.

			1	1	0	1_2							
			×	1	1	1_2							
				1	1	1_2							
			+	1	1	0	1						
		1		1		0		1					
	1		1		1		1		1				
	1	0		1		1		0		1		1	1_2

$$0 * 0 = 0$$

$$0 * 1 = 0$$

$$1 * 0 = 0$$

$$1 * 1 = 1$$

Ответ: 1011011_2 .

Арифметические действия над числами в 2-ой системе счисления

Операция деления выполняется вычитанием делителя со сдвигом вправо, если остаток больше нуля:

Пример:

$$101010:111=110$$

Решение:

	1	0	1	0	1	0	1	1	1
		1	1	1			1	1	0
			1	1	1				
			1	1	1				
					0				

Практикум

Выполните действия в 2-ой системе счисления

- ▶ $1\ 110\ 101_2 + 1\ 011\ 011_2$
- ▶ $1\ 000\ 000\ 100_2 - 101\ 010\ 001_2$
- ▶ $1\ 001\ 011_2 * 1\ 010\ 110_2$
- ▶ $100\ 110\ 010\ 011\ 000_2 : 101\ 011_2$

- ▶ $11\ 010\ 000_2$
- ▶ $10\ 110\ 011_2$
- ▶ $100\ 100\ 110\ 010_2$
- ▶ $111\ 001\ 000_2$

Арифметические действия над числами в других системах счисления

Операция сложения

(16-ая система счисления)

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 + 5B4_{16} \\
 C52_{16} \\
 \hline
 1206_{16}
 \end{array}$$

$4+2=6$
 $B+5=11+5=16=16+0$
 $1+5+C=6+12=18=16+2$

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

Арифметические действия над числами в других системах счисления

Операция вычитания

(8-ая система счисления)

8

$\overline{)750_8}$
 $\underline{236_8}$
 512_8

$8-6=2$
 $4-3=1$
 $7-2=5$

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

·	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Арифметические действия над числами в других системах счисления

Операция умножения

(5-ая система счисления)

$$\begin{array}{r} 12 \\ 23 \\ \hline 324_5 \\ 34_5 \\ \hline 2411 \\ 2032 \\ \hline 23231 \end{array}$$

$$4*4=16=3*5+1$$

$$4*2=8; 8+3=11=2*5+1$$

$$4*3=12; 12+2=14=2*5+4$$

$$3*4=12=2*5+2$$

$$3*2=6; 6+2=8=1*5+3$$

$$3*3=9; 9+1=10=2*5+0$$

$$1$$

$$1+2=3$$

$$4+3=7=1*5+2$$

$$2+0=2; 2+1=3$$

$$2$$

Арифметические действия над числами в других системах счисления

Операция умножения

(15-ая система счисления)

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ \hline 1 \ 5 \ 2 \ C \\ \\ \\ \\ \hline 4 \ E \ 0 \ 4 \\ \\ \\ \\ \hline 1 \ A \ 1 \ C \ 4 \end{array}$$

$$11 \cdot 14 = 154 = 10 \cdot 15 + 4$$

$$11 \cdot 10 = 110; 110 + 10 = 120 = 8 \cdot 15 + 0$$

$$11 \cdot 6 = 66; 66 + 8 = 74 = 4 \cdot 15 + 14$$

$$3 \cdot 14 = 42 = 2 \cdot 15 + 12$$

$$3 \cdot 10 = 10; 10 + 2 = 32 = 2 \cdot 15 + 2$$

$$3 \cdot 6 = 18; 18 + 2 = 20 = 1 \cdot 15 + 5$$

4

$$0 + C = C$$

$$2 + E = 2 + 14 = 16 = 1 \cdot 15 + 1$$

$$4 + 5 = 9; 9 + 1 = 10 = A$$

1

Зачетный практикум

Выполните действия

1) $ABBA_{12} + BABA_{12}$

2) $4321_5 - 1234_5$

3) $753_8 * 65_8$

4) $10010000_2 / 1100_2$

5) $455635_7 + 35646_7$

6) $103A2_{14} - 7CD_{14}$

7) $32223_4 * 231_4$

8) $12220021_3 / 221_3$

Переведите числа

9) $234,25_{10} \rightarrow 2 \rightarrow 8 \rightarrow 16$

10) $1111000001,001_2 \rightarrow 16 \rightarrow 2 \rightarrow 8 \rightarrow 10$

Ответы на зачетный практикум

Выполните действия

1) $ABBA_{12} + BABA_{12} = 1AAB8_{12}$

2) $4321_5 - 1234_5 = 3032_5$

3) $753_8 * 65_8 = 62647_8$

4) $10010000_2 / 1100_2 = 1100_2$

5) $455635_7 + 35646_7 = 524614_7$

6) $103A2_{14} - 7CD_{14} = D9B3_{14}$

7) $32223_4 * 231_4 = 22110033_4$

8) $12220021_3 / 221_3 = 20101_3$

Переведите числа

9) $234,25_{10} = EA,4_{16} = 11101010,01_2 = 352,2_8$

10) $1111000001,001_2 = 3C1,2_{16} = 1701,1_8 = 961,125_{10}$