

*Геометрия 9 класс.
Повторение. Подготовка
к ГИА.*

Тема урока: четырёхугольники.

Цели урока:

- *Систематизировать и обобщить знания учащихся.*
- *Проверить уровень усвоения темы.*
- *Формировать умения применять знания к решению задач.*

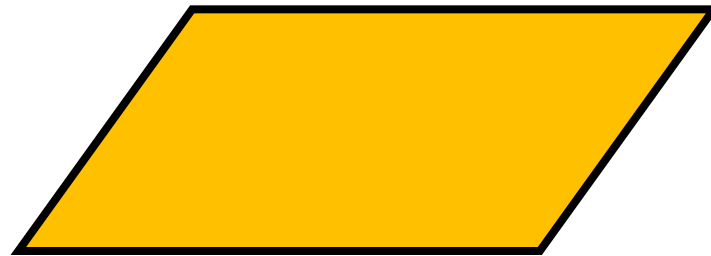
Повторим определения

- **Четырёхугольник** — это многоугольник с четырьмя вершинами и четырьмя сторонами
- **Соседние вершины** — вершины, являющиеся концами одной из сторон четырёхугольника
- **Противолежащие вершины** — вершины не являющиеся соседними
- **Диагонали четырёхугольника** — отрезки, соединяющие противолежащие вершины.
- **Соседние стороны** — стороны, исходящие из одной вершины.
- **Противолежащие стороны** — стороны, не являющиеся соседними.
- **Периметр** — сумма длин всех сторон четырёхугольника.



Запишем опорный конспект

Параллелограмм – это четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны



Свойства параллелограмма

1. Противоположные стороны параллелограмма равны
2. Противоположные углы параллелограмма равны
3. Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

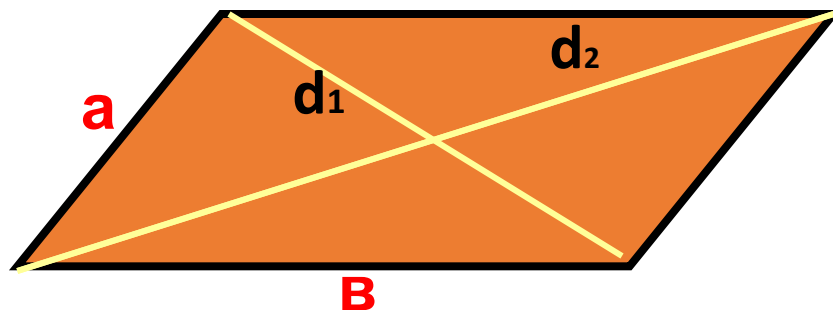
Утверждения, обратные свойствам **1-3**, являются **признаками параллелограмма**:

если противоположные стороны четырёхугольника равны, то этот четырёхугольник - **параллелограмм**

Свойства параллелограмма

4. Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна удвоенной сумме квадратов его сторон.

$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$



Прямоугольник, ромб, квадрат

Прямоугольник - это параллелограмм, у которого все углы прямые

Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.

Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны.

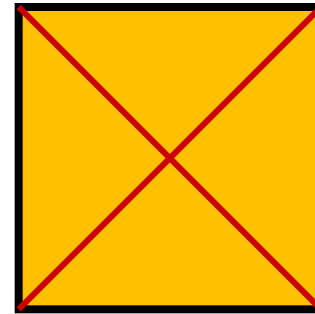
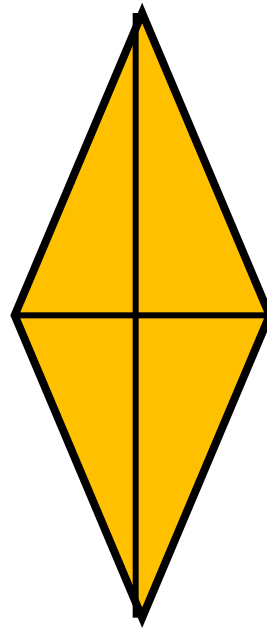
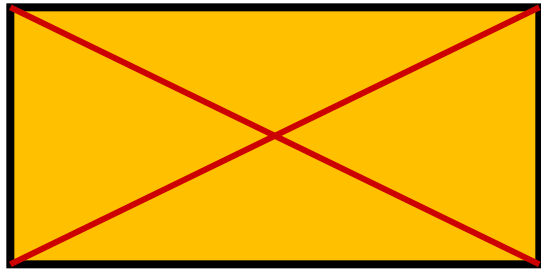
Квадрат – это ромб, у которого все углы прямые.

Свойства прямоугольника, ромба и квадрата

1. **Диагонали** прямоугольника равны.
2. **Диагонали** ромба пересекаются под прямым углом.
3. **Диагонали** ромба являются биссектрисами его углов.
4. **Диагонали** квадрата:
 - 1) равны
 - 2) пересекаются под прямым углом
 - 3) являются биссектрисами его углов

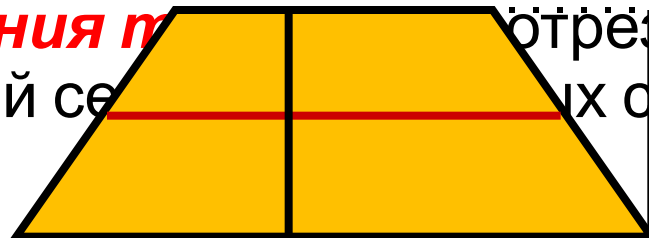
Свойства прямоугольника, ромба и квадрата

5. Для прямоугольника, ромба и квадрата справедливы все свойства параллелограмма.



Трапеция (определения)

- **Трапеция** – это четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.
- **Основания трапеции** – её параллельные стороны.
- **Боковые стороны трапеции** – непараллельные, противолежащие стороны трапеции
- **Высота трапеции** – это отрезок перпендикуляра от любой точки одного основания до её другого основания(или его продолжения)
- **Средняя линия трапеции** – отрезок соединяющий середины боковых сторон трапеции.



Виды трапеции

- ***Равнобокая (равнобедренная)***



- ***Прямоугольная***

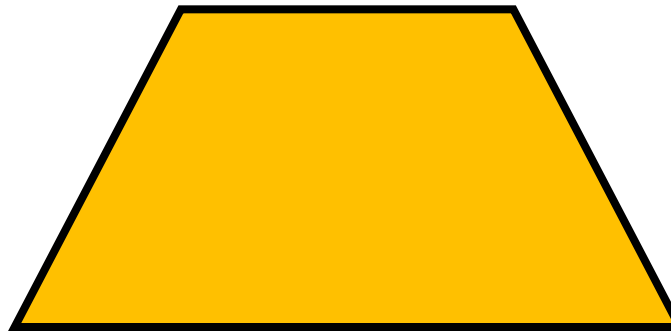


Свойства трапеции

1. **Средняя линия** трапеции параллельна основаниям трапеции и равна их полусумме.

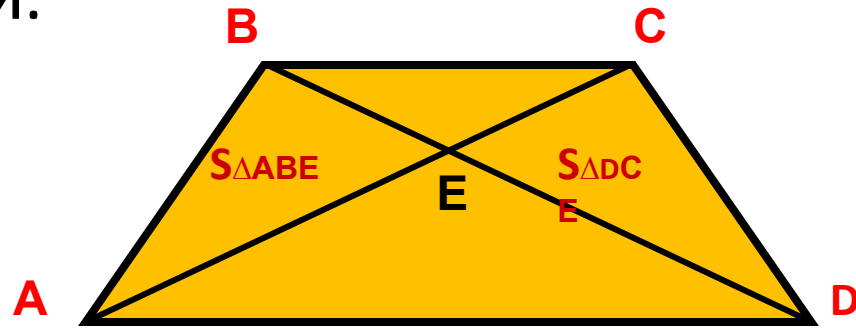
$$MN = \frac{a + b}{2}$$

2. **У равнобокой** трапеции углы при основании (верхнем и нижнем) равны.



Свойства трапеции

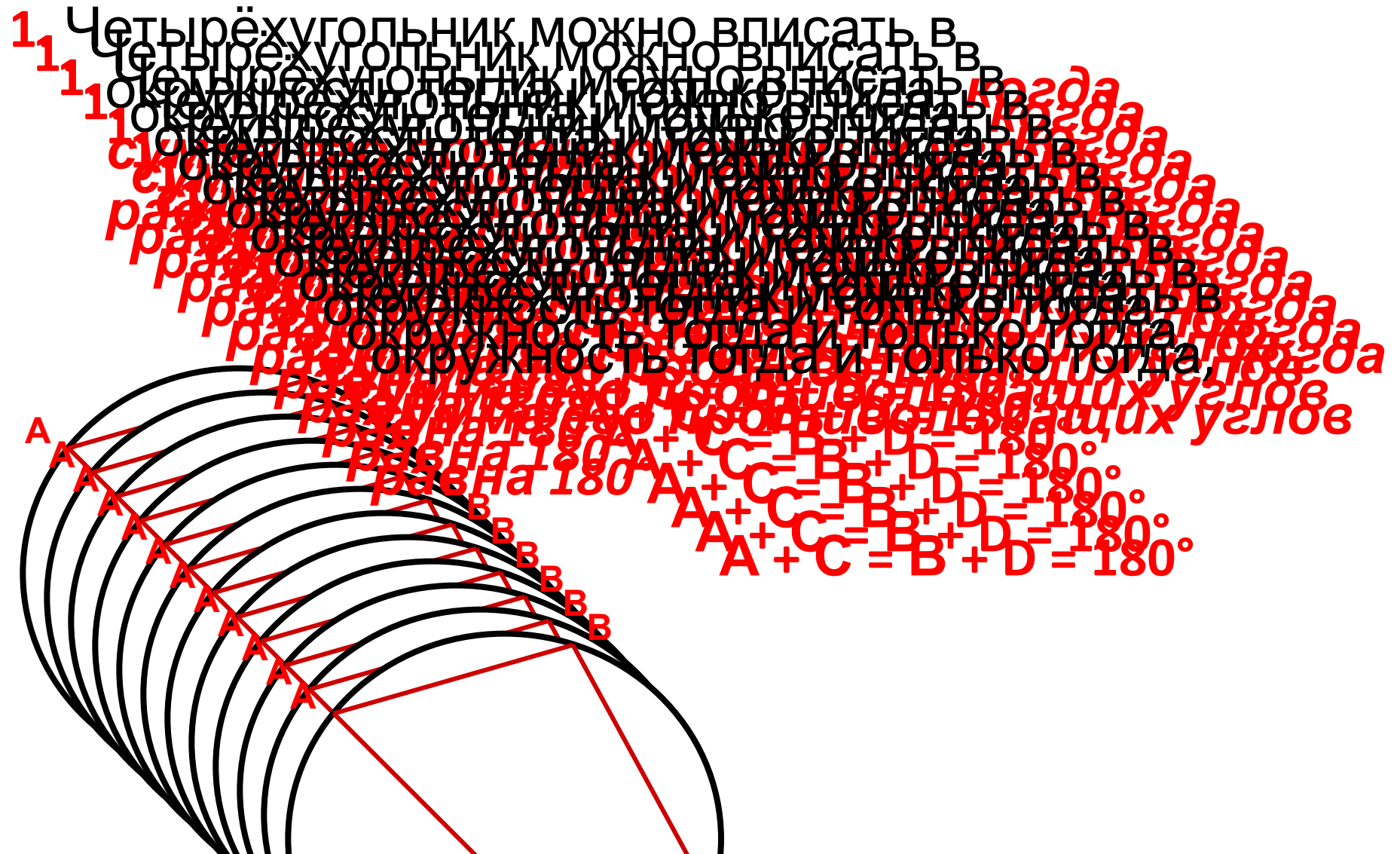
3. Пусть **ABCD** – трапеция с основаниями **AD** и **BC**, точка **E** – точка пересечения её диагоналей.



Тогда **$S_{\triangle ABE} = S_{\triangle DCE}$**

Данное свойство верно для любых трапеций.

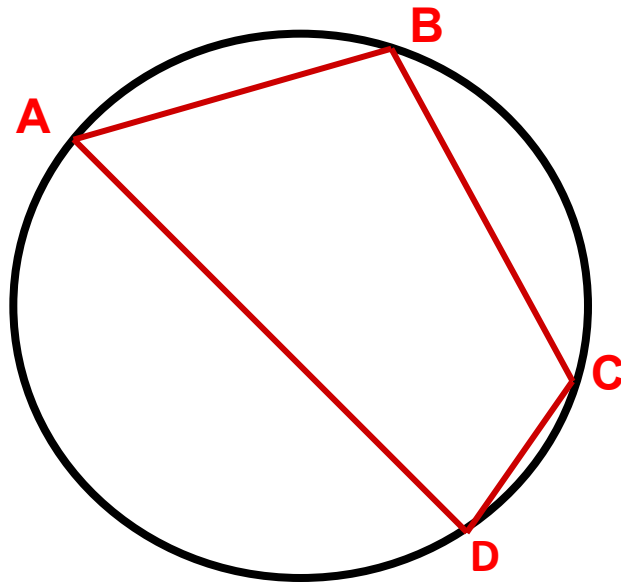
Свойства вписанных и описанных четырёхугольников



Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

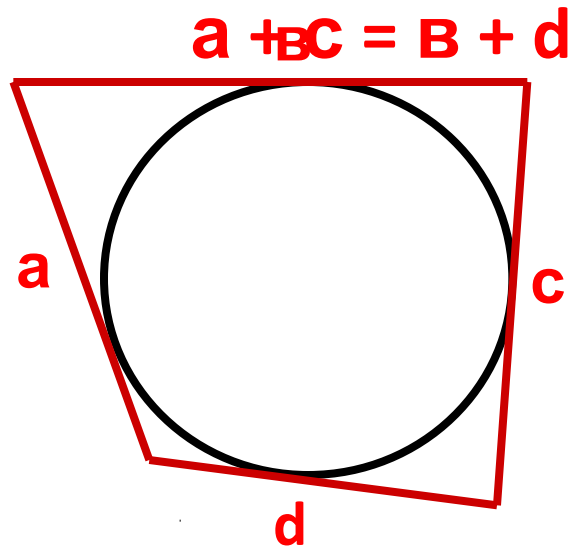
1. Четырёхугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, **когда сумма его противоположных углов равна 180°**

$$A + C = B + D = 180^\circ$$



Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

2. Четырёхугольник можно описать около окружности тогда и только тогда, **когда суммы его противоположных сторон равны.**



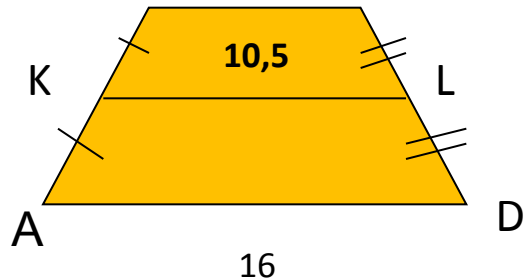
РЕШИМ ЗАДАЧИ

№ 1

Дано: $BC=5\text{см}$

$AD=16\text{см}$

Найти: $KL=?$



Решение

Т.к. $AK=KB$, $CL=LD$ (по условию),
то KL - средняя линия трапеции (по определению),
 $KL=(5+16):2=10,5(\text{см})$ (по свойству)

№ 2

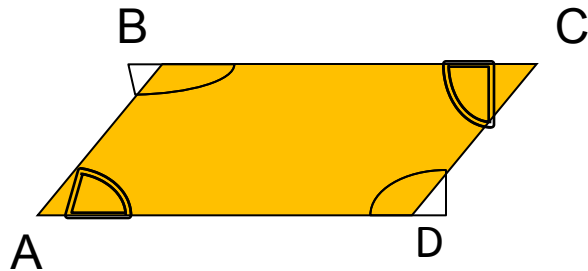
Сумма двух углов параллелограмма 120 .
Найти углы параллелограмма.

Решение

$$\sphericalangle A + \sphericalangle C = 120 \text{ (по условию)}$$

$$\sphericalangle A = \sphericalangle C = 60 \text{ (по свойству)}$$

$$\sphericalangle B = \sphericalangle D = 120 \text{ (по свойству)}$$



№ 3

Дано: $BD = AB$

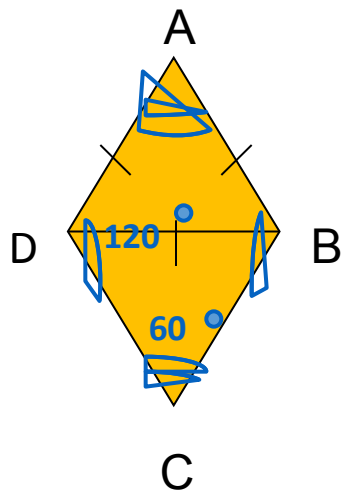
Найти углы ромба

Подсказка

$AB ? AD ?$

$\triangle ADB$

$\sphericalangle 1 ? \sphericalangle 2 ? \sphericalangle 3 ?$



Решение

$\triangle ADB$ -равносторонний(по опр.), $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 = 180$ (по свойству), значит, $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2 = \sphericalangle 3 = 60$

Т.к. $ABCD$ – ромб (по условию), а диагонали ромба являются биссектрисами его углов(по свойству), то $\sphericalangle A = \sphericalangle C = 60$ и $\sphericalangle B = \sphericalangle D = 120$ (по свойству)

Попробуйте решить самостоятельно

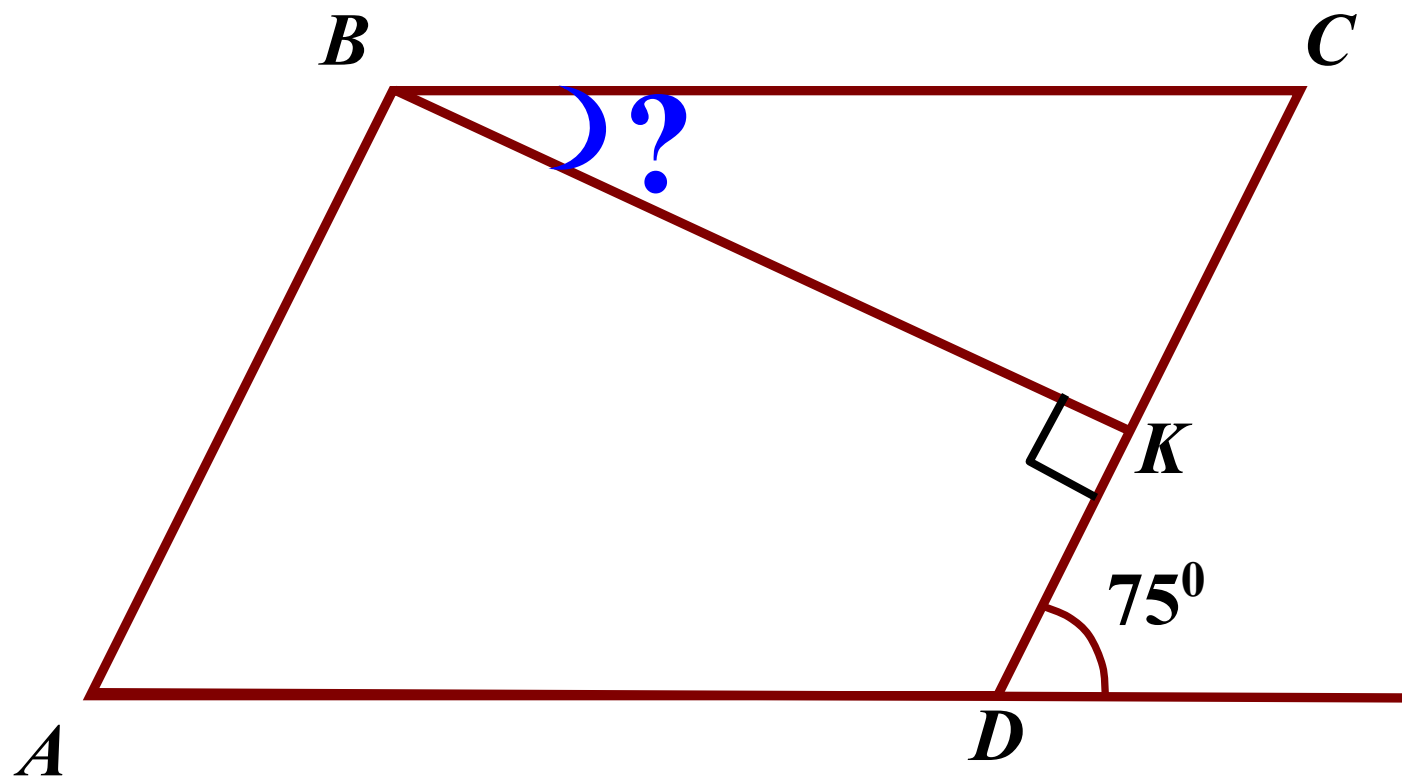


Дано:

$ABCD$ – параллелограмм

Найти:

$\angle CBK$

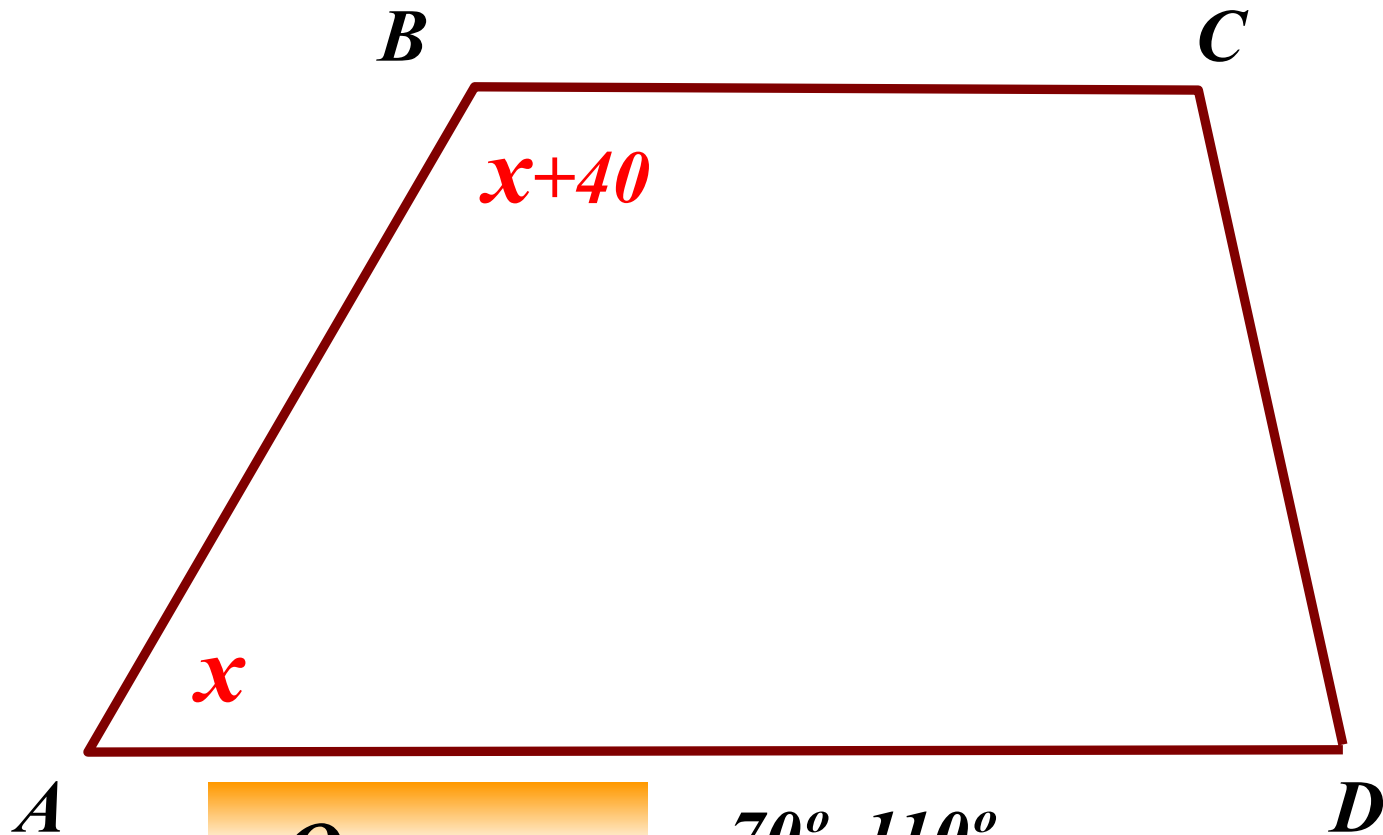


Ответ:

15°

Дано: $ABCD$ – трапеция, Разность
углов B и A равна 40°

Найти: Углы A и B

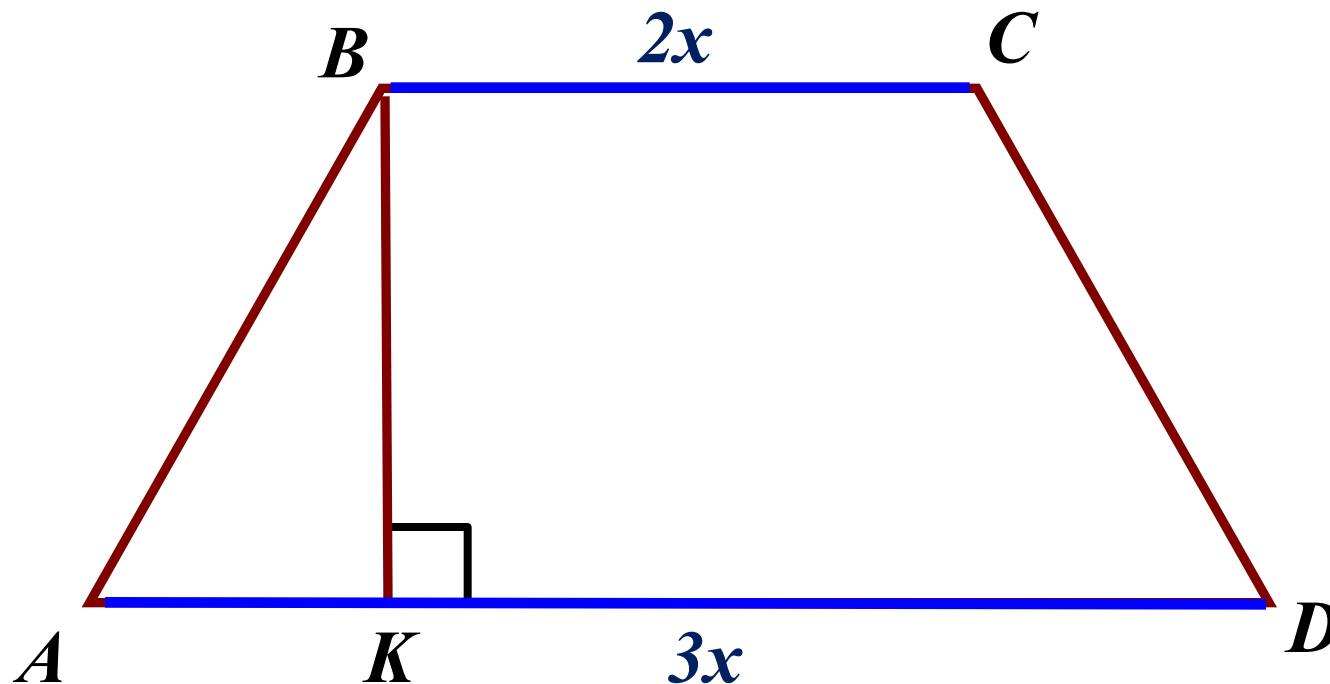


Ответ: $70^\circ, 110^\circ$

Дано: $ABCD$ – трапеция

$$BC : AD = 2 : 3, BK = 6, S_{ABCD} = 60$$

Найти: BC, AD



Ответ: 8; 12