



# ЛИНИЯ



Московский государственный  
технический университет  
им. Н.Э. Баумана



Кафедра  
"Инженерная графика"

Горячкина А.Ю.

# Понятия и определения

Линия – **траектория перемещения** точки в пространстве.

Линия – непрерывное множество всех принадлежащих ей точек .

Линия – **непрерывное однопараметрическое множество точек** ( $d$ ).

$$l = A_1 \cup A_2 \cup A_i \dots \cup A_n$$

$$A_i = f(d)$$

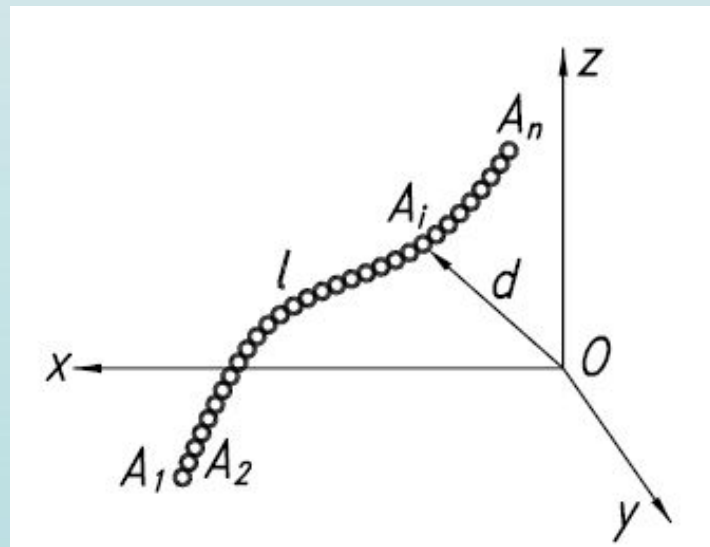


Рис. 6.1

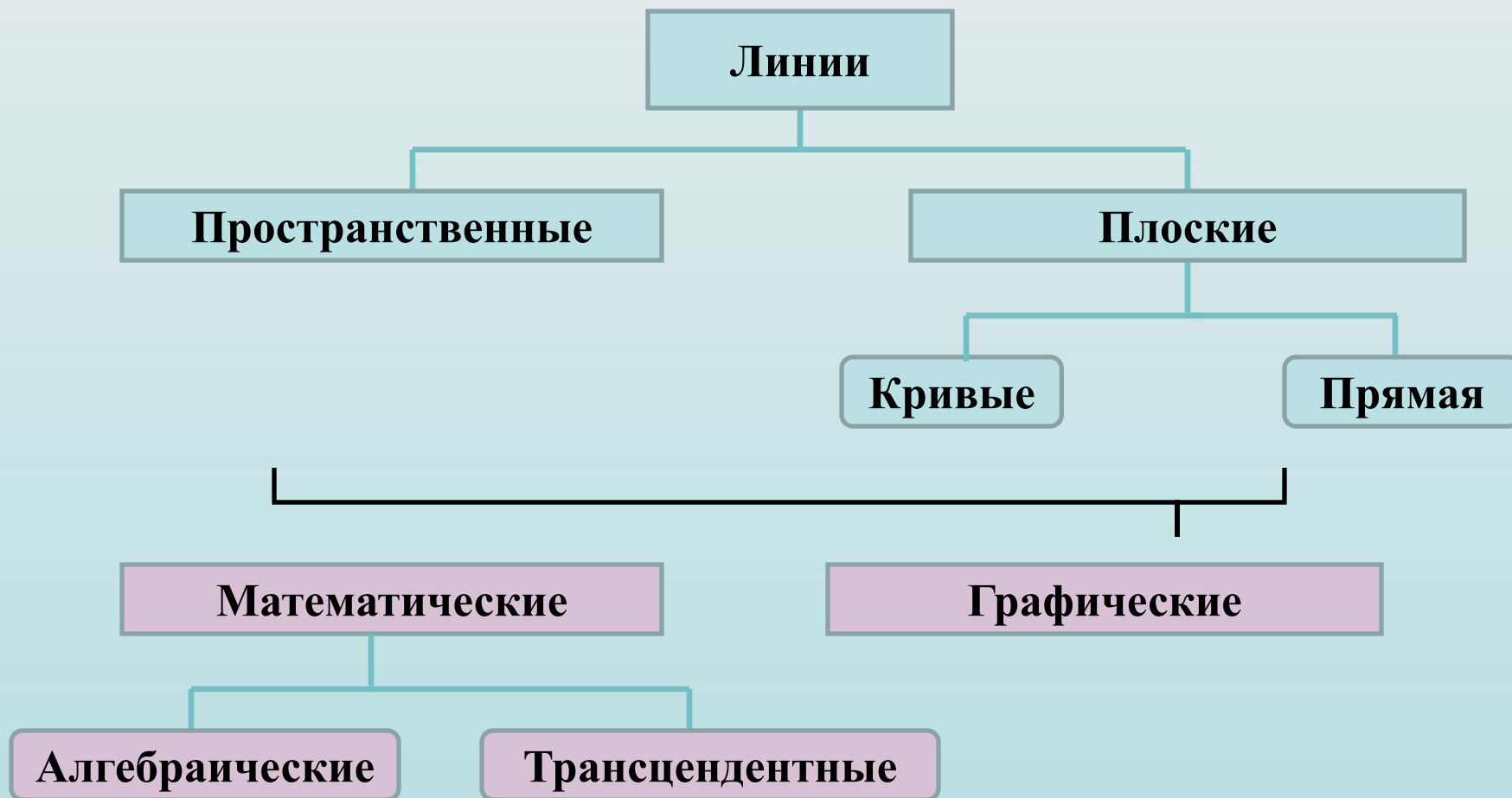


Если в образовании кривой линии наблюдается закономерность, которая может быть выражена уравнением в какой-либо системе координат, то такая кривая называется **закономерной**, например эллипс, парабола, гиперболола и др.

**Незакономерной** называется кривая линия, в которой нельзя обнаружить закономерности образования, например линия пересечения рельефа местности плоскостью



# Классификация линий



**Плоская линия** (рис. 6.2) – линия, **все точки которой принадлежат одной плоскости.**

**Пространственная линия** (рис. 6.3) – линия, которая **не может быть совмещена с плоскостью всеми своими точками.**

**Порядок алгебраической линии** определяется степенью уравнения, записываемого в прямоугольных координатах в виде многочлена  $n$  – степени, или

**числом** точек ее **пересечения с компланарной ей прямой** (для плоской линии (рис. 6.2),

**числом** точек ее **пересечения с плоскостью** (для пространственной линии (рис. 6.3).

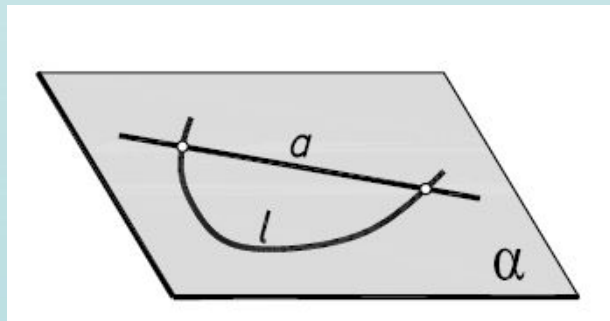
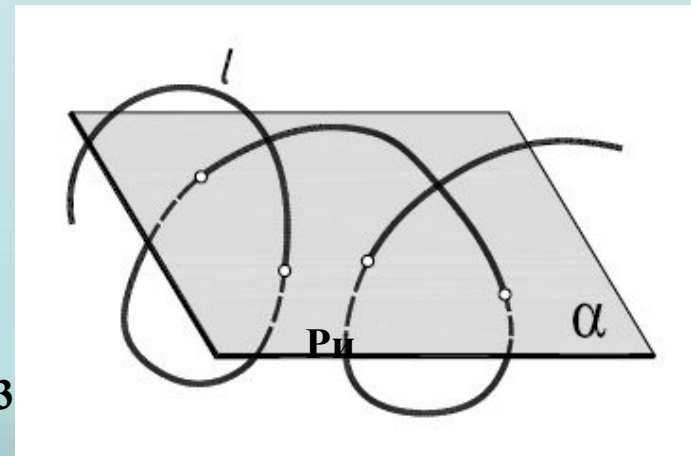


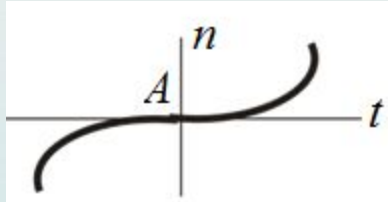
Рис. 6.2



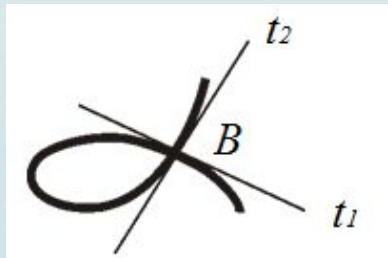
с. 6.3



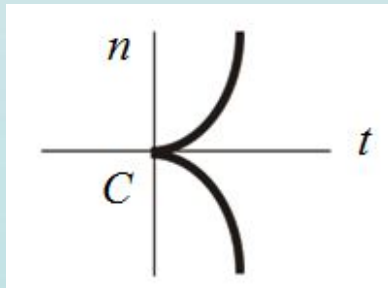
# Особые точки плоской кривой



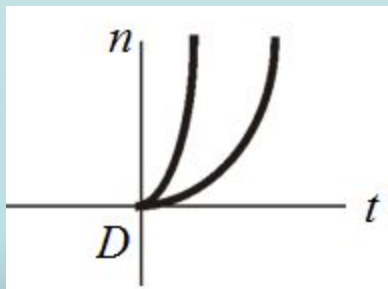
**Точки перегиба (A)** – точки, в которых кривая проходит на другую сторону касательной прямой, сохраняя касание



**Двойная или узловая точка (B)** – это точка, в которой кривая пересекает сама себя



**Точки возврата первого рода (C)** – это точка, в которой кривая подходит к точке двумя ветвями, имеющими в точке **C** общую касательную и расположенными по разные стороны от касательной



**Точки возврата второго рода (D)** – это точка, в которой кривая подходит к точке двумя ветвями, имеющими в точке **D** общую касательную, расположенную по одну сторону от обеих ветвей кривой



# Инвариантные свойства проецирования линии (рис. 6.4)

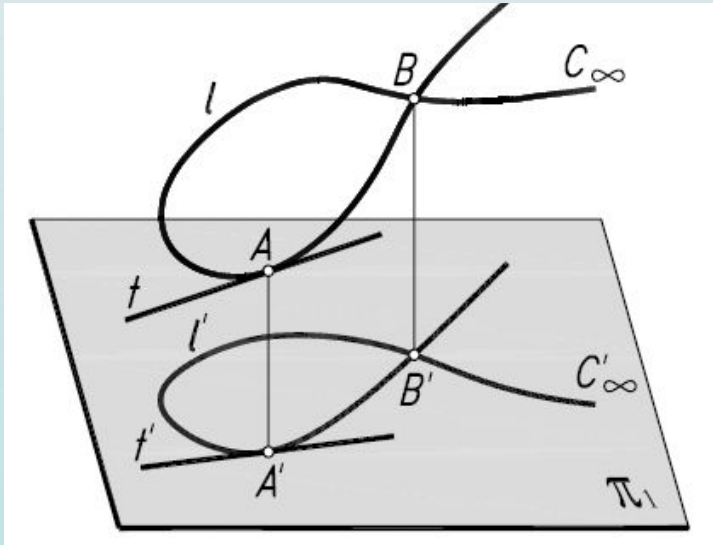


Рис. 6.4

1. Касательная к линии проецируется в касательную к ее проекции
2. Несобственной точке линии соответствует несобственная точка ее проекции
3. Порядок проекции линии ( для алгебраических линий) равен порядку самой линии
4. Число узловых точек равно числу точек самопересечения



# Ортогональные проекции линии

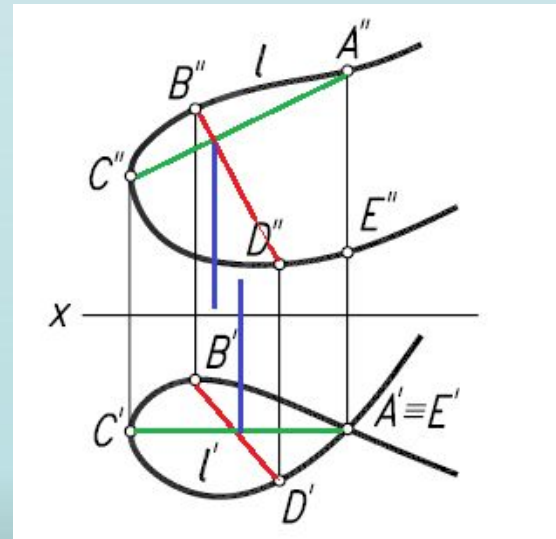
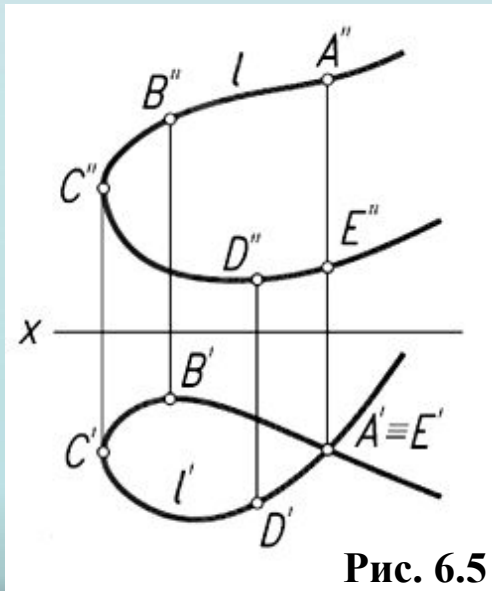
## Принадлежность точки линии

**ТЕОРЕМА.** Если точка принадлежит линии, то проекции точки принадлежат одноименным проекциям линии  $A \in l \Leftrightarrow A' \in l' \wedge A'' \in l''$

**Определитель линии** – это минимальная информация, необходимая и достаточная для однозначного построения проекции любой точки линии.

Построение проекции любой точки линии позволяет решить вопрос о характере линии (плоская или пространственная).

### Способ хорд





## Касательная и нормаль к плоской кривой (рис. 6.6)

Прямая, пересекающая кривую линию в одной, двух и более точках, называется **секущей** ( $AB$ ).

Предельное положение секущей, которое занимает последняя при сближении точек  $A$  и  $B$  секущей  $AB$  до слияния их в одну точку, называется **полукасательной** к кривой  $l$  в точке  $A$ .

Две полукасательные образуют **касательную**  $t$  к кривой в данной точке  $A$ .

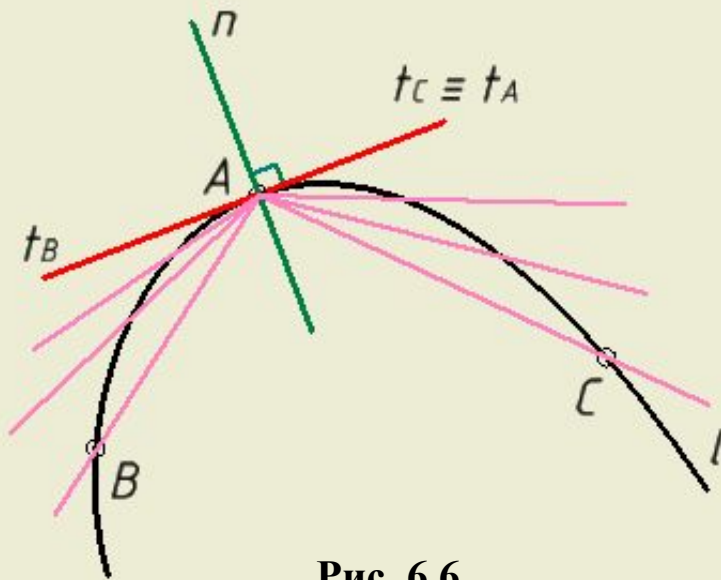


Рис. 6.6

**Нормалью**  $n$  к плоской кривой в точке  $A$  называется прямая, перпендикулярная к касательной  $t$  в этой точке (рис. 6.6).

$$n \perp t$$



Плоская кривая – к касательной можно провести **только одну нормаль**.

Касательные и нормали плоской кривой всегда лежат в плоскости этой кривой)  
( рис. 6.7, 6.8)

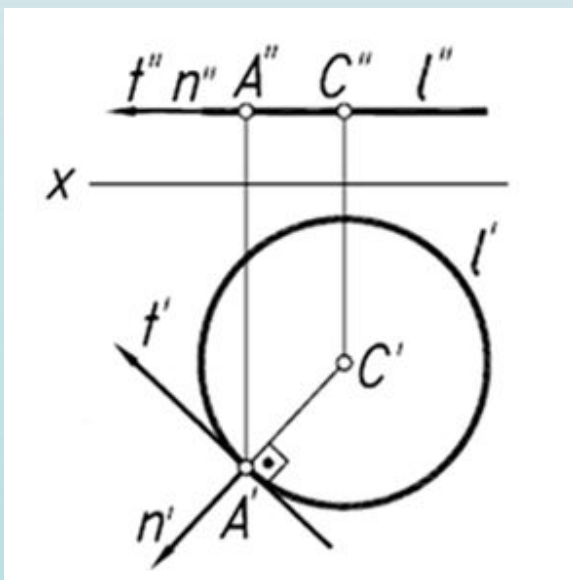


Рис. 6.7

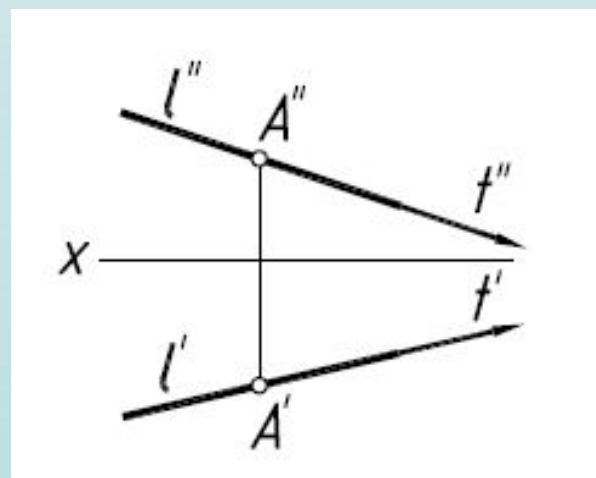


Рис. 6.8



# Кривизна плоской кривой

**Кривизной кривой**  $k$  в какой-либо ее точке (рис. 6.9) считается предел, к которому стремится отношение угла между касательными, проведенными в соседних точках  $A_1$  и  $A_2$  кривой, к дуге  $A_1A_2$ , если точка  $A_2$  стремится к точке  $A_1$ .

**Круг кривизны** (рис. 6.10) – окружность, проходящая через точку  $A$  и имеющая с данной кривой в этой точке общую касательную и одинаковое направление выпуклости.

Радиус круга кривизны – **радиус кривизны** ( $r$ ) кривой в данной точке, а центр круга кривизны – **центр кривизны** кривой в данной точке.

$$k = \lim \frac{\Delta\varphi}{\Delta S}$$

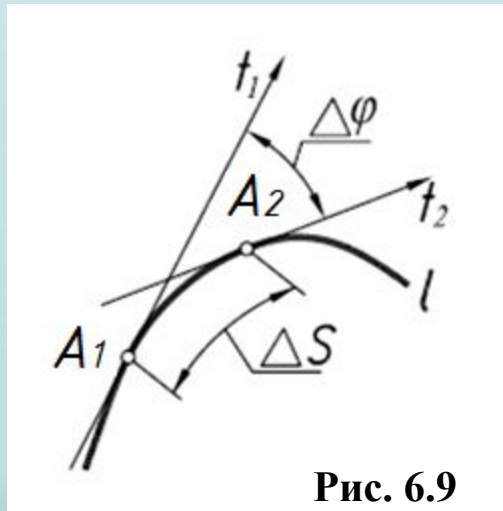


Рис. 6.9

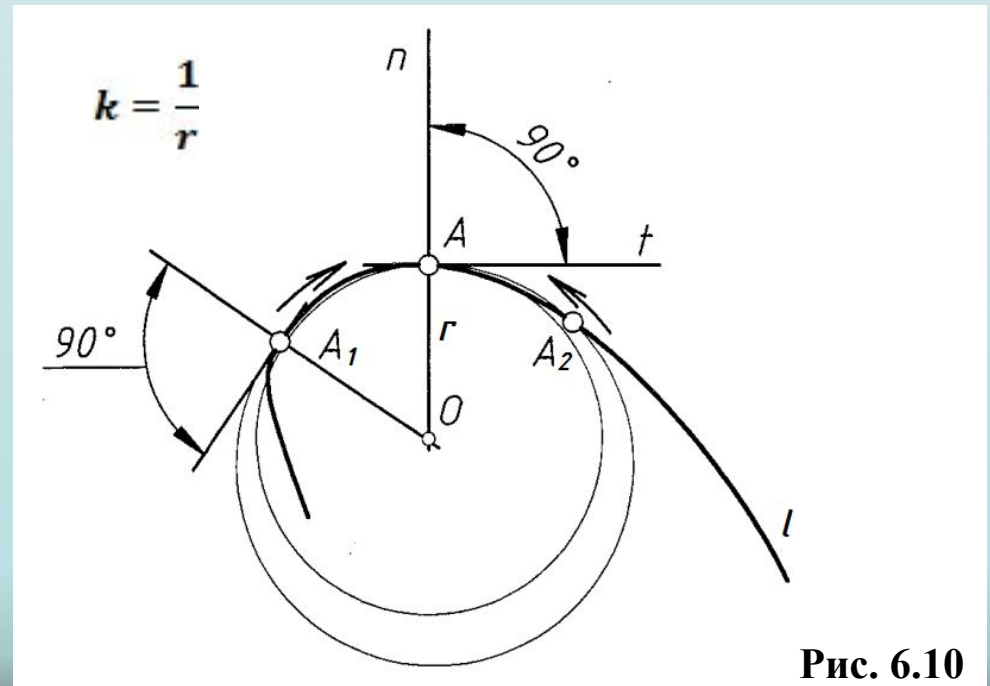


Рис. 6.10



# Пространственные кривые. Винтовая линия

**Винтовая линия** – траектория точки, совершающей винтовое движение:

композицию двух движений – **вращательного вокруг некоторой оси и поступательного относительно этой же оси;**

смещение при поступательном движении пропорционально углу поворота.

**Шаг** винтовой линии ( $P$ ) – **смещение точки вдоль оси за один оборот.**

По направлению движения различают **правую** и **левую** винтовые линии.

Винтовая линия называется **цилиндрической**, если поступательное движение осуществляется по образующей воображаемого цилиндра;

**конической** – при движении вдоль образующей воображаемого конуса.



# Цилиндрическая винтовая линия (гелиса)

