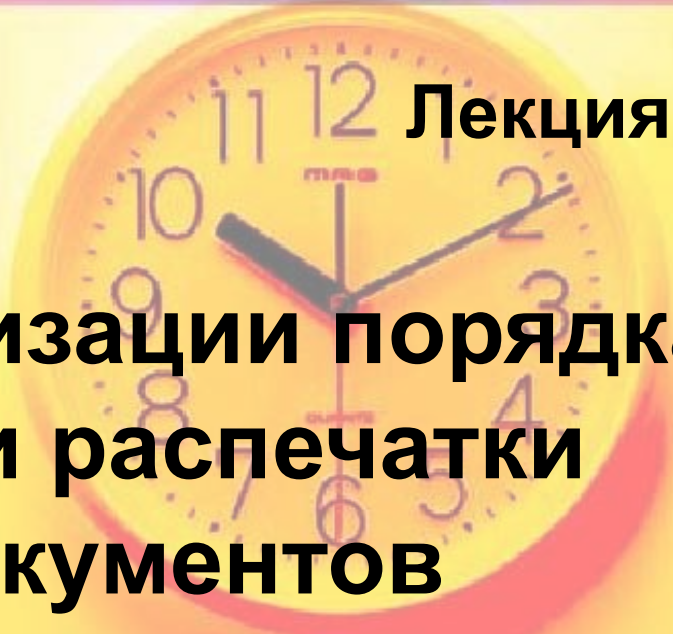
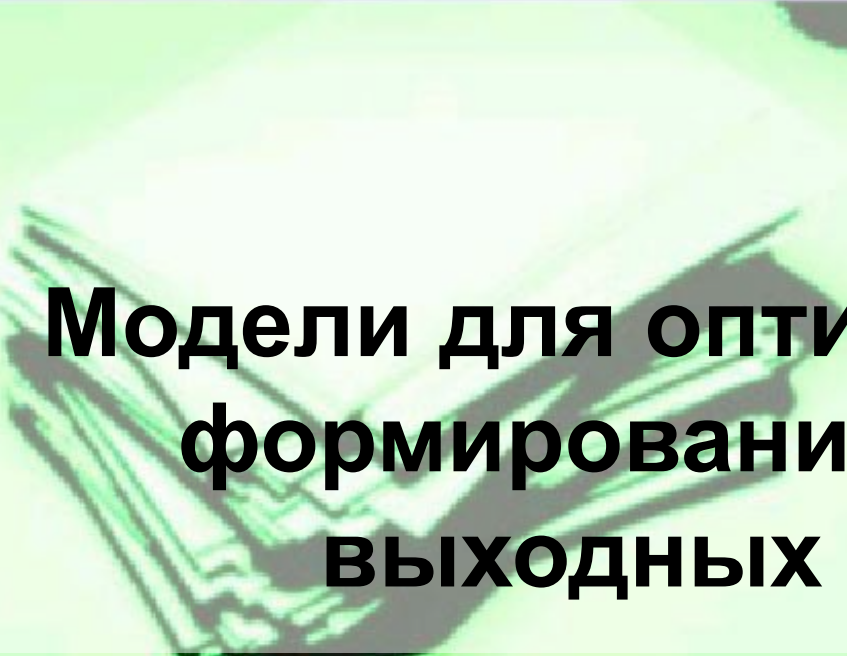




МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ

Задача Джонсона



**Модели для оптимизации порядка
формирования и распечатки
ВЫХОДНЫХ ДОКУМЕНТОВ**

Лекция 11

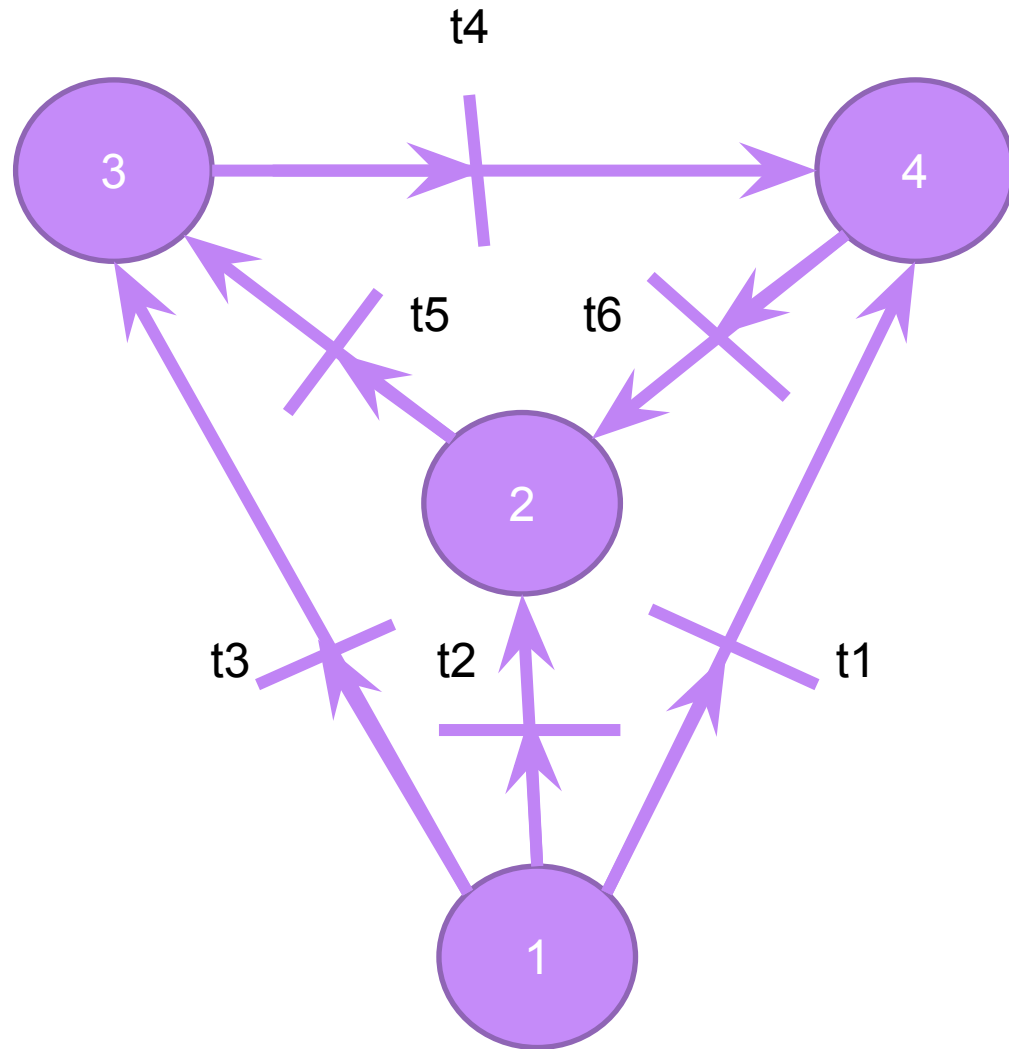
Текущий контроль знаний

- Определить
- оптимальный
- порядок
- формирования
- электронных документов с помощью сети Петри, изображенной на следующем слайде.





Сеть Петри



Распределение заданий №1

| t1 | t2 | t3 | t4 | t5 | t6 | Студент |
|----|----|----|----|----|----|----------|
| 7 | 3 | 2 | 9 | 1 | 8 | Алборов |
| 3 | 2 | 9 | 1 | 8 | 7 | Бабаев |
| 2 | 9 | 1 | 8 | 7 | 3 | Бадтиев |
| 9 | 1 | 8 | 7 | 3 | 2 | Борисов |
| 1 | 8 | 7 | 3 | 2 | 9 | Бугулов |
| 8 | 7 | 3 | 2 | 9 | 1 | Дзалаева |
| 4 | 6 | 7 | 3 | 3 | 9 | Козырева |

Распределение заданий №2

| t1 | t2 | t3 | t4 | t5 | t6 | Студент |
|----|----|----|----|----|----|--------------|
| 6 | 8 | 3 | 9 | 1 | 2 | Короев |
| 8 | 3 | 9 | 1 | 2 | 6 | Кусов |
| 3 | 9 | 1 | 2 | 6 | 8 | Луценко |
| 9 | 1 | 2 | 6 | 8 | 3 | Мкртчян |
| 1 | 2 | 6 | 8 | 3 | 9 | Наниева |
| 2 | 6 | 8 | 3 | 9 | 1 | Пановская |
| 6 | 8 | 3 | 9 | 1 | 2 | Погребницкий |

Распределение заданий №3

| t1 | t2 | t3 | t4 | t5 | t6 | Студент |
|----|----|----|----|----|----|-----------|
| 1 | 3 | 2 | 7 | 5 | 4 | Рыбина |
| 3 | 2 | 7 | 5 | 4 | 1 | Туриев |
| 2 | 7 | 5 | 4 | 1 | 3 | Хайдуров |
| 7 | 5 | 4 | 1 | 3 | 2 | Царитов |
| 5 | 4 | 1 | 3 | 2 | 7 | Цховребов |

Содержательная постановка задачи

- **Дано:** в запросно-поисковой системе каждый i -й документ сначала формируется компьютером на основании базы данных за время $t(A,i)$, а затем распечатывается принтером за время $t(B,i)$.
- **Требуется** определить такую последовательность формирования и распечатки документов, которая бы минимизировала суммарное время формирования и распечатки всего множества документов.



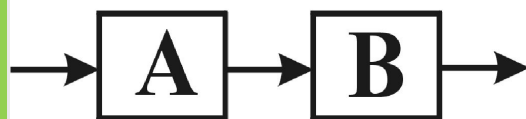
«Классическая» содержательная постановка задачи.

На конвейере, состоящем из транспортера и двух станков «А» и «В» следует за минимальное время обработать n деталей. Каждая деталь обрабатывается сначала на станке «А» (компьютер), а затем на станке «В» (принтер), причем известно время обработки каждой детали на каждом станке.



Форма представления исходных данных и графики Ганта

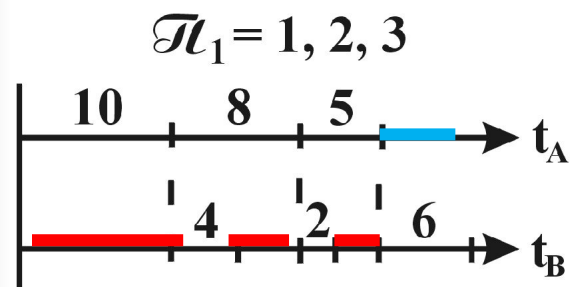
Конвейер



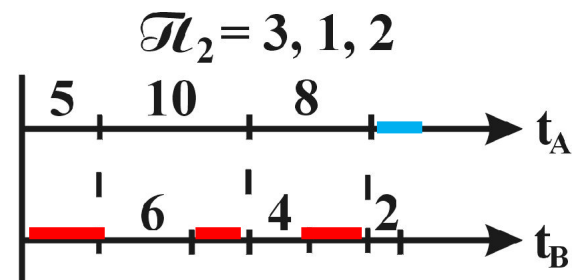
Таблица

| | | | | | |
|-------|----|---|---|-----|-----|
| i | 1 | 2 | 3 | ... | n |
| t_A | 10 | 8 | 5 | ... | 9 |
| t_B | 4 | 2 | 6 | ... | 3 |

Графики Ганта



$$T(\mathcal{U}_1) = 29$$



$$T(\mathcal{U}_2) = 25$$

Красным выделены простои станка «В», **синим** – станка «А».



Обозначения, используемые в формальной постановке задачи



t_{iA}^H - начало обработки i -ой детали на станке А;

t_{iA}^K - завершение обработки i -ой детали на станке А;

t_{iB}^H - начало обработки i -ой детали на станке В.

t_{iB}^K - завершение обработки i -ой детали на станке В;




t_{iA} - время обработки i -ой детали на станке А;

t_{iB} - время обработки i -ой детали на станке В;

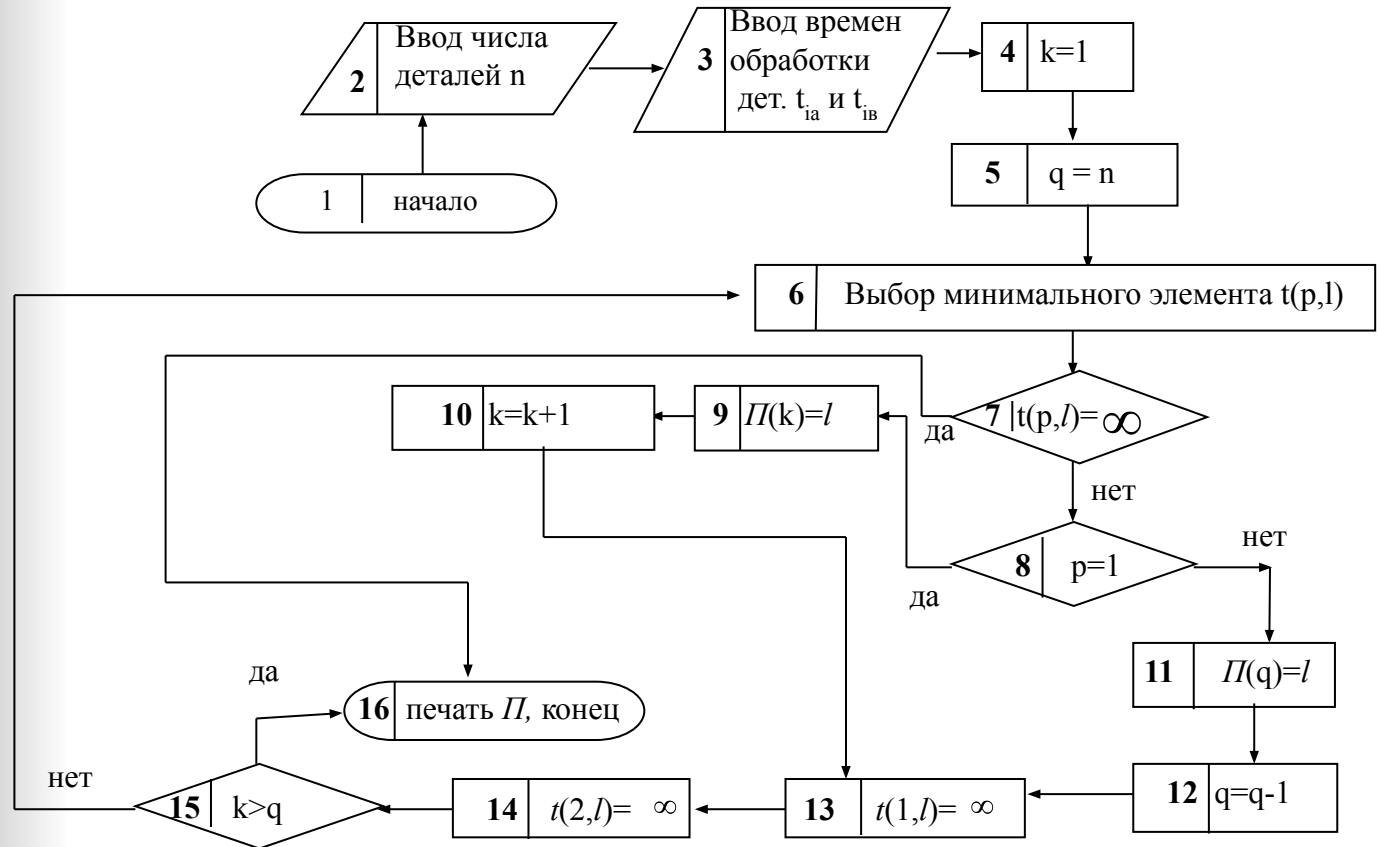


Формальная постановка задачи


$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{i=1,2,\dots} \max_{C \in \{A,B\}} t_{i,C}^K \rightarrow \min; \quad - \text{минимизация времени обработки всей партии} \\ t_{i,A}^K - t_{i,A}^H \leq t_{i,A}; \quad i=1,2,\dots,n; \quad - \text{время обработки } i\text{-ой детали на станке } A; \\ t_{i,B}^K - t_{i,B}^H \leq t_{i,B}; \quad i=1,2,\dots,n; \quad - \text{время обработки } i\text{-ой детали на станке } B \\ \forall i \neq j, t_{i,B}^H \geq t_{i,A}^K; \quad - \text{последовательность обработки детали } i \text{ на станках } A \text{ и } B \\ \forall i \neq j, t_{i,C}^H \neq t_{j,C}^H; \quad C = A, B \\ \forall i \neq j, t_{i,C}^H < t_{j,C}^H \Rightarrow t_{i,C}^K < t_{j,C}^H; \quad C \in \{A, B\}; \\ \forall i, t_{i,C}^H \geq 0; t_{i,C}^K \geq 0; \quad C = A, B. \quad - \text{неотрицательность переменных} \end{array} \right.$$

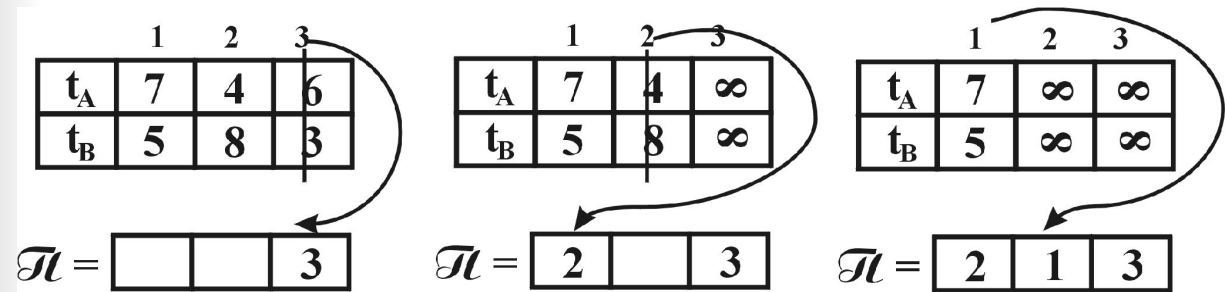
Объем перебора всех перестановок, связанный с поиском глобально оптимального порядка обработки n деталей на двух станках равен $n!$.

Блок – схема алгоритма поиска оптимального упорядочения Π . (алгоритм Джонсона).

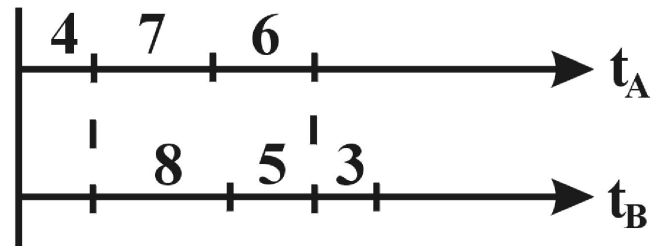


Пример

Последовательность итераций



После получения перестановки Π строится график Ганта:



$$T(\Pi) = 4 + 8 + 5 + 3 = 20$$

САМОСТОЯТЕЛЬНО

- Решить задачу Джонсона для случая формирования и распечатки пяти документов:

| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|---|---|---|----|---|
| t_{iA} | 9 | 1 | 5 | 10 | 4 |
| t_{iB} | 3 | 7 | 2 | 6 | 8 |

- Определить время формирования и распечатки этих документов с помощью графика Ганта

САМОСТОЯТЕЛЬНО

- Решить задачу Джонсона для случая формирования и распечатки девяти документов (см. следующий слайд).
- Определить время формирования и распечатки этих документов с помощью графика Ганта



ПЕРСОНАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 3 | 9 | 11 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 1 | 1 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 5 | 10 | 4 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 11 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 1 | 2 |
| 1 | 7 | 2 | 9 | 16 | 10 | 4 | 8 | 9 | |
| 13 | 9 | 1 | 15 | 7 | 2 | 12 | 14 | 1 | 3 |
| 3 | 7 | 12 | 9 | 15 | 11 | 4 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 2 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 11 | 4 |
| 14 | 10 | 12 | 9 | 14 | 1 | 1 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 3 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 12 | 5 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 13 | 10 | 2 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 4 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 13 | 6 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 12 | 10 | 3 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 5 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 14 | 7 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 11 | 10 | 4 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 6 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 15 | 8 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 10 | 10 | 5 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 7 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 16 | 9 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 9 | 10 | 6 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 8 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 17 | 10 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 8 | 10 | 7 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 9 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 18 | 11 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 6 | 10 | 8 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 10 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 19 | 12 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 15 | 10 | 9 | 8 | 9 | |



ПЕРСОНАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ (продолжение)

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 3 | 9 | 11 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 1 | 13 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 5 | 10 | 4 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 11 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 1 | 14 |
| 1 | 7 | 2 | 9 | 16 | 10 | 4 | 8 | 9 | |
| 13 | 9 | 1 | 15 | 7 | 2 | 12 | 14 | 1 | 15 |
| 3 | 7 | 12 | 9 | 15 | 11 | 4 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 2 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 11 | 16 |
| 14 | 10 | 12 | 9 | 14 | 1 | 1 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 3 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 12 | 17 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 13 | 10 | 2 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 4 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 13 | 18 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 12 | 10 | 3 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 5 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 14 | 19 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 11 | 10 | 4 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 6 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 15 | 20 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 10 | 10 | 5 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 7 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 16 | 21 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 9 | 10 | 6 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 8 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 17 | 22 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 8 | 10 | 7 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 9 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 18 | 23 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 6 | 10 | 8 | 8 | 9 | |
| 3 | 9 | 10 | 5 | 7 | 2 | 12 | 4 | 19 | 24 |
| 13 | 7 | 12 | 9 | 15 | 10 | 9 | 8 | 9 | |

