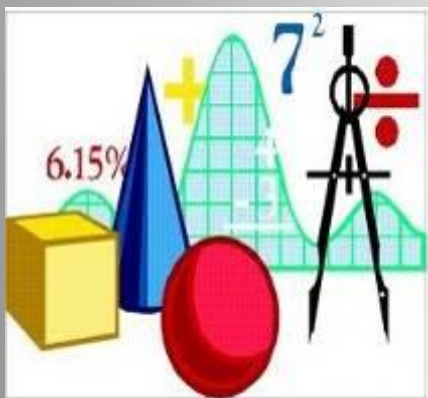


СВОЙСТВА ФУНКЦИИ $y = \cos x$ И ЕЕ ГРАФИК



Свойства функции

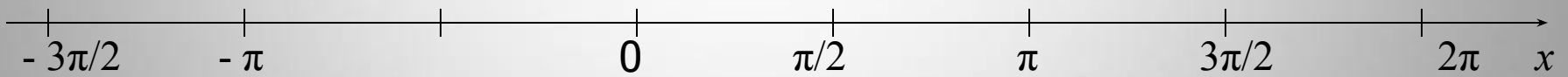
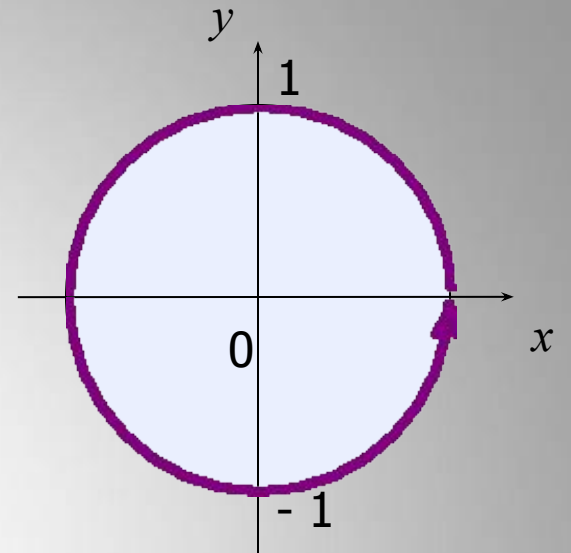
- 1. $D(y)$
- 2. $E(y)$
- 3. Четность функции
- 4. Периодичность функции
- 5. Нули функции
- 6. Наибольшее значение
- 7. Наименьшее значение
- 8. Положительные значения
- 9. Отрицательные значения
- 10. Возрастание функции
- 11. Убывание функции



$$y = \cos x$$

D (y)

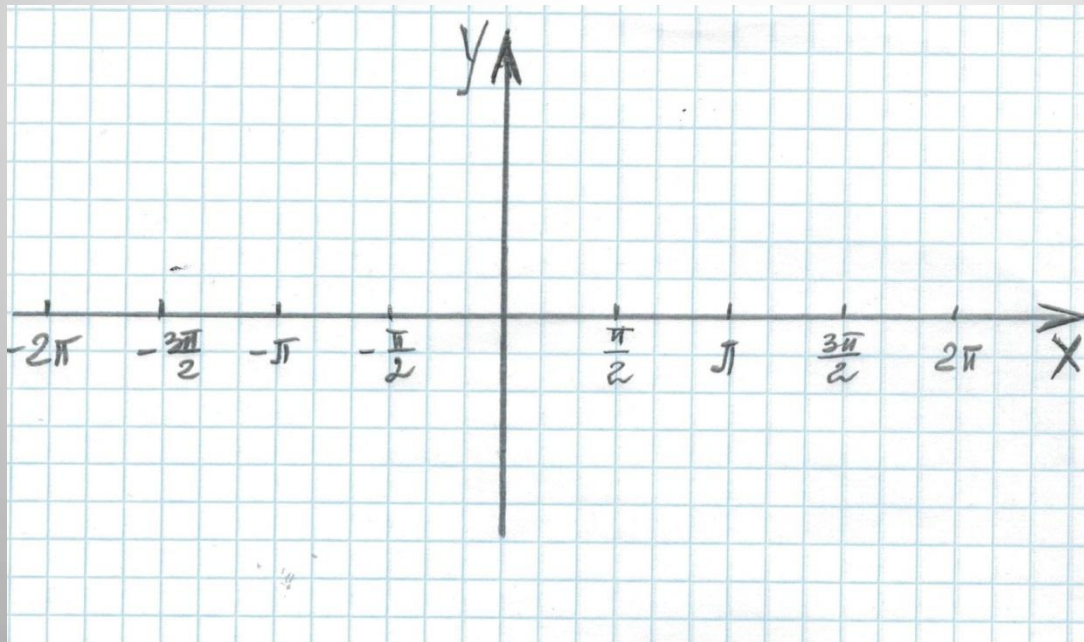
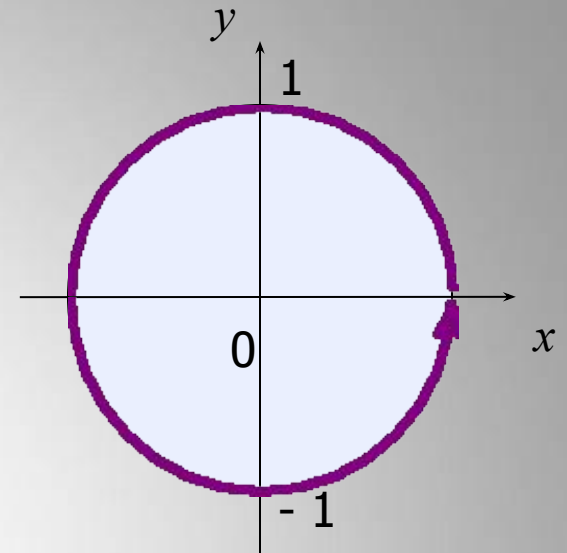
x ∈ ℝ



$$y = \cos x$$

D (y)

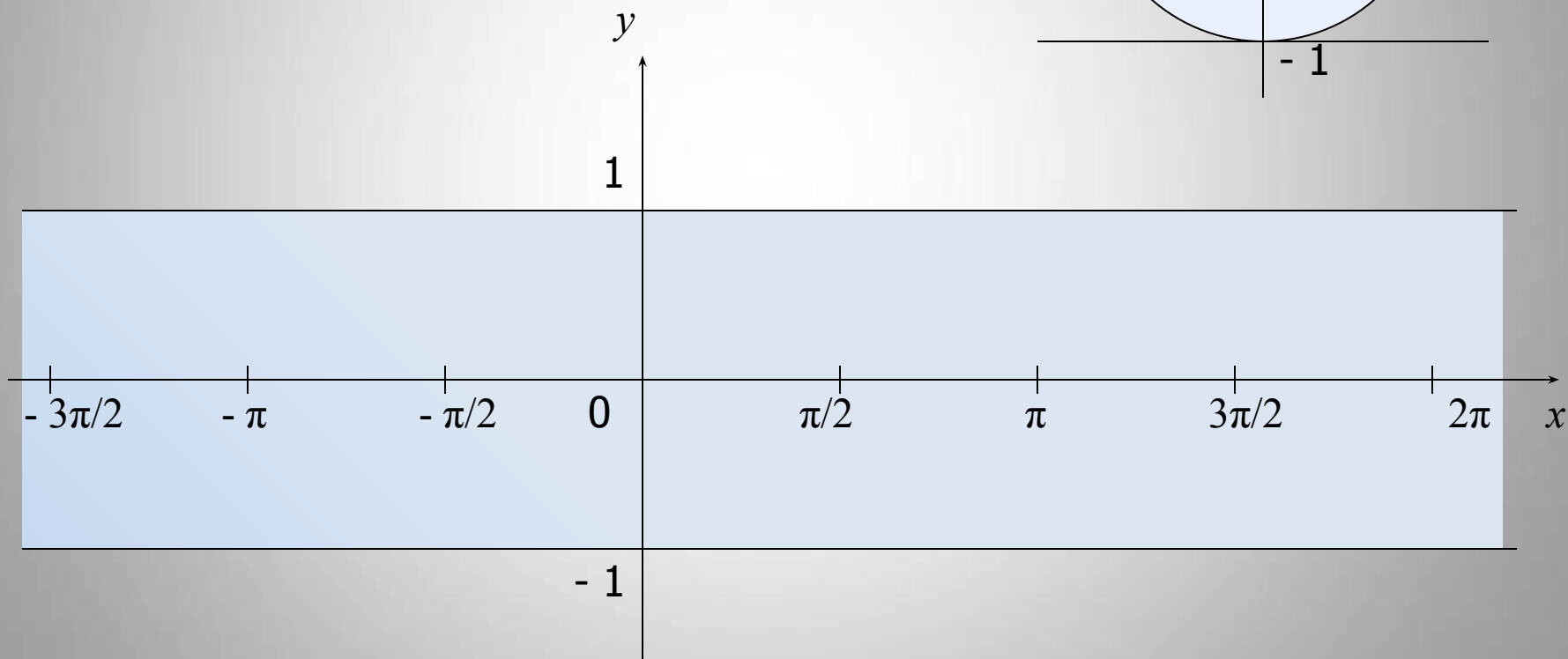
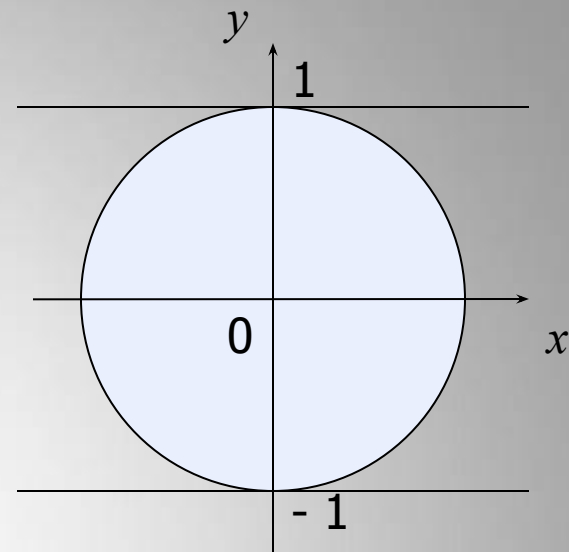
$x \in \mathbb{R}$



$$y = \cos x$$

$E(y)$

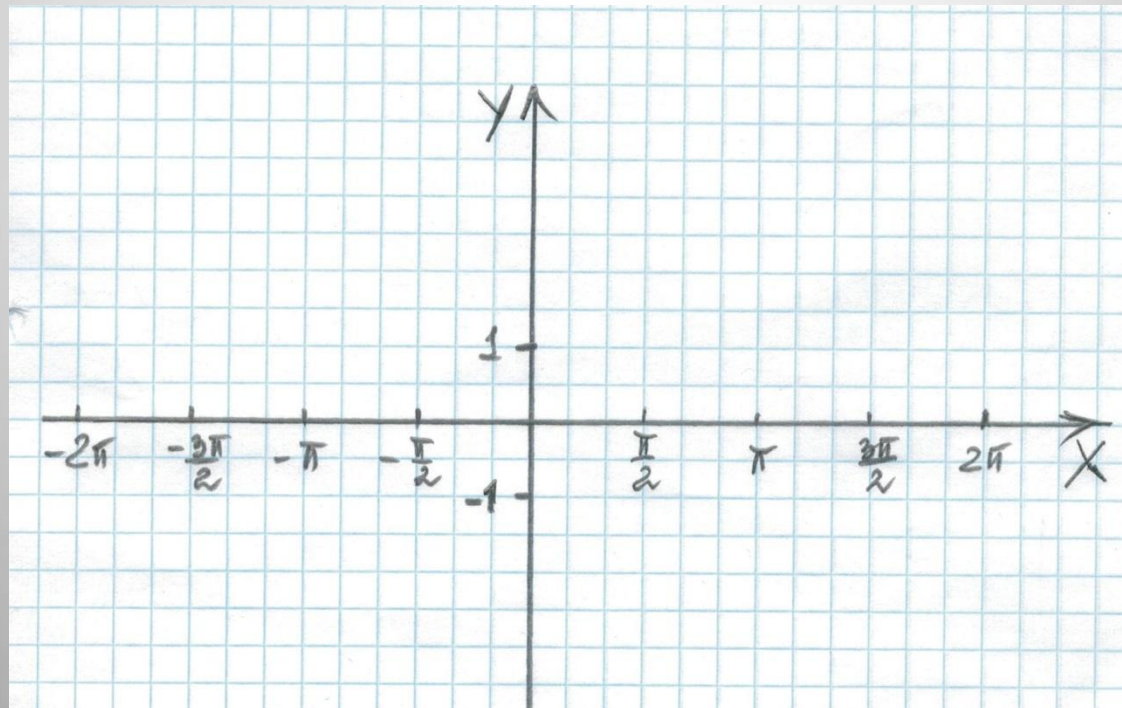
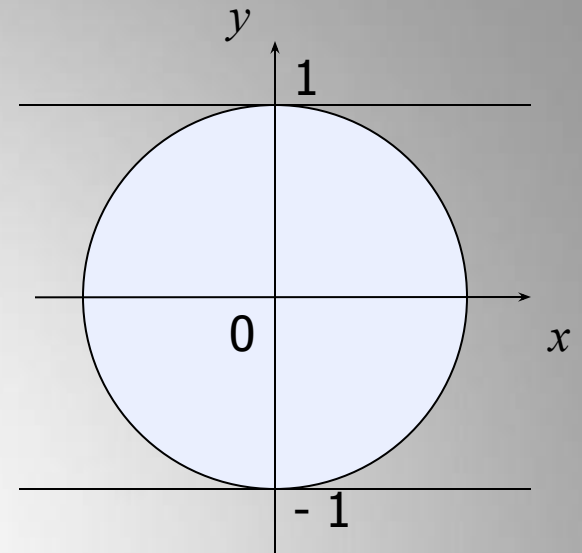
$[-1; 1]$



$$y = \cos x$$

E (y)

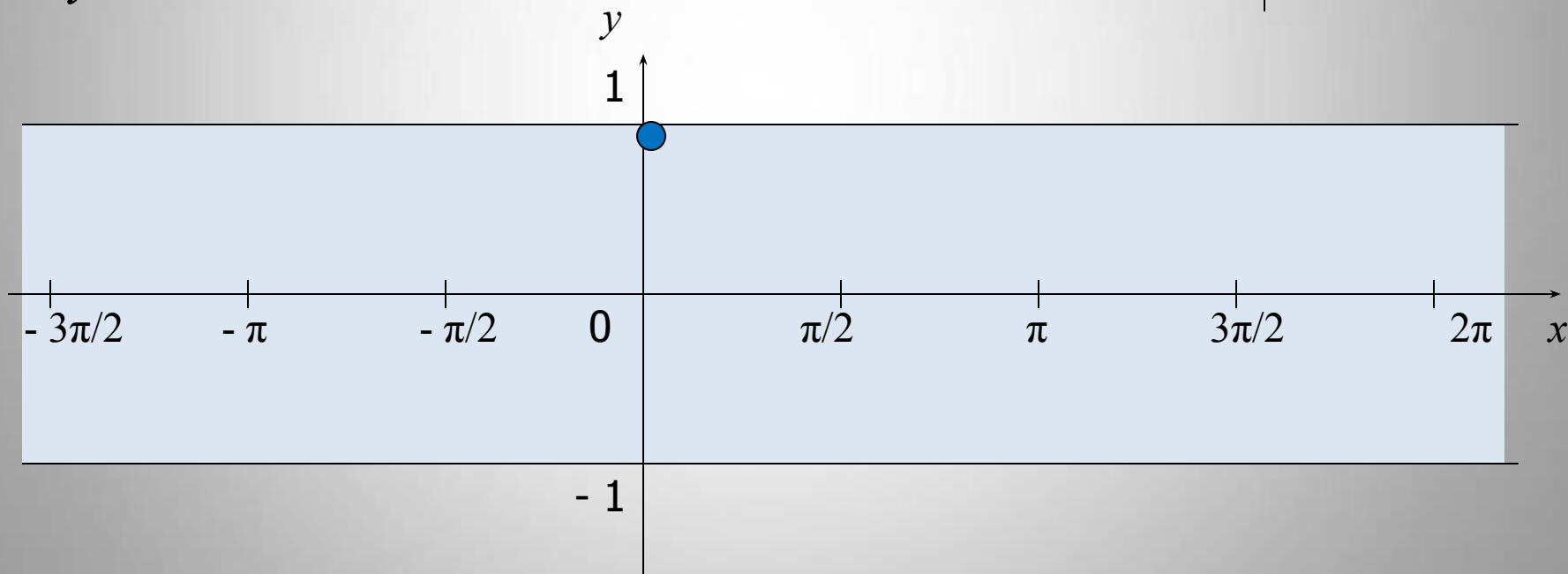
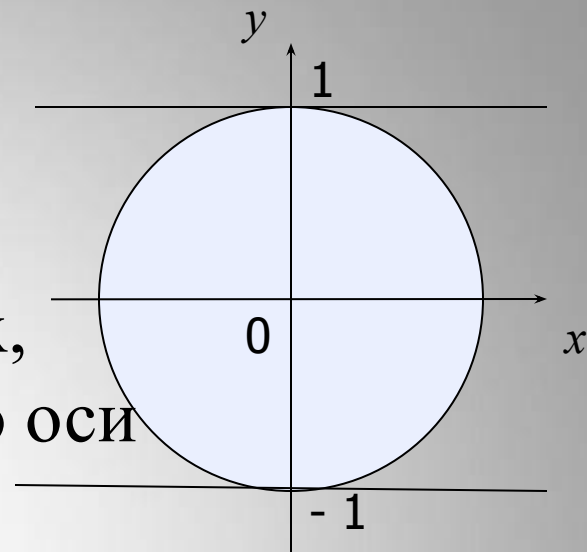
[-1; 1]



$$y = \sin x$$

Четность функции

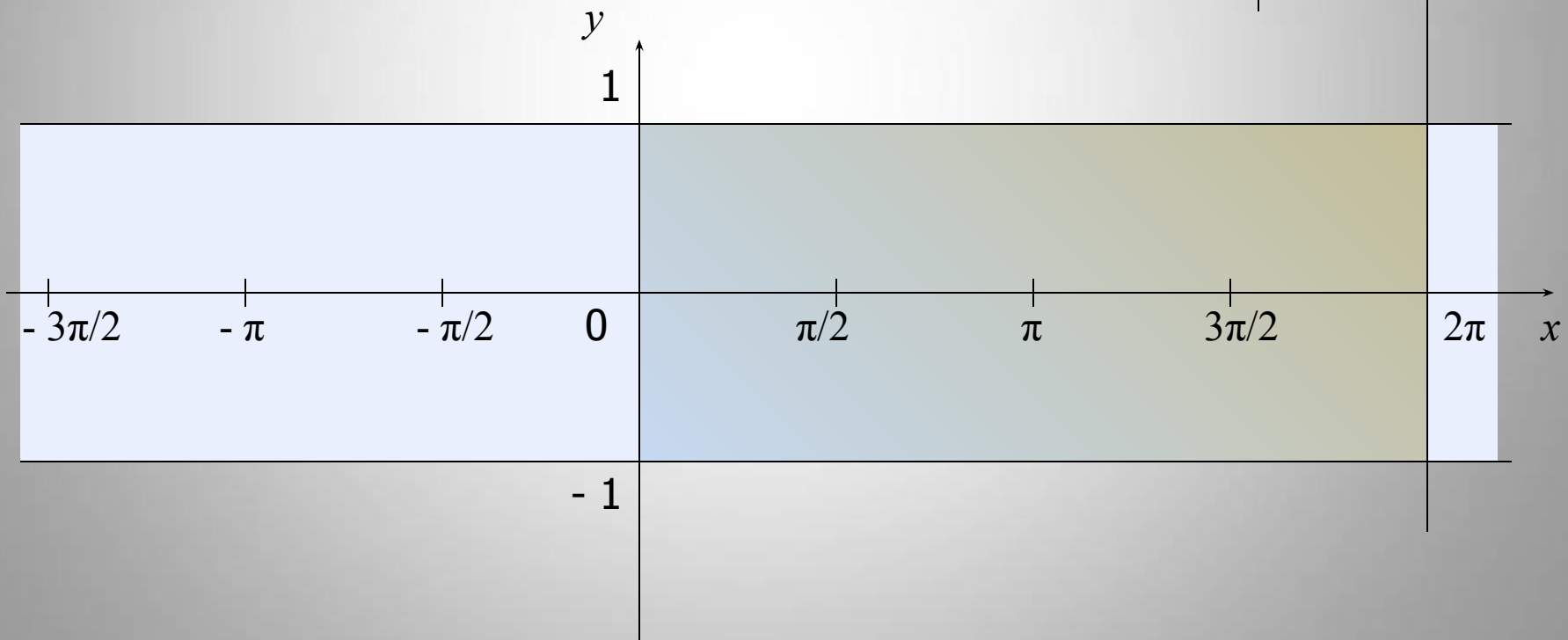
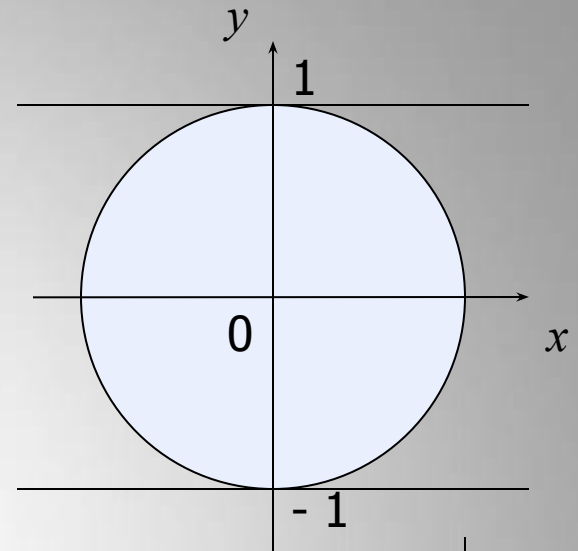
Функция **четная**, т.к. $\cos(-x) = \cos x$,
график симметричен относительно оси
 Oy



$$y = \cos x$$

Периодичность функции

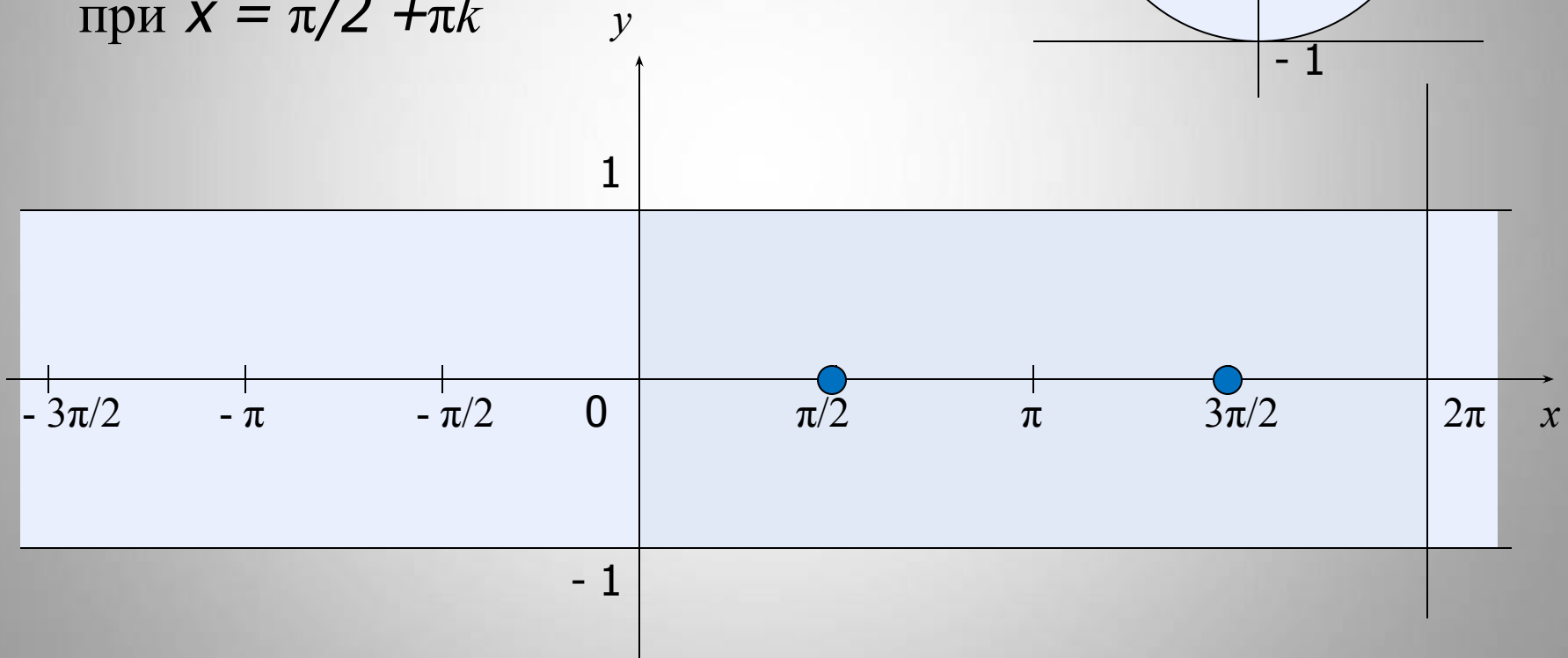
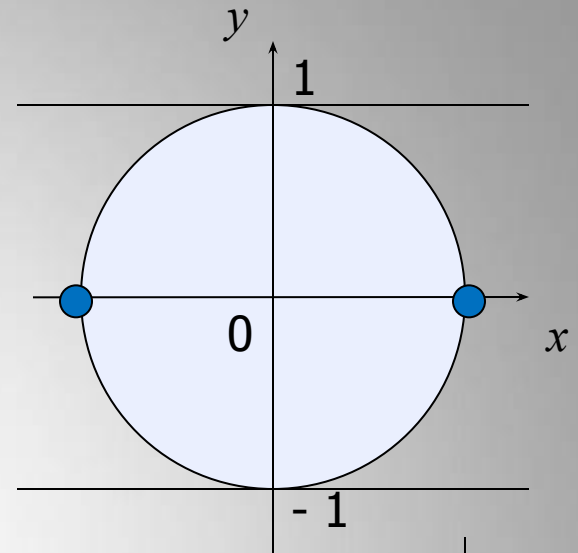
Период функции $T=2\pi$,
 $\cos(x+2\pi)=\cos x$



$$y = \cos x$$

Нули функции $\cos x = 0$

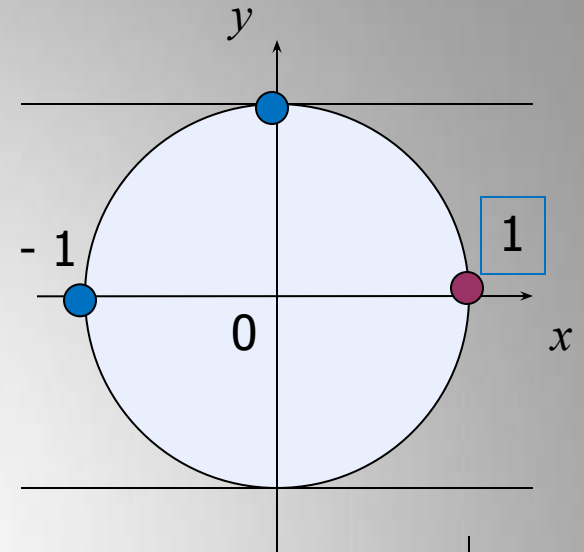
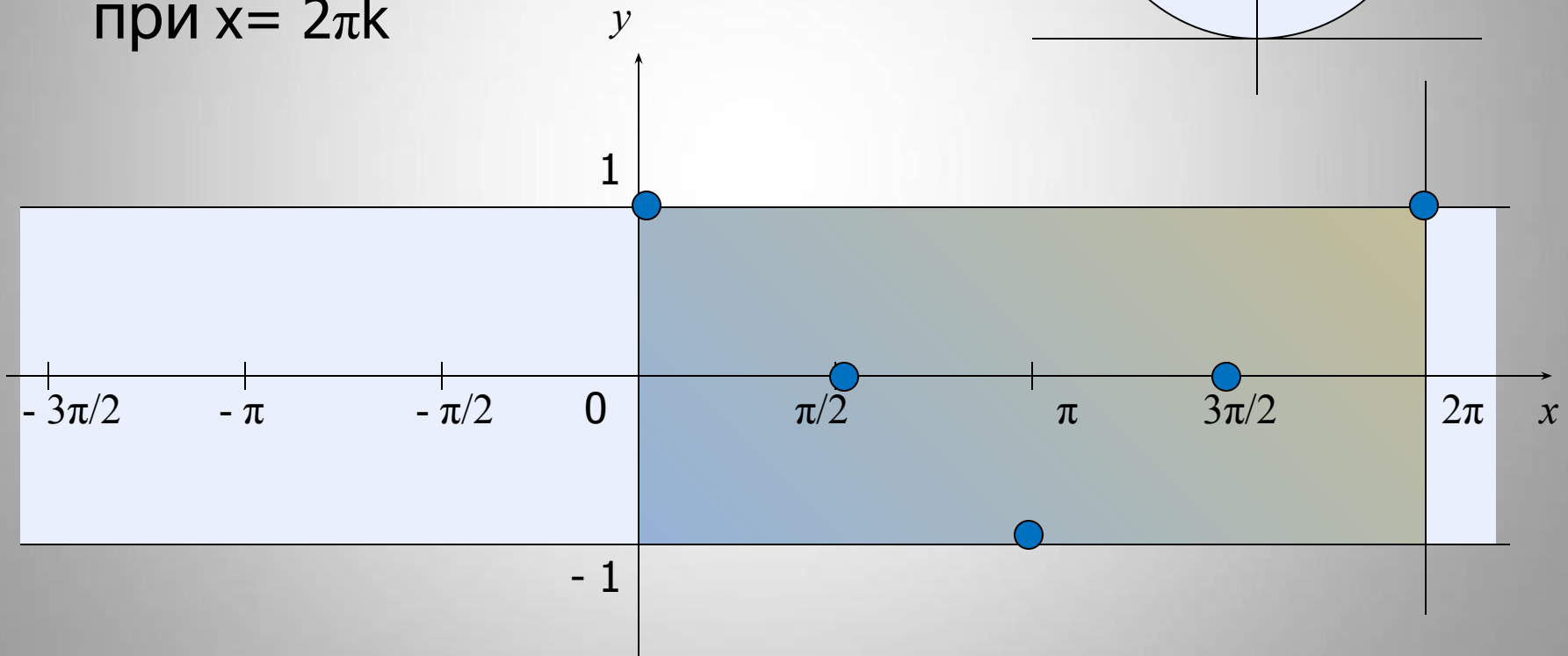
при $x = \pi/2 + \pi k$



$$y = \cos x$$

Наибольшее значение $\cos x = 1$

при $x = 2\pi k$

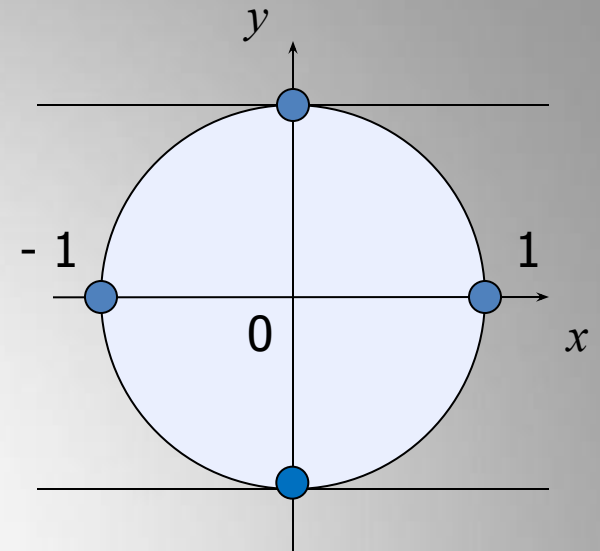
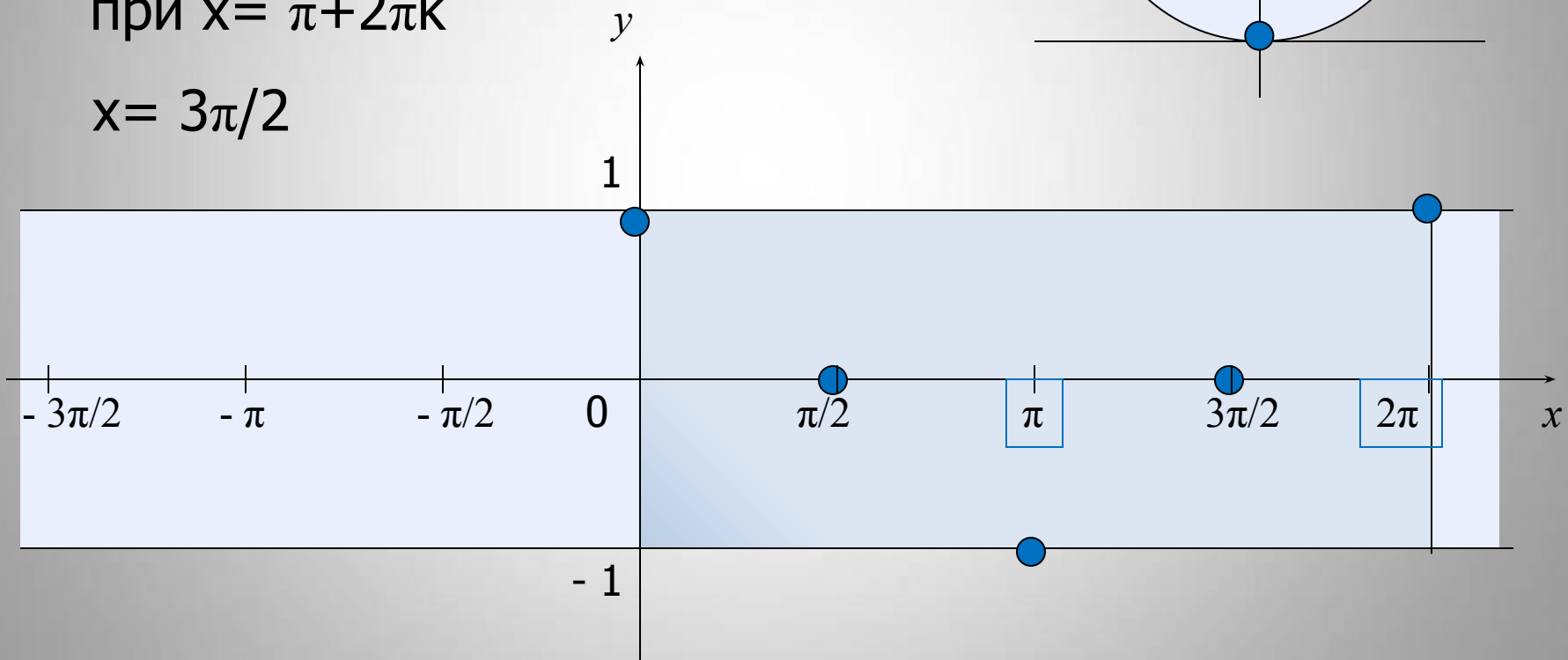


$$y = \cos x$$

Наименьшее значение $\cos x = -1$

при $x = \pi + 2\pi k$

$x = 3\pi/2$



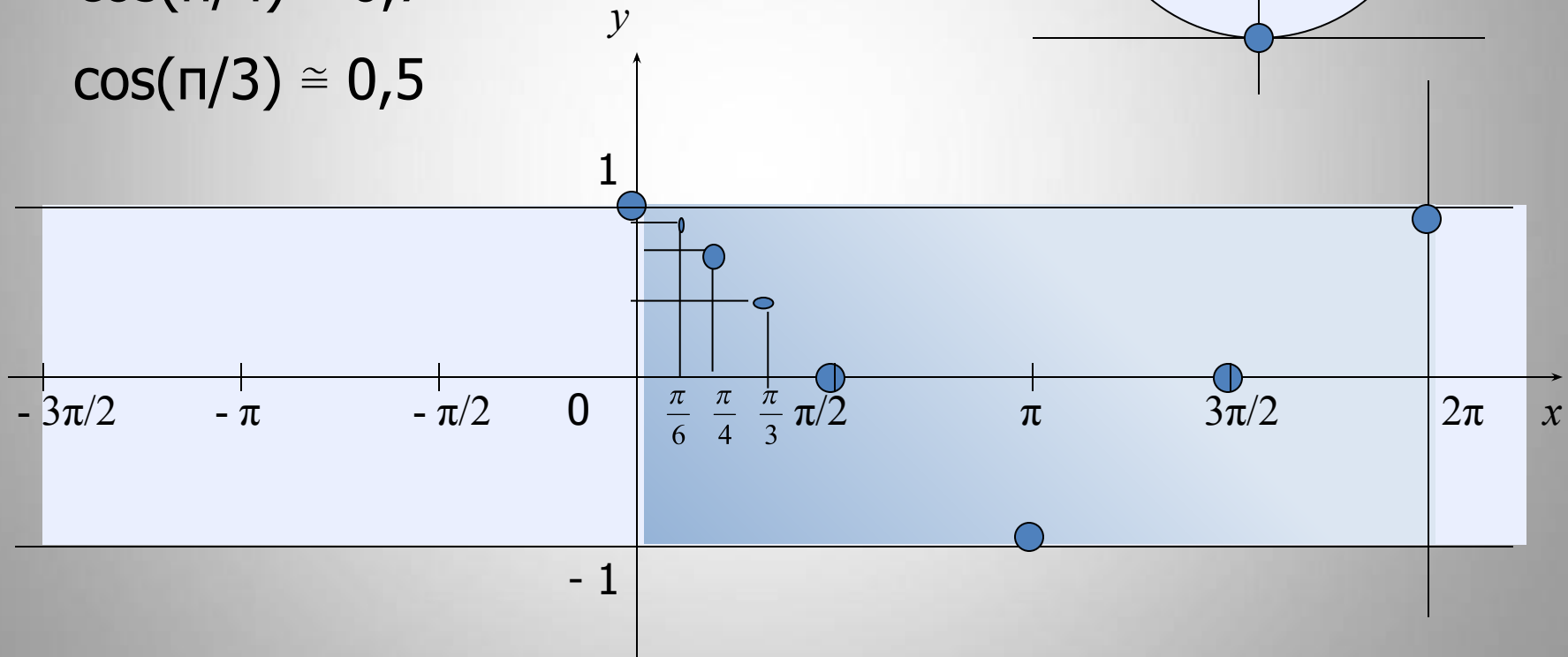
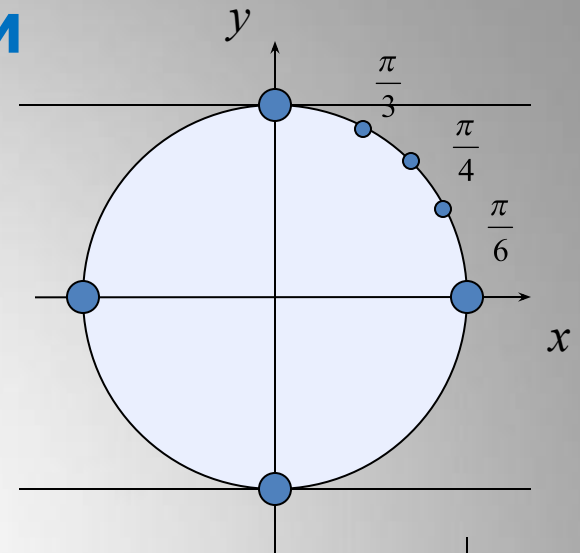
Построение графика функции

$y = \cos$ на отрезке $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

$$\cos(0) = 1$$

$$\cos(\pi/4) \approx 0,7$$

$$\cos(\pi/3) \approx 0,5$$



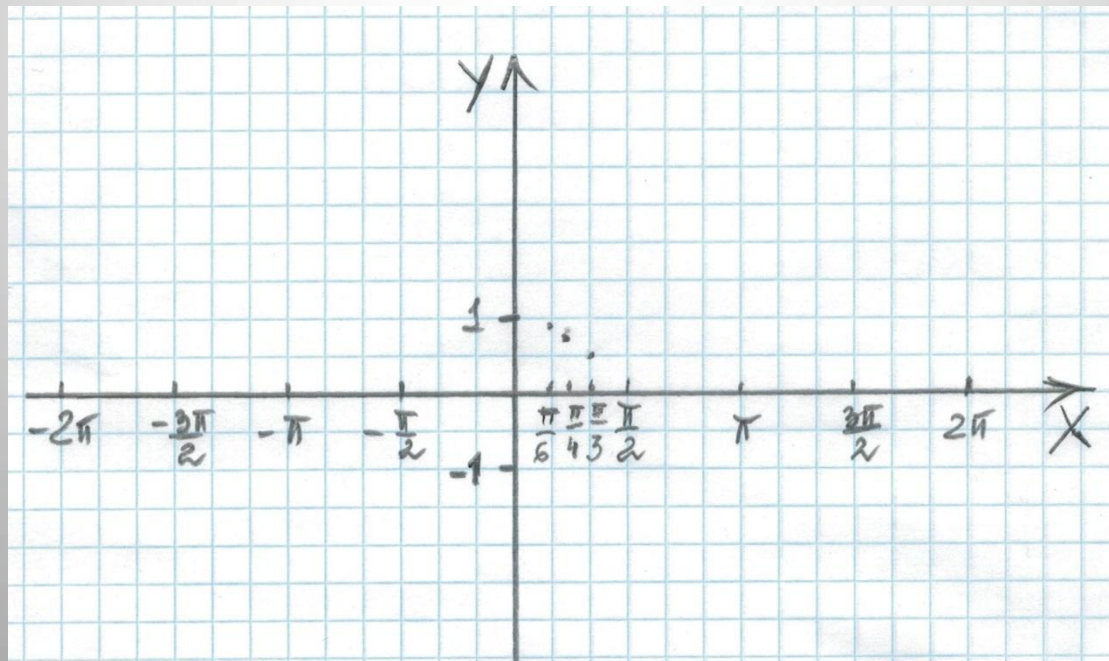
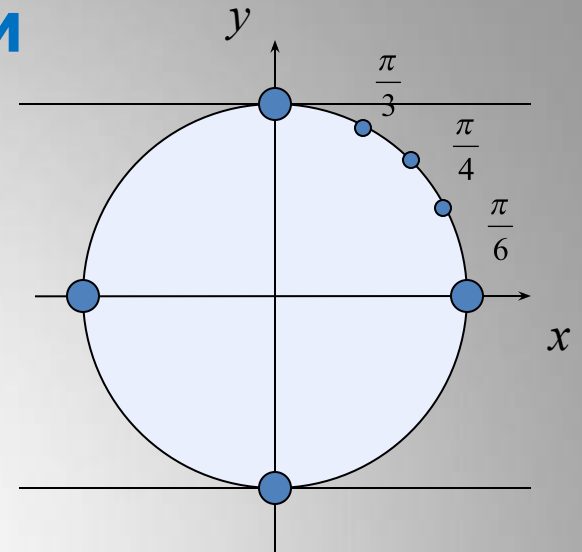
Построение графика функции

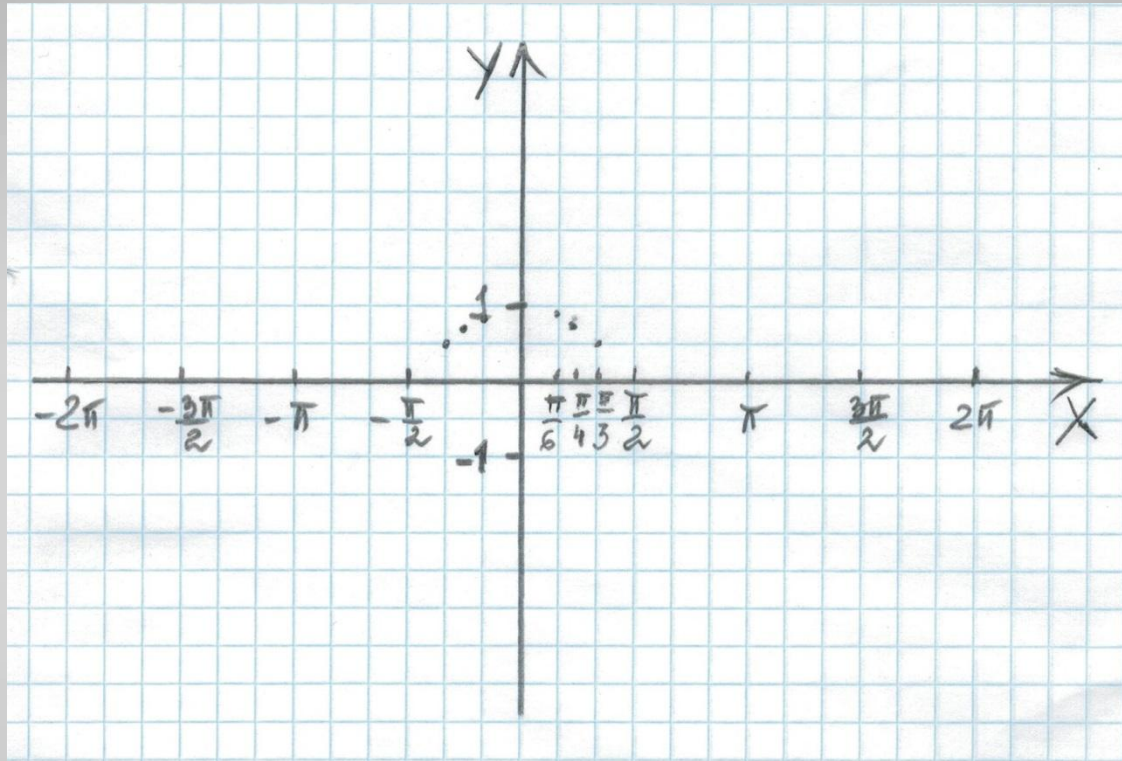
$y = \cos$ на отрезке $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

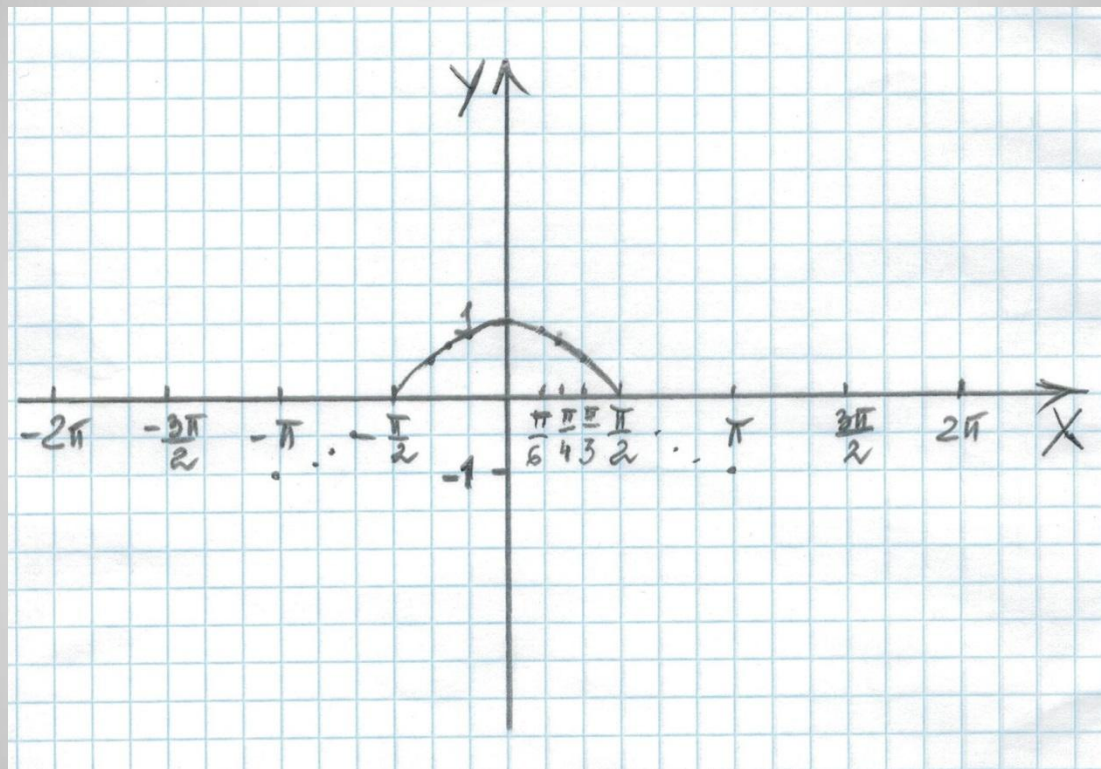
$$\cos(0) = 1$$

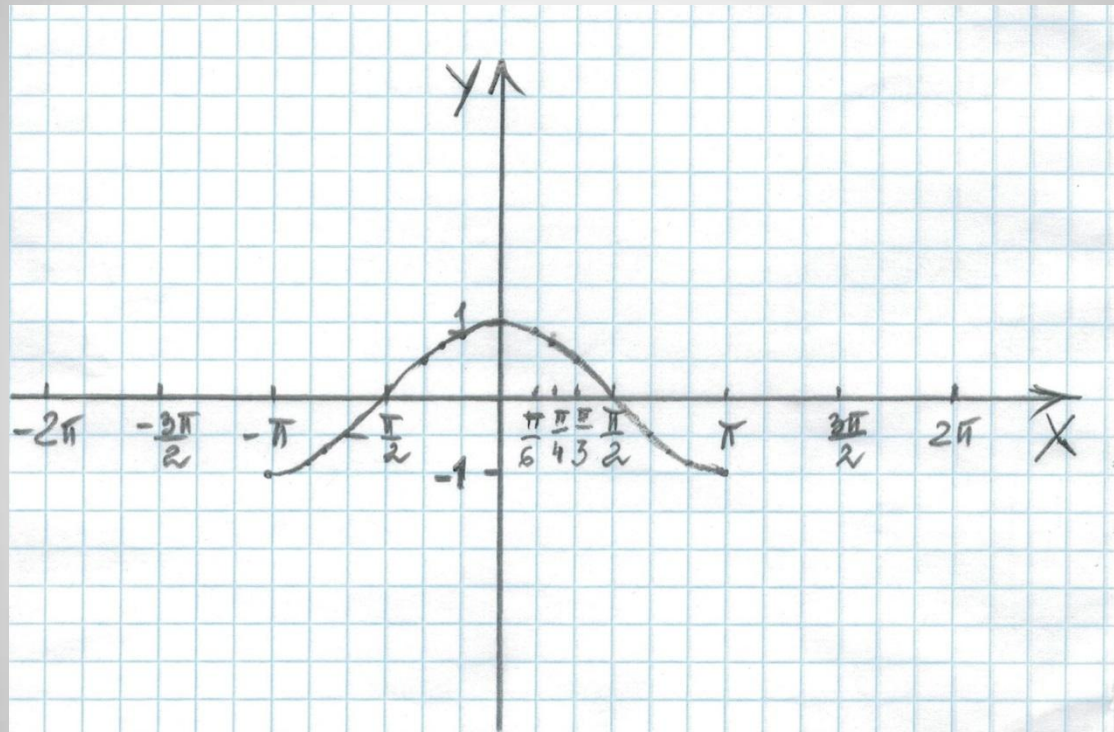
$$\cos(\pi/4) \approx 0,7$$

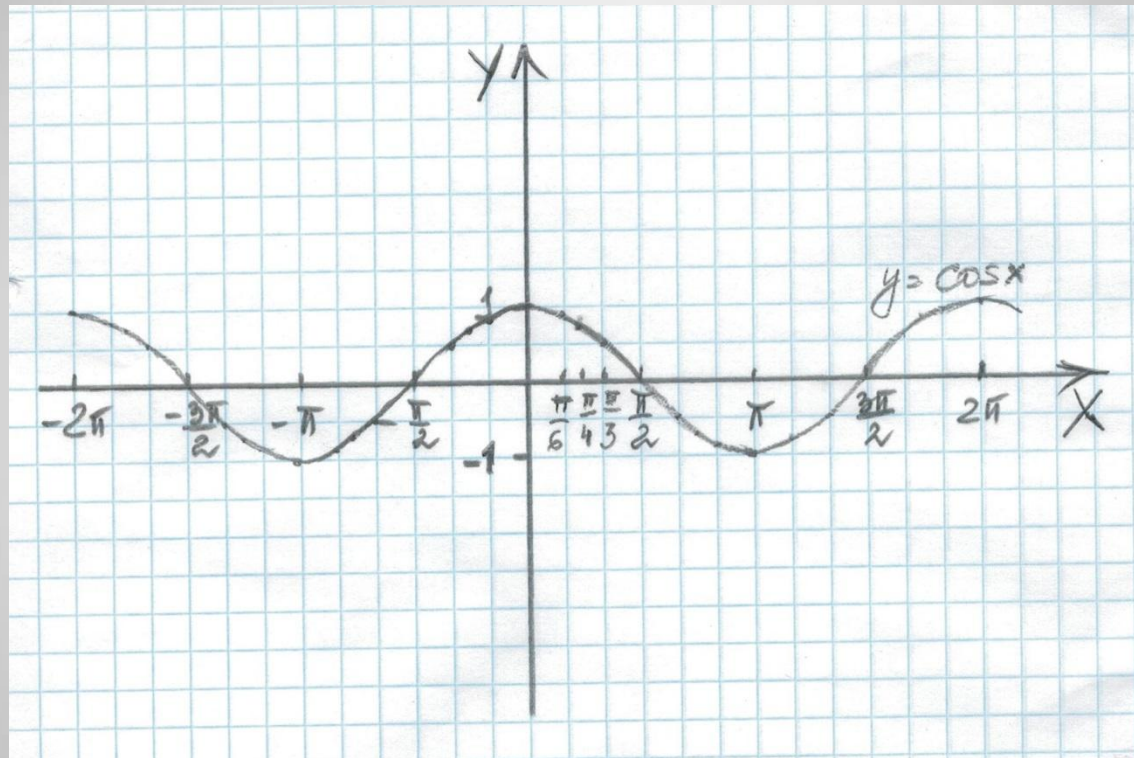
$$\cos(\pi/3) \approx 0,5$$





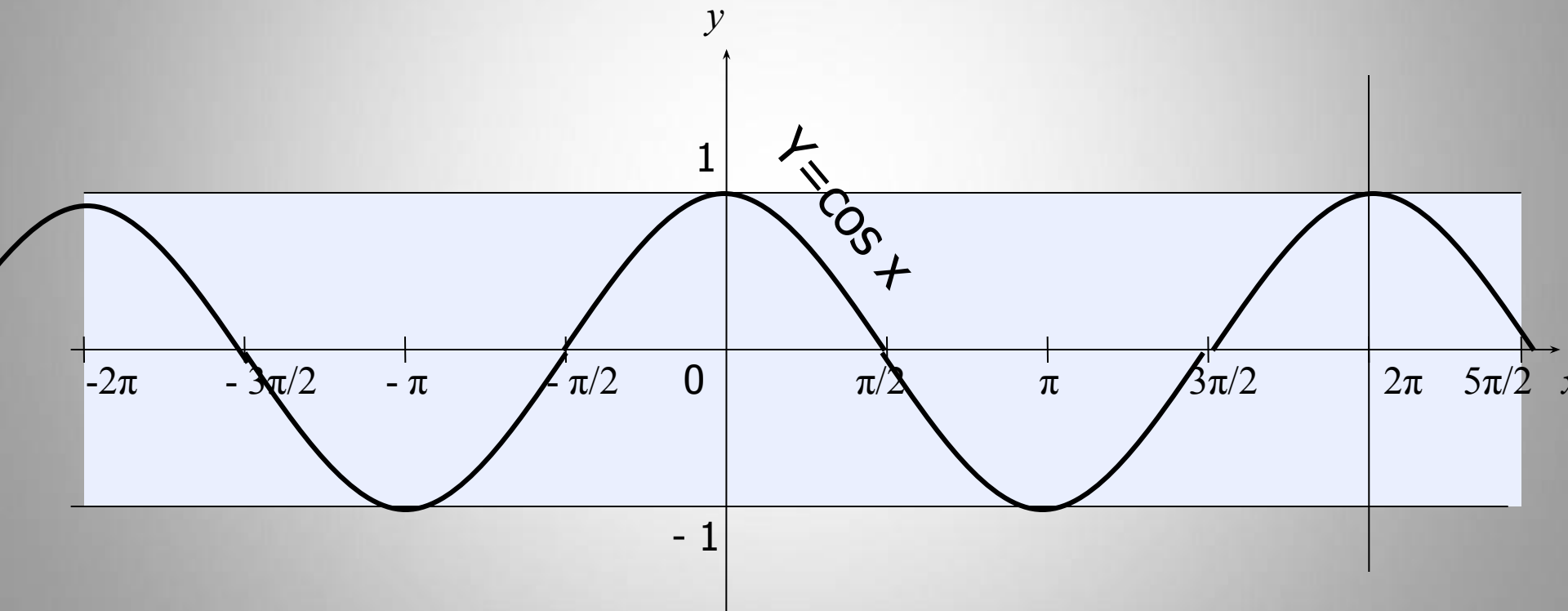






$$y = \cos x$$

График функции $y = \cos x$ называется синусоида

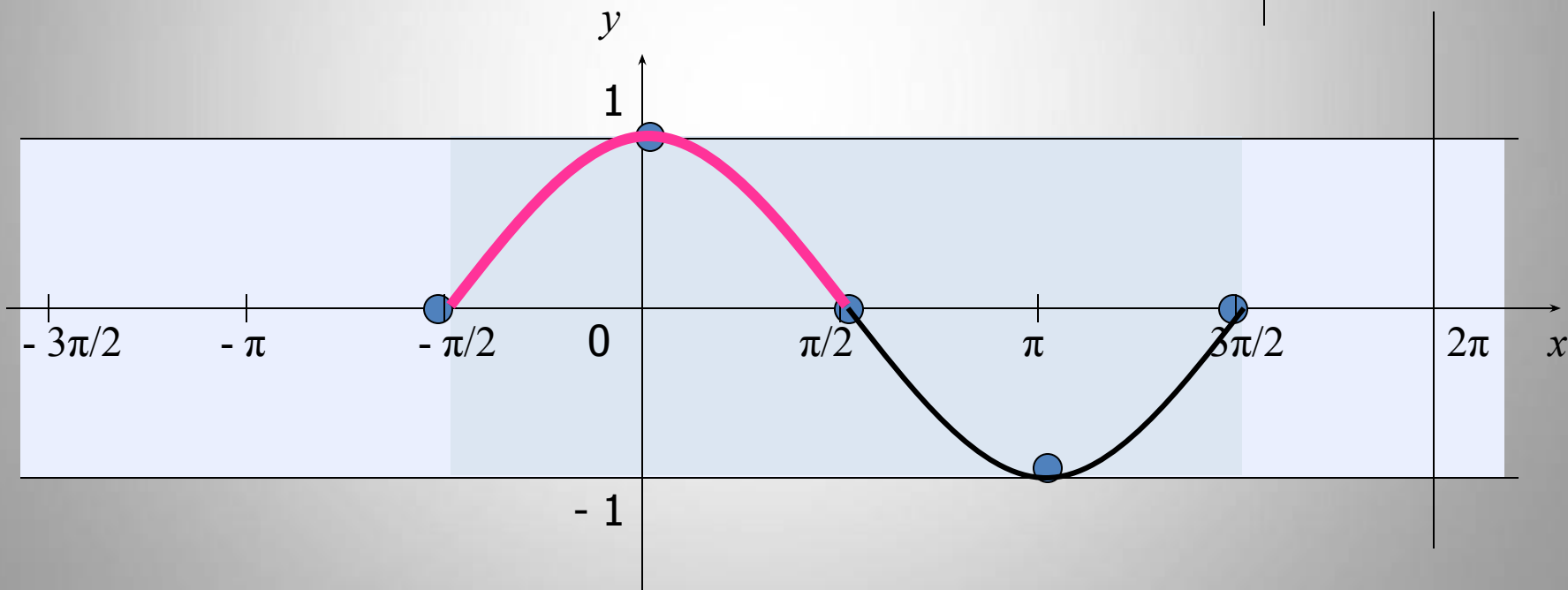
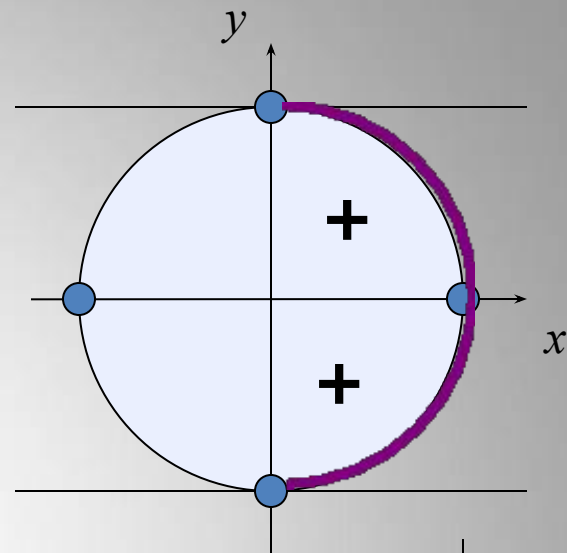


Промежутки знакопостоянства

$$y = \cos x$$

Положительные значения $\cos x > 0$

на отрезке $(-\pi/2 + 2\pi k; \pi/2 + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$

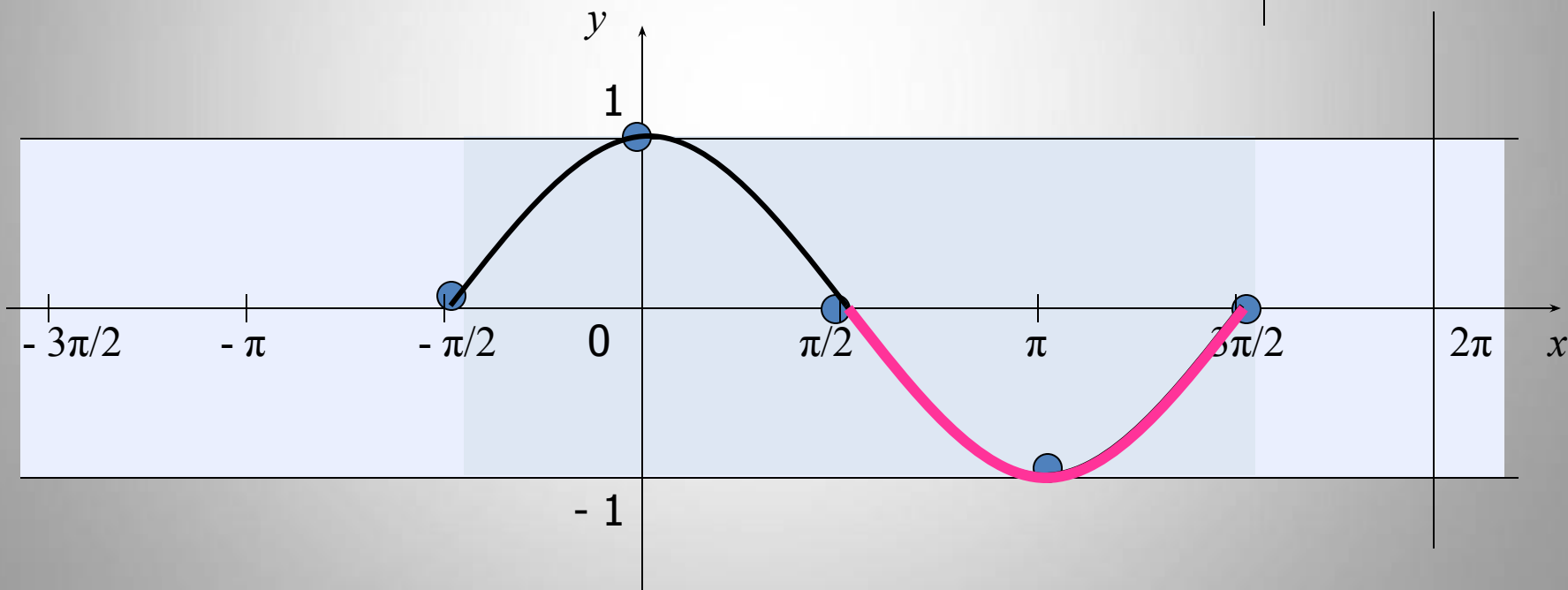
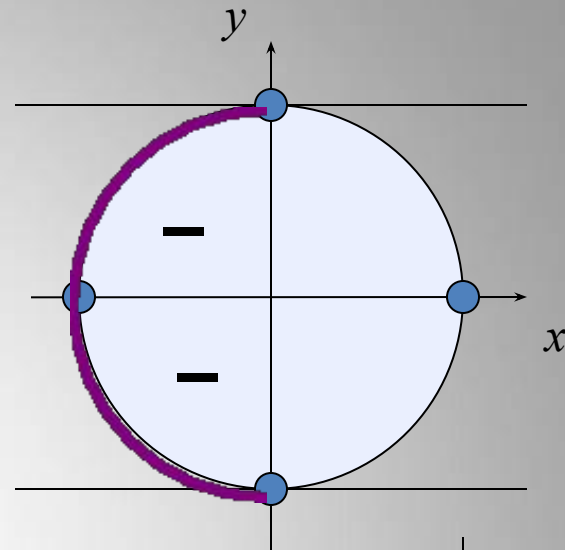


Промежутки знакопостоянства

$$y = \cos x$$

Отрицательные значения $\cos x < 0$

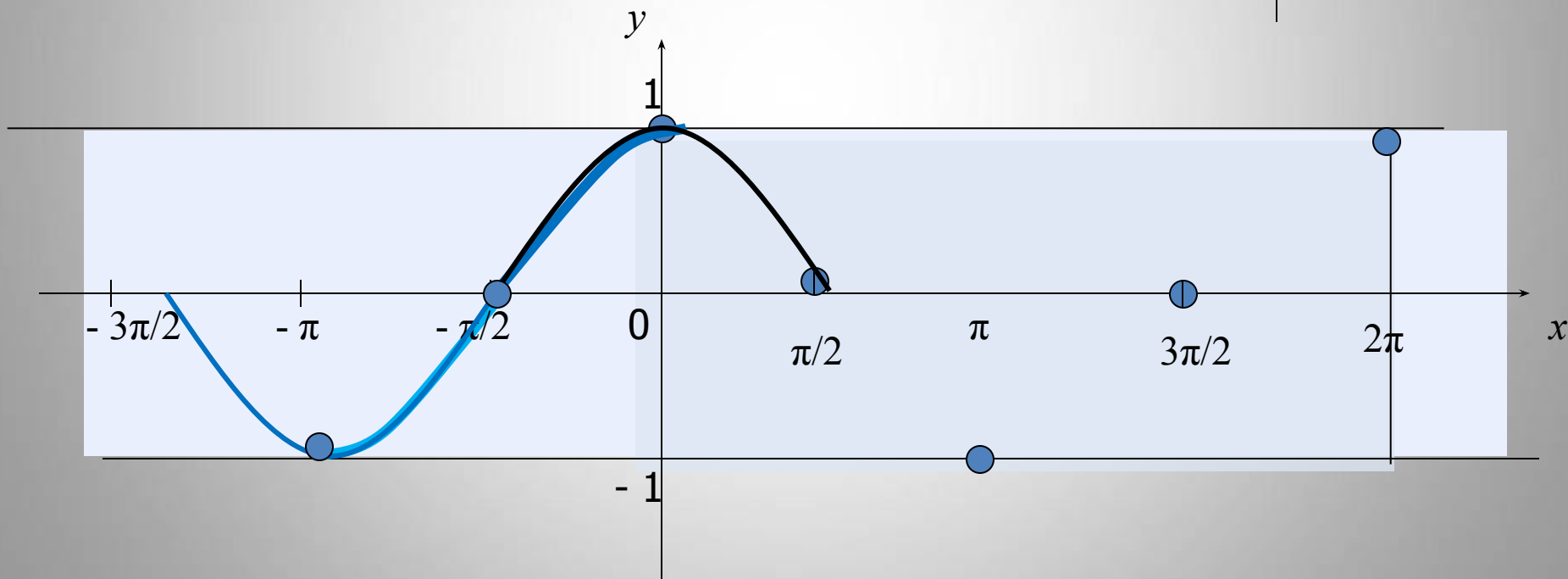
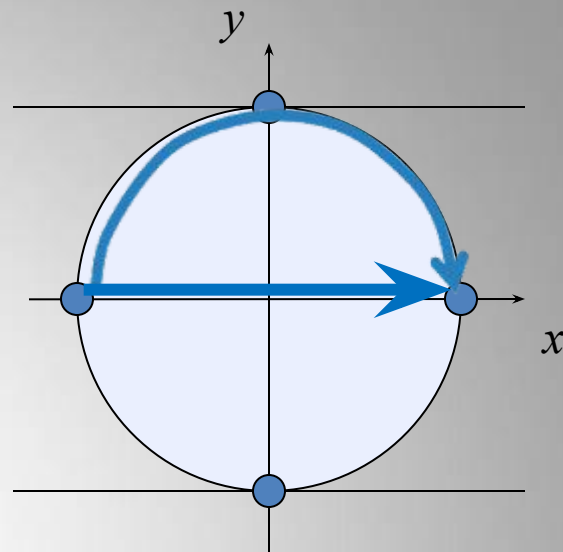
на отрезке $(\pi/2 + 2\pi k; 3\pi/2 + 2\pi k)$. $k \in \mathbb{Z}$



Промежутки возрастания

$$y = \cos x$$

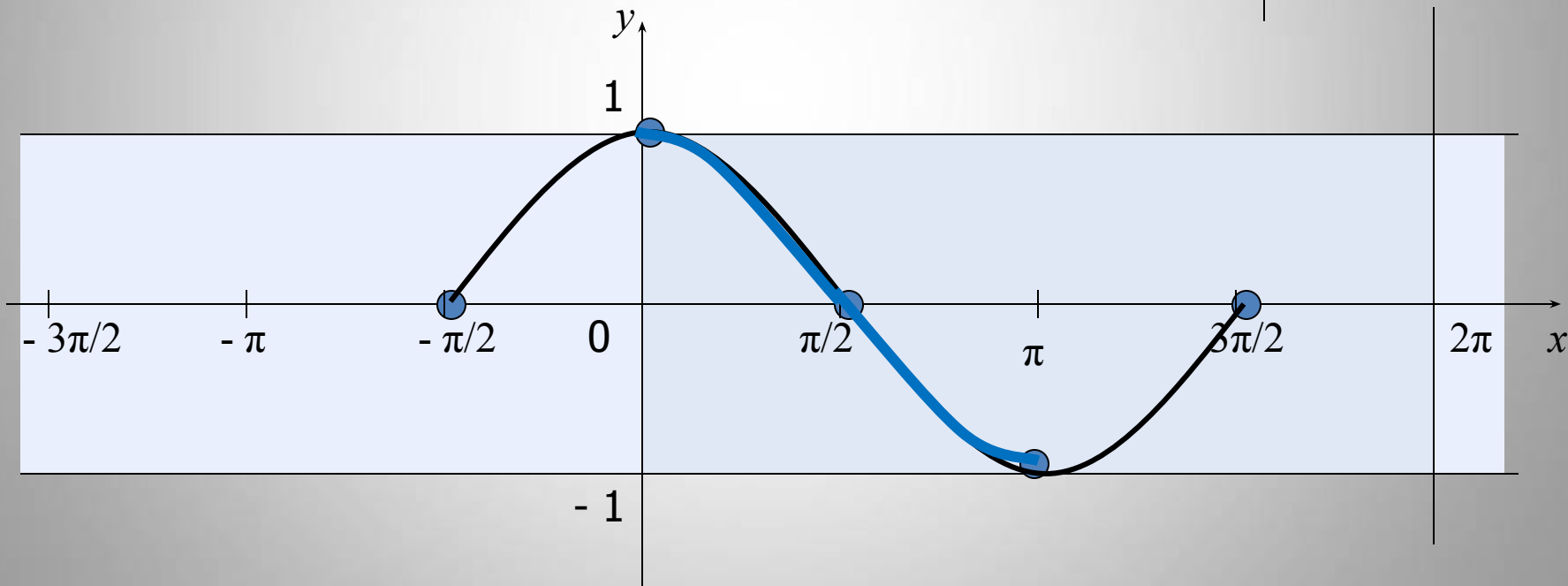
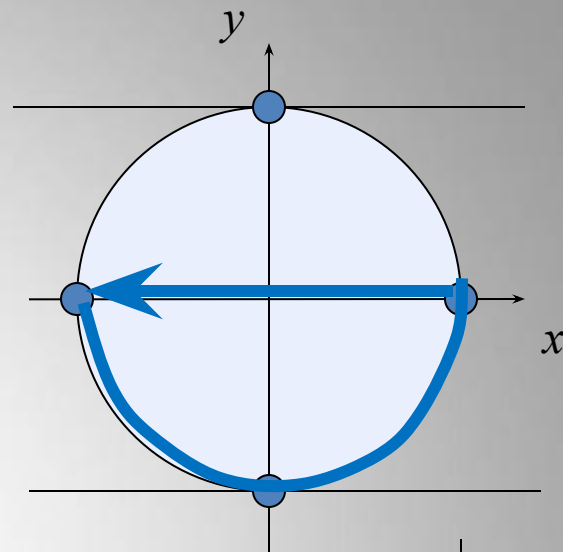
Функция возрастает
на отрезке $[-\pi + 2\pi k; 2\pi k]$



Промежутки убывания

$$y = \cos x$$

Функция убывает
на отрезке $[2\pi k; \pi + 2\pi k]$



Задача

Сравнить числа $\cos 2$ и $\cos 3$

Так как $\pi = 3,14$, $\frac{\pi}{2} = 1,57$, то

$$\frac{\pi}{2} < 2 < 3 < \pi$$

Из графика видно, что на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ функция $y = \cos x$ убывает.

Ответ: $\cos 2 > \cos 3$.

Упражнения

Пользуясь свойствами функции $y = \cos x$, сравните числа:

$$\cos 100^{\circ} \quad \text{и} \quad \cos 130^{\circ}$$

Решение:

$90^{\circ} < 100^{\circ} < 130^{\circ} < 180^{\circ}$, а на интервале $(90^{\circ}; 180^{\circ})$ функция $y = \cos x$ убывает, следовательно

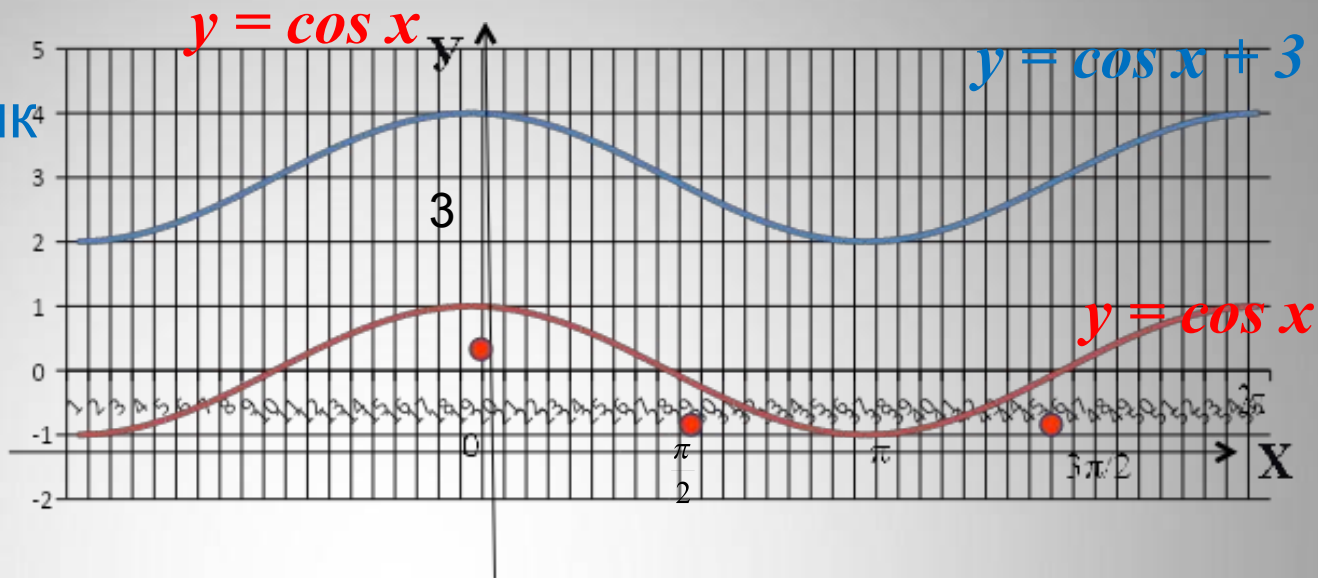
$$\cos 100^{\circ} > \cos 130^{\circ}$$

Преобразование графика

Сдвиг вдоль оси ординат

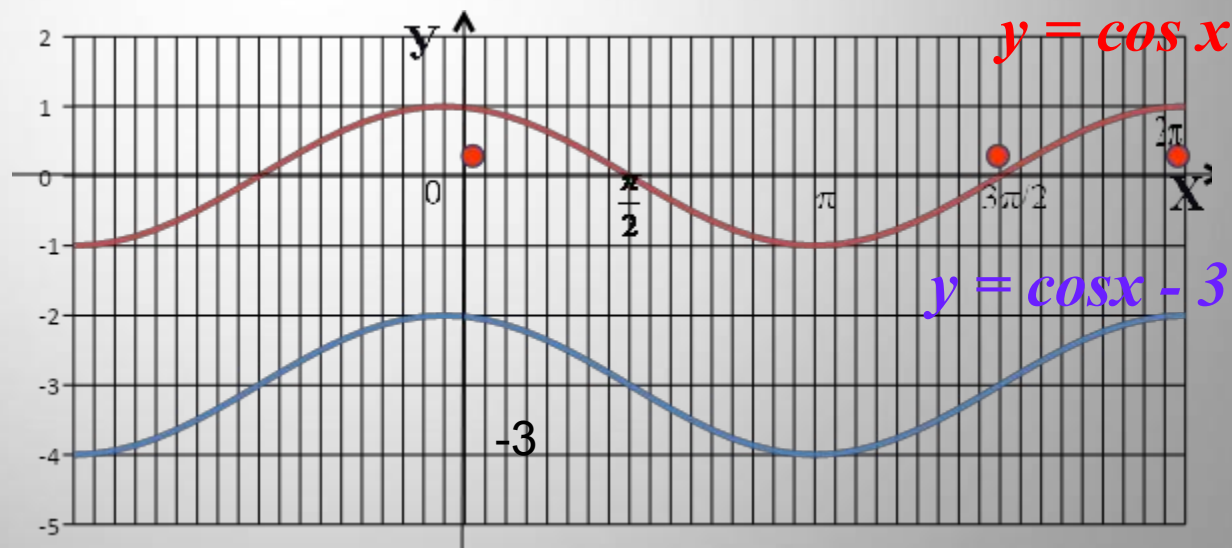
Построить график функции $y = \cos x + 3$

+ **вверх**



Построить график функции $y = \sin x - 3$

- **вниз**



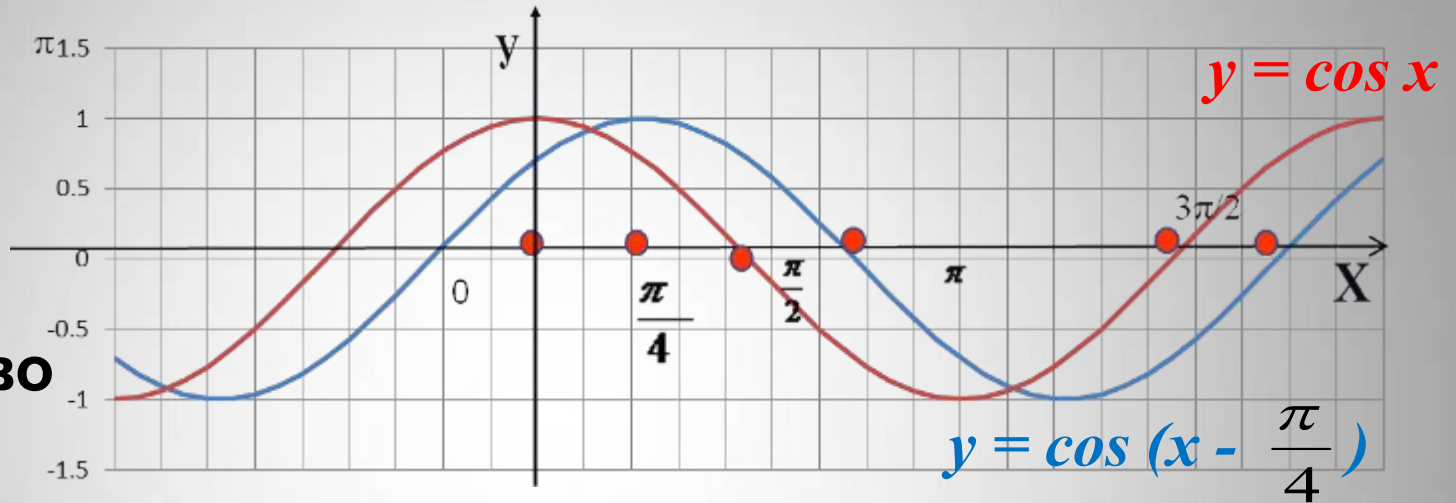
Сдвиг вдоль оси абсцисс

Построить график функции

$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

+

Сдвиг влево

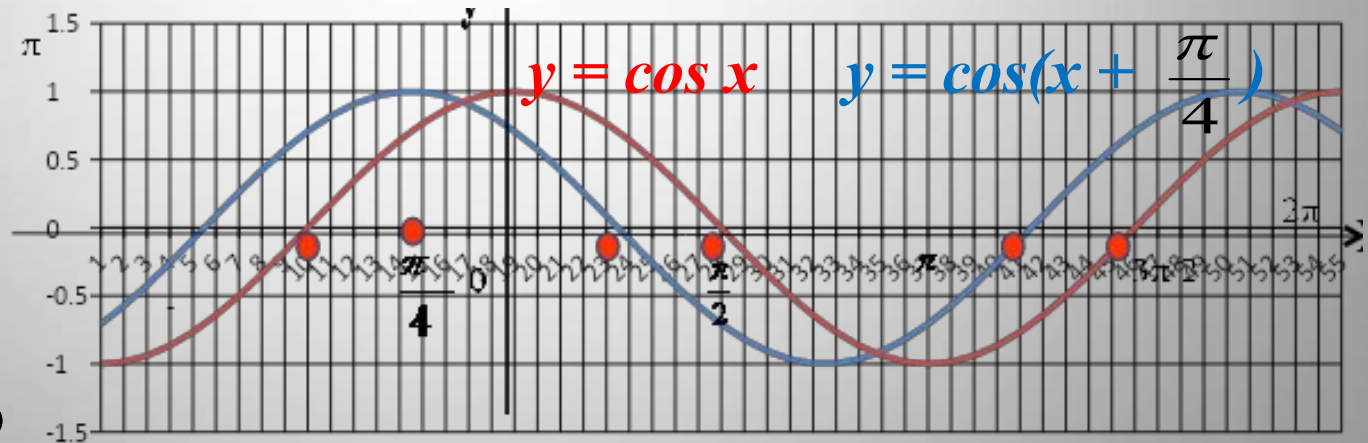


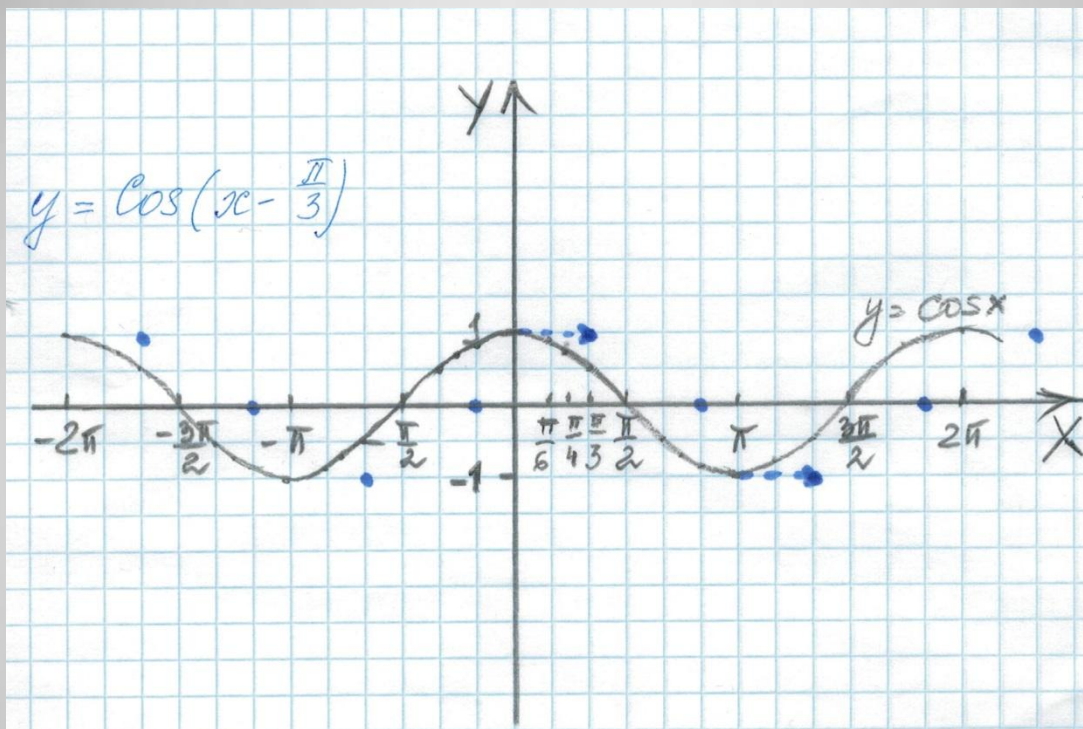
Построить график функции

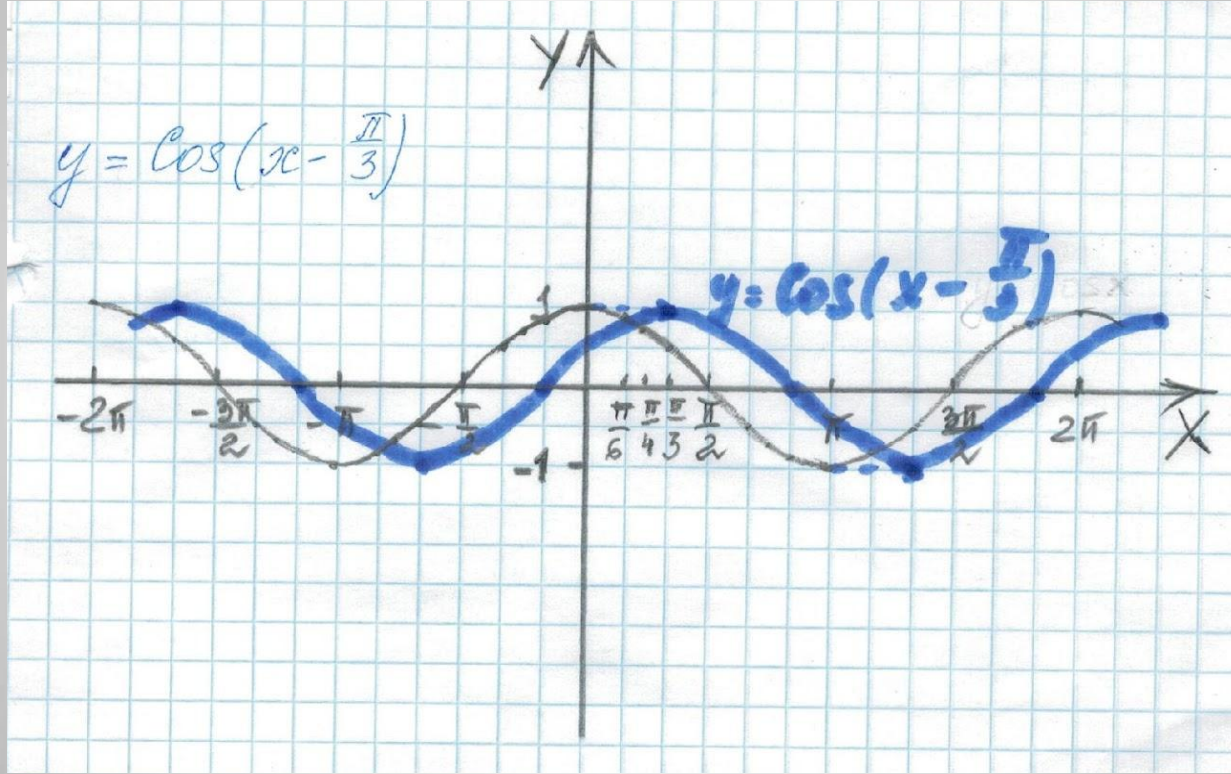
$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

-

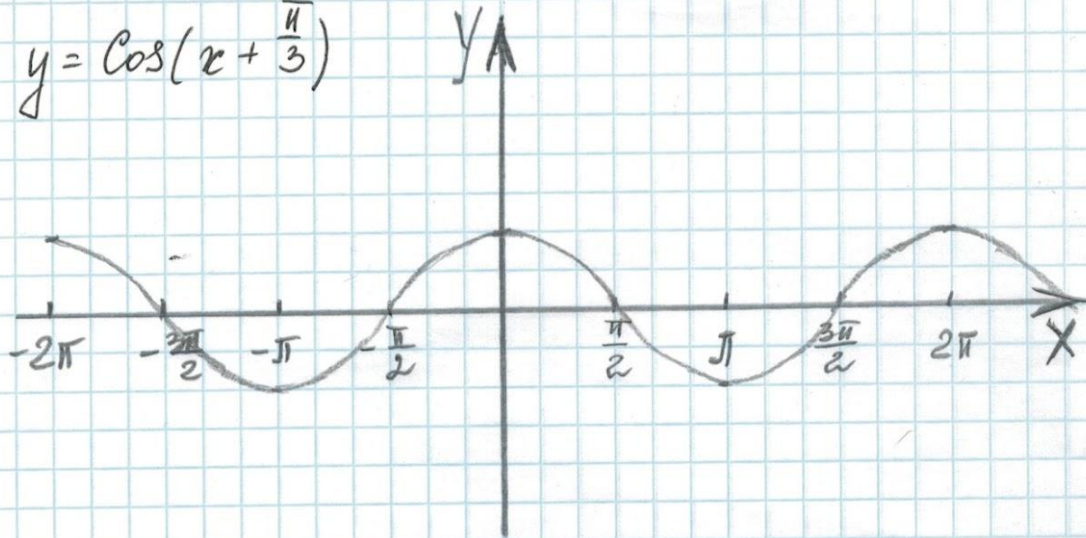
Сдвиг вправо

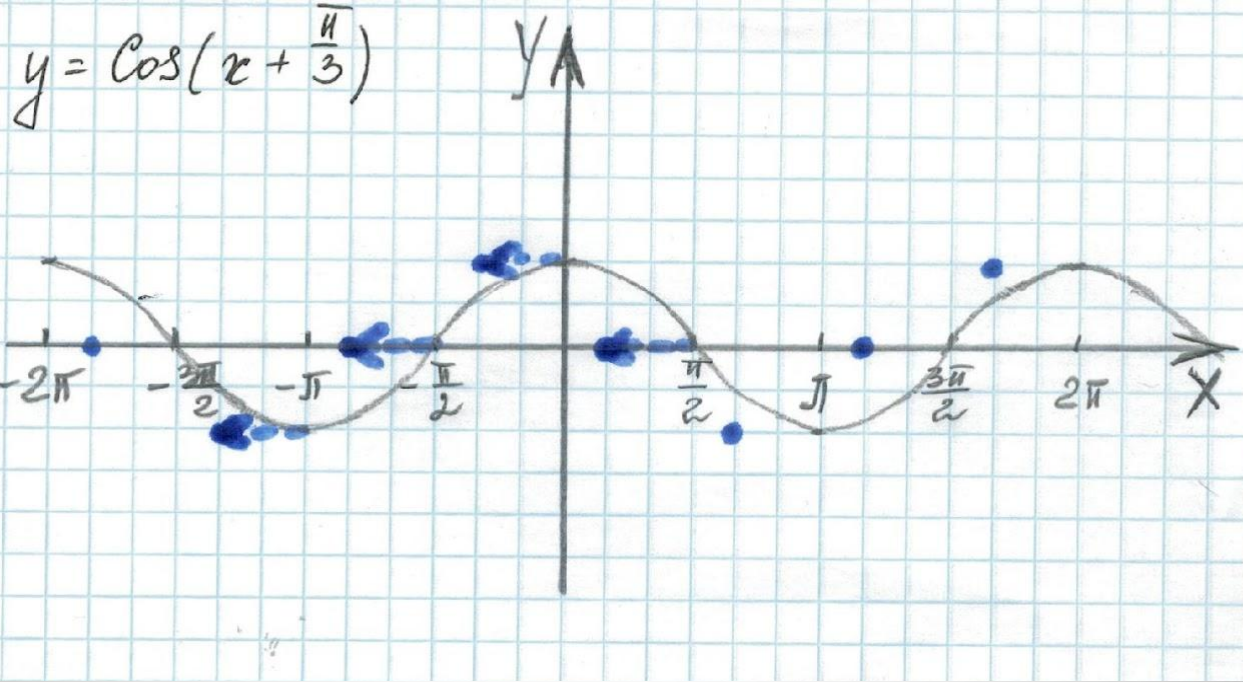


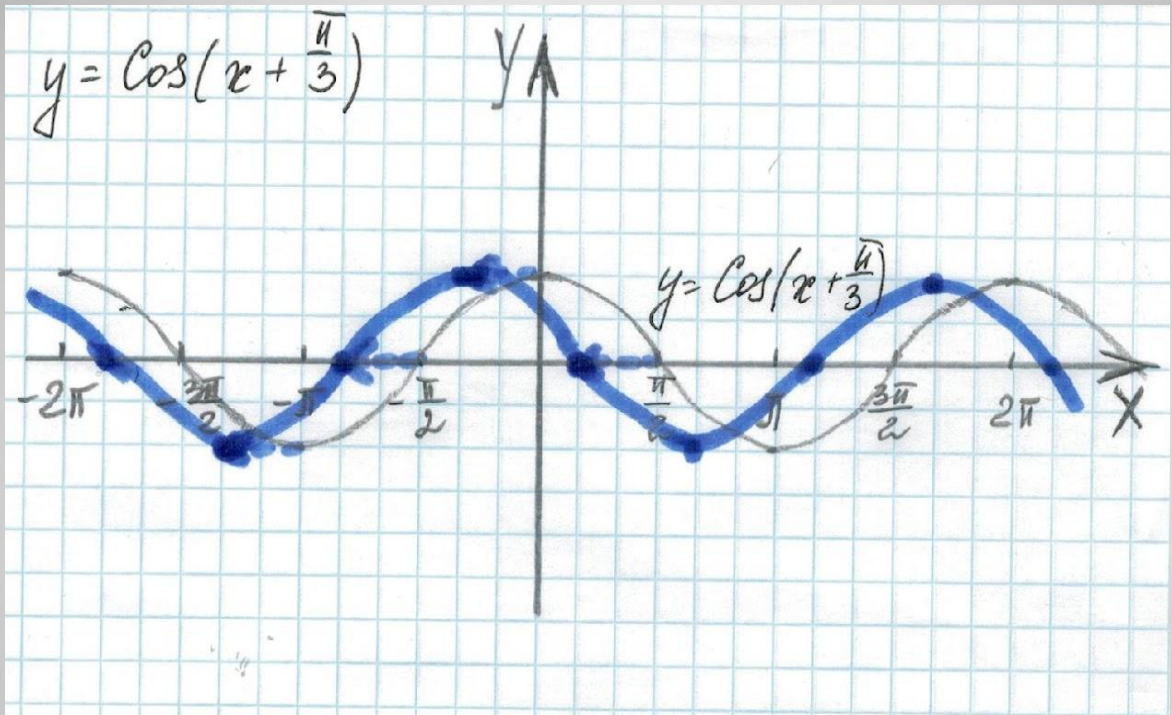




$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$





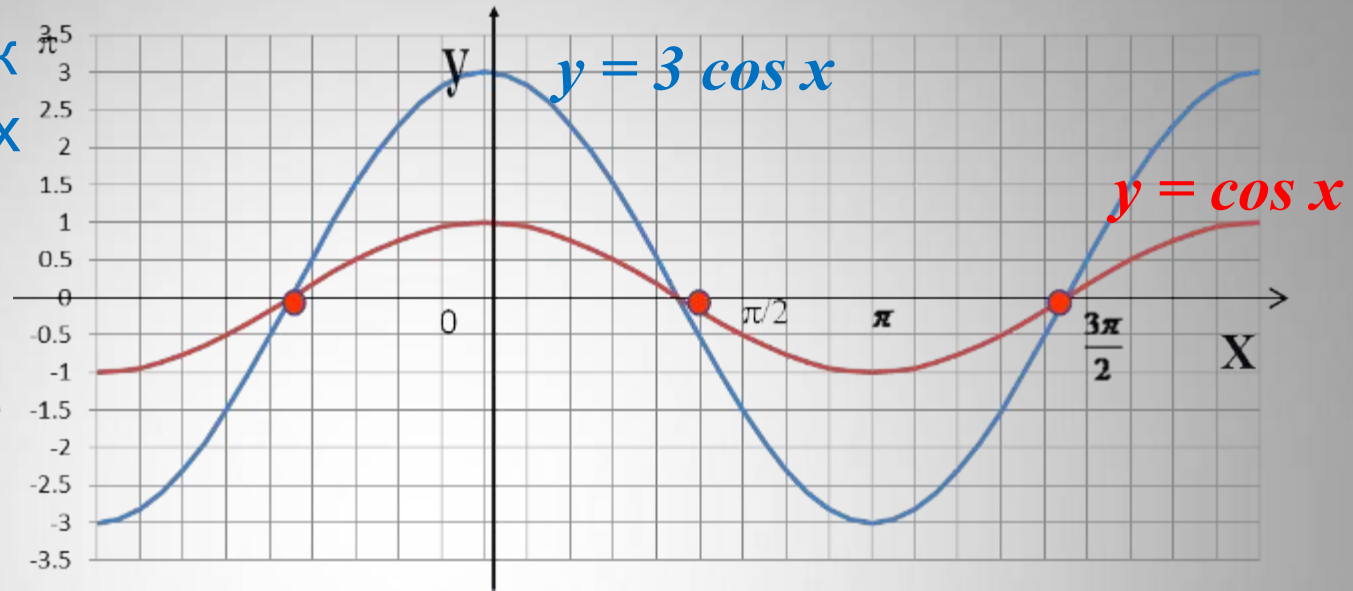


Сжатие и растяжение к оси абсцисс

Построить график функции $y = 3 \cos x$

$$K > 1$$

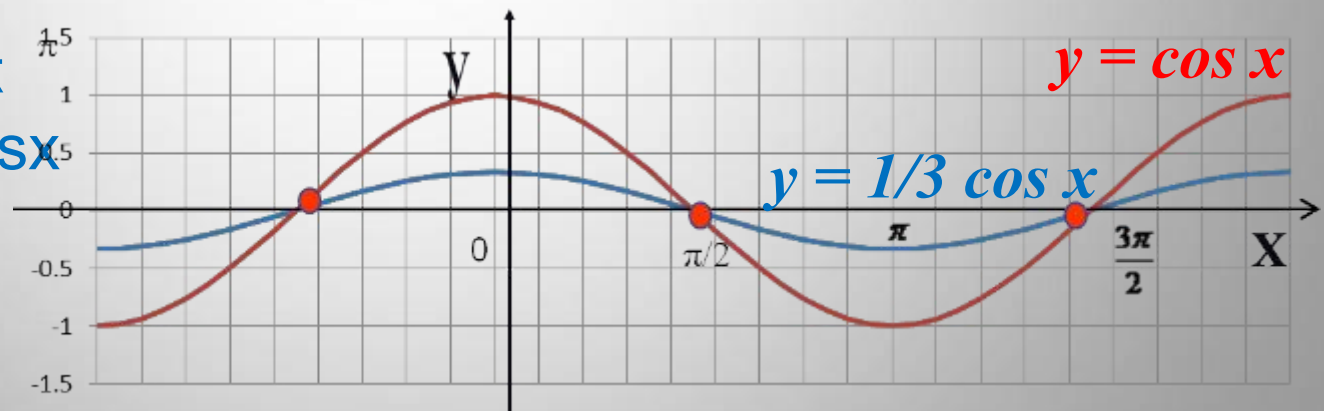
растяжение

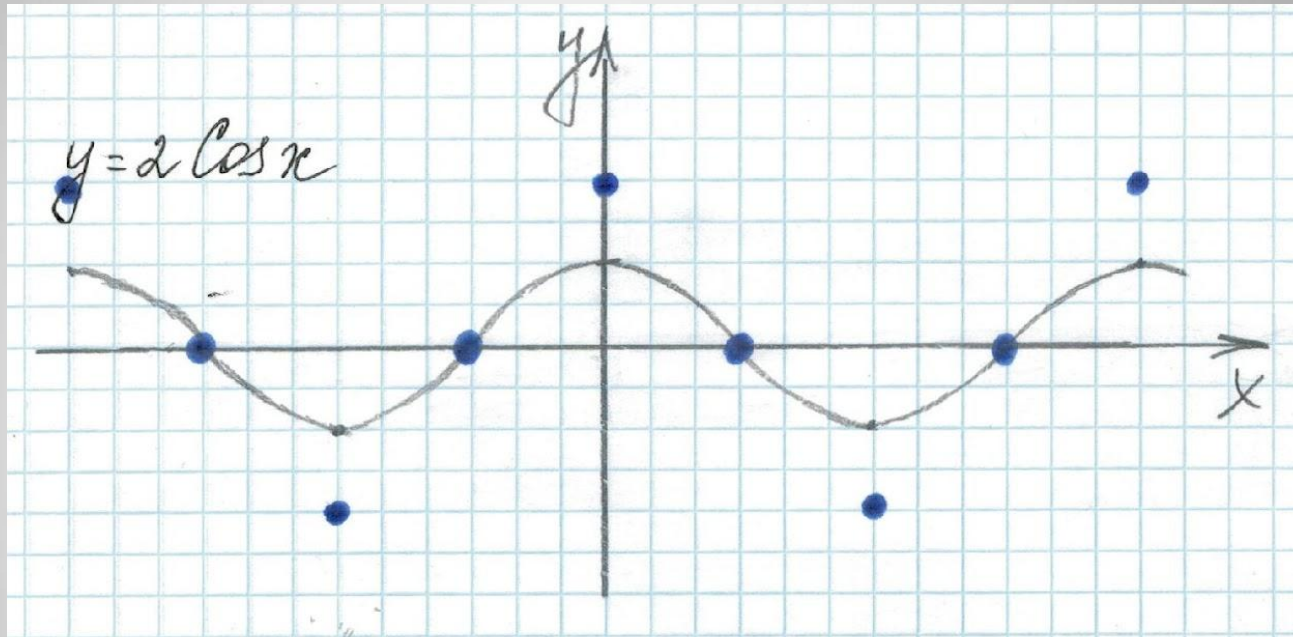


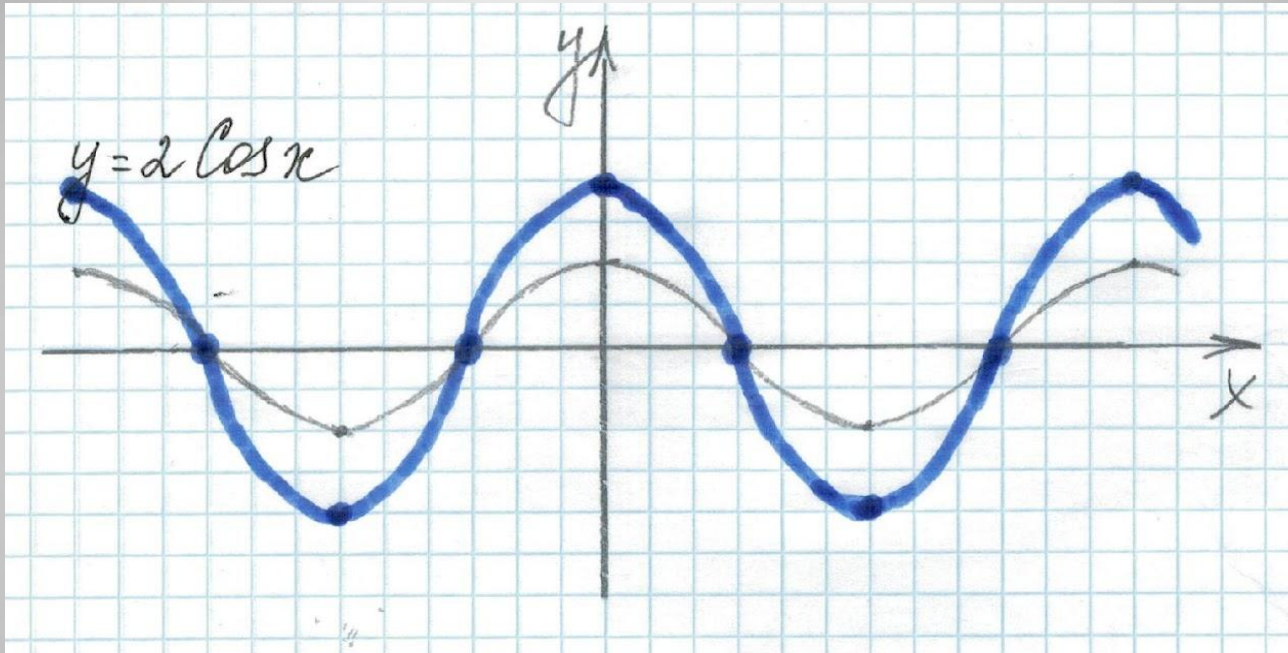
Построить график функции $y = 1/3 \cos x$

$$0 < K < 1$$

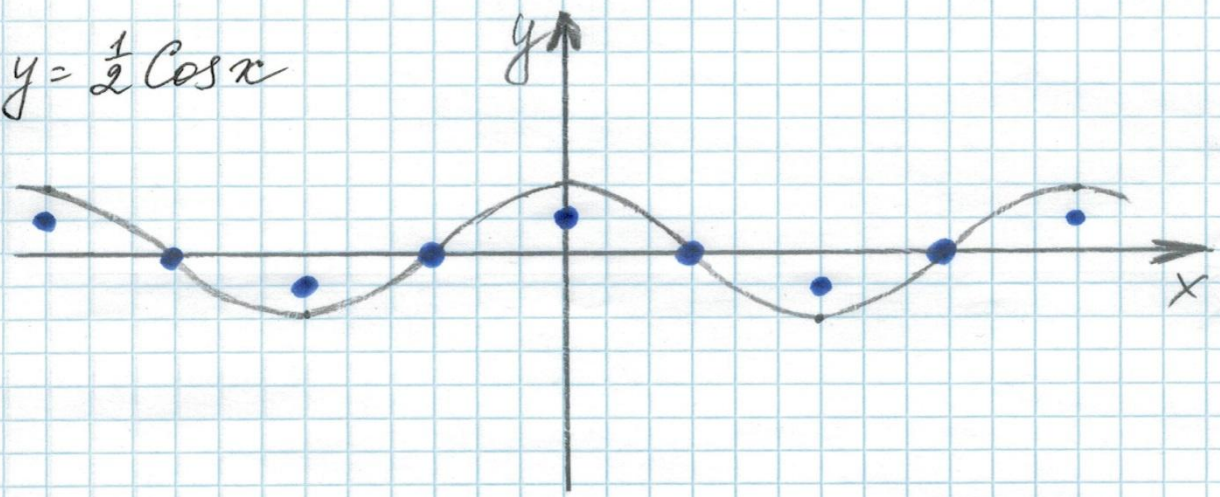
сжатие



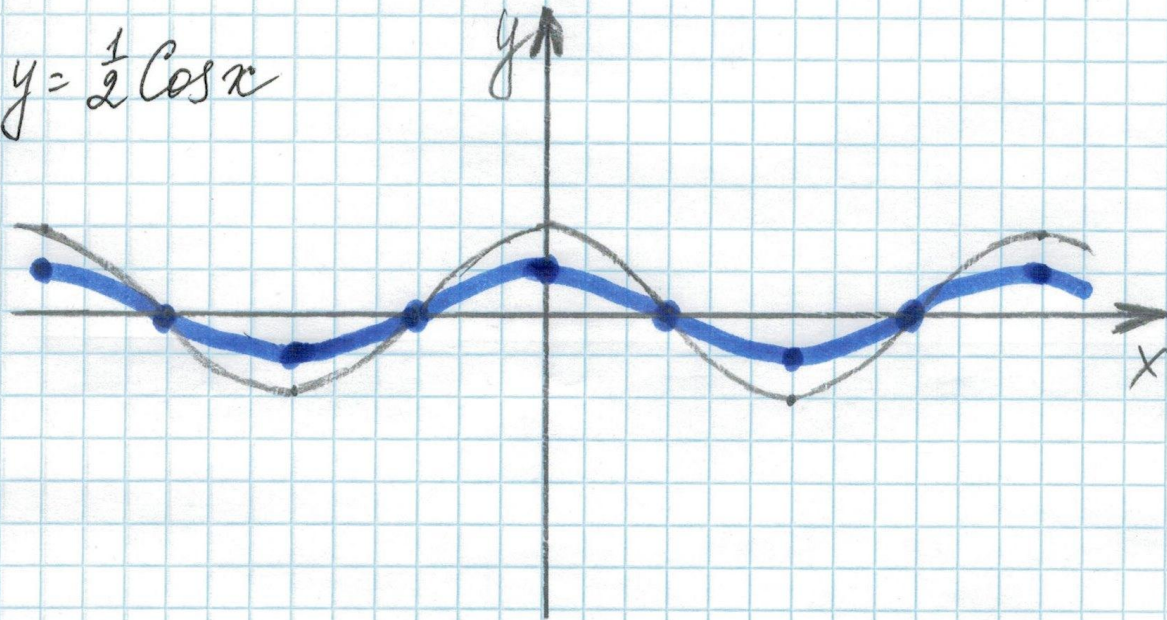




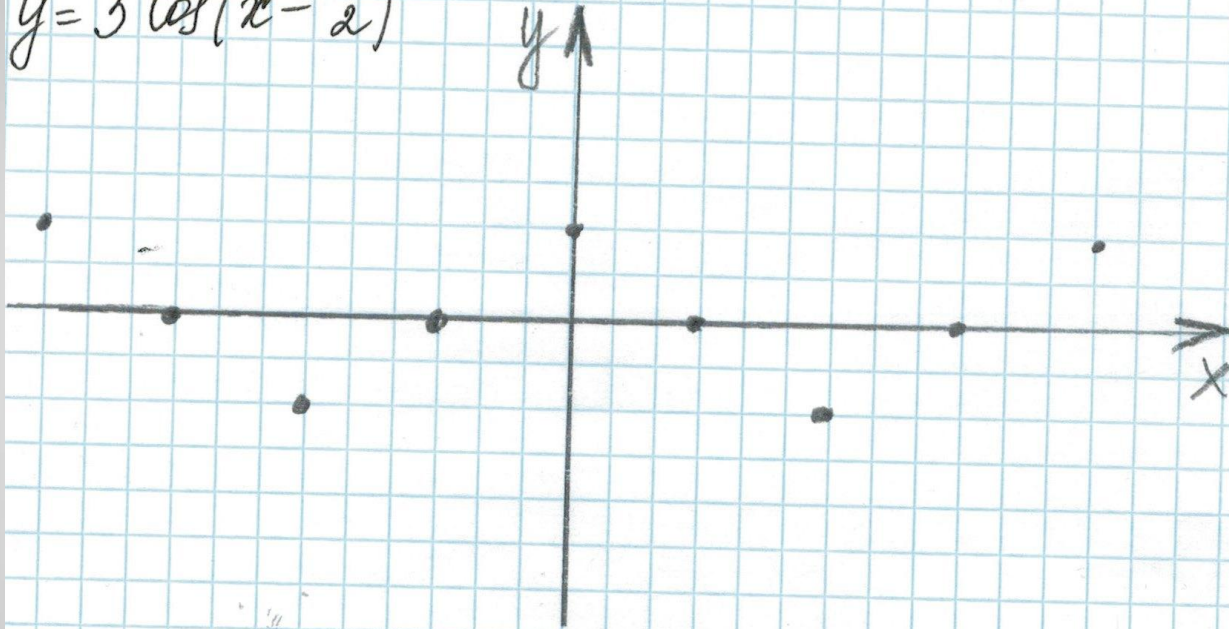
$$y = \frac{1}{2} \cos x$$

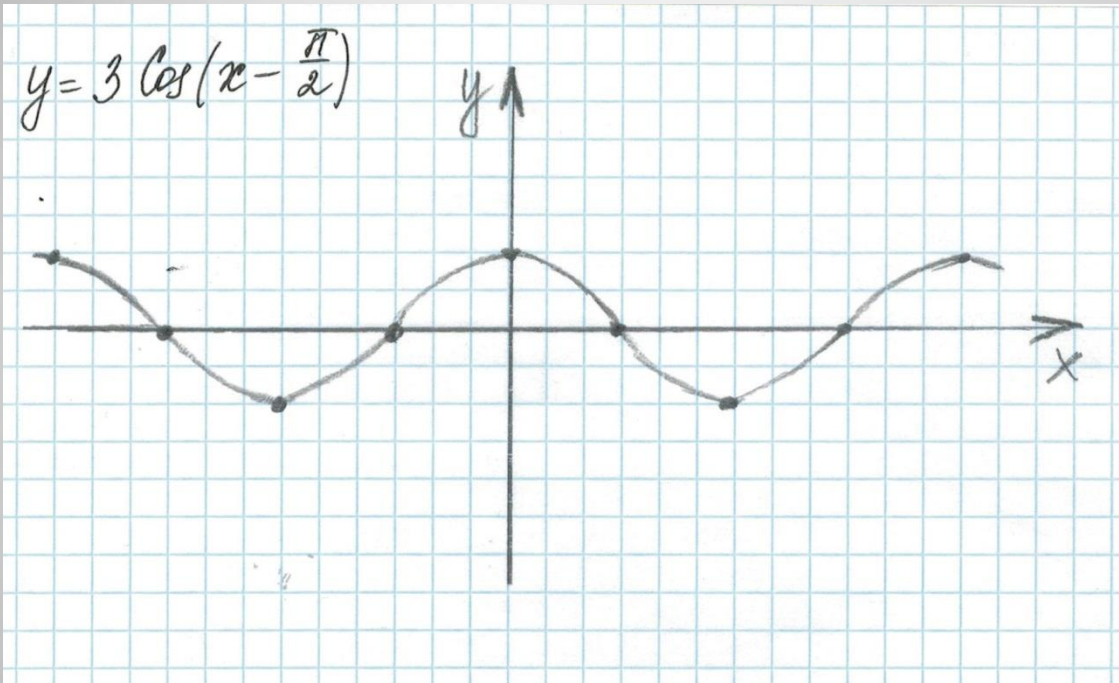


$$y = \frac{1}{2} \cos x$$



$$y = 3 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$



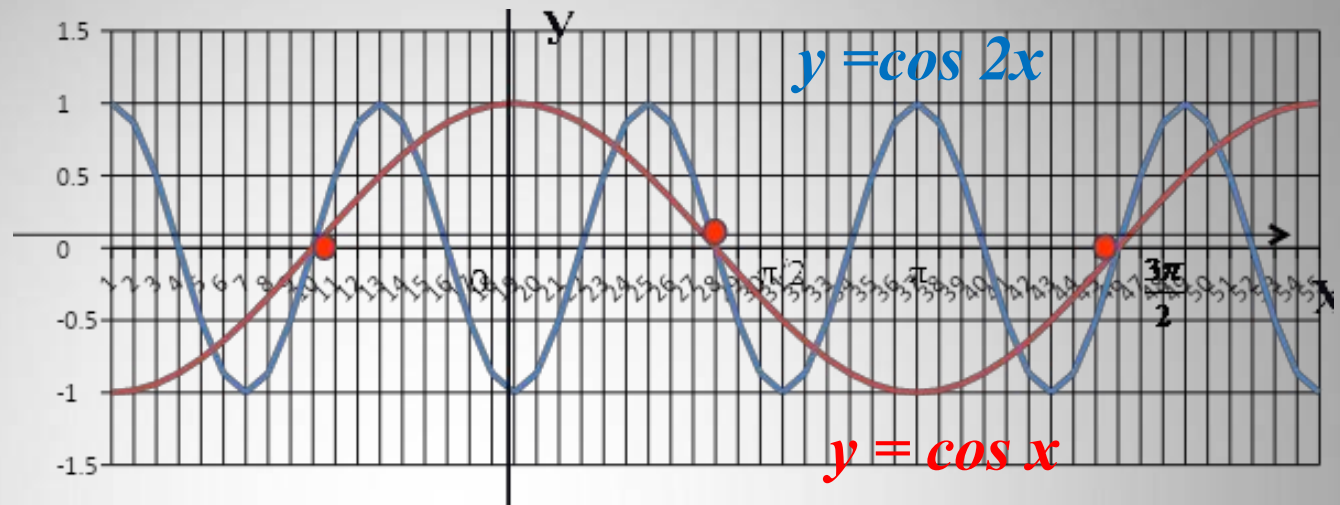


Сжатие и растяжение к оси ординат

Построить
график функции
 $y = \cos 2x$

$$K > 1$$

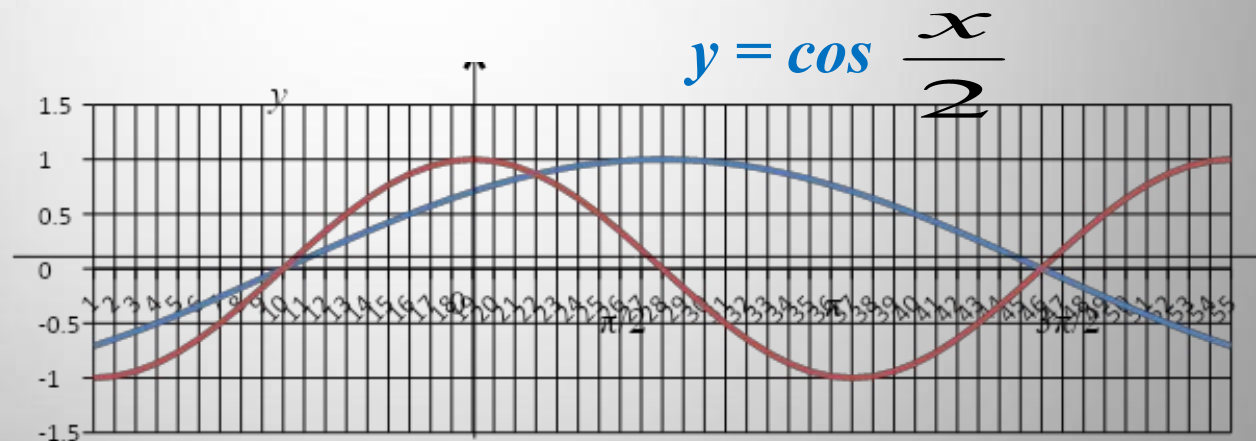
сжатие

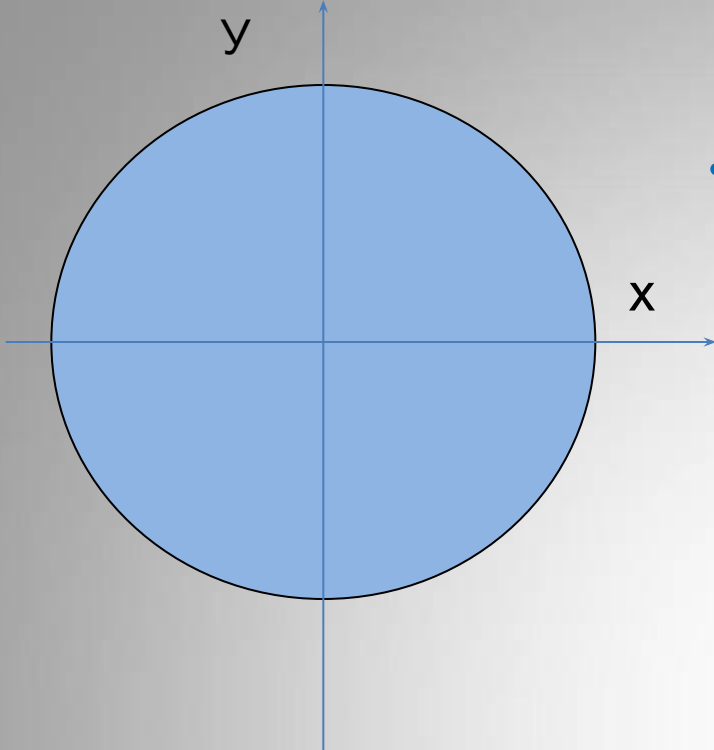


Построить
график функции
 $y = \cos \frac{x}{2}$

$$0 < K < 1$$

растяжение





$$y = \cos x$$

- При каких значениях x функция $y = \cos x$ принимает значение, равное 0? 1? -1?
- Может ли функция $y = \cos x$ принимать значение больше 1, меньше -1?
- При каких значениях x функция $y = \cos x$ принимает наибольшее (наименьшее) значение?
- Каково множество значений функции $y = \cos x$?

Список используемых источников

1. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10–11 классов, общеобразовательных учреждений. А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, и др..., «Просвещение», М.: 2010 год.