МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ ПРИ ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОТОКЕ

Магнитной цепью называется *совокупность устройств, содержащих ферромагнитные тела – магнитопроводы, сосредотачивающие магнитный поток в определенной части пространства.* Магнитные цепи включают в себя участки из ферромагнитных материалов с высокой магнитной проницаемостью μ. В силу непостоянства μ магнитные цепи нелинейны.

Различают цепи с постоянными магнитами и цепи, в которых магнитный поток создается токами в обмотках, размещенных на ферромагнитном сердечнике.

Если вся магнитная цепь выполнена из какого-либо одного типа ферромагнитного материала, ее называют *однородной*. При включении в нее материалов с различными магнитными свойствами магнитная цепь *неоднородна*.

Магнитная цепь, во всех сечениях которой магнитный поток одинаков, называется *неразветвленной*. В *разветвленной* магнитной цепи потоки на различных участках неодинаковы.

Как и электрические цепи, магнитные цепи в частных случаях могут рассматриваться как линейные; при этом расчеты носят приближенный характер и справедливы лишь для определенных режимов работы.

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ
И СВОЙСТВА ФЕРРОМАГНИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

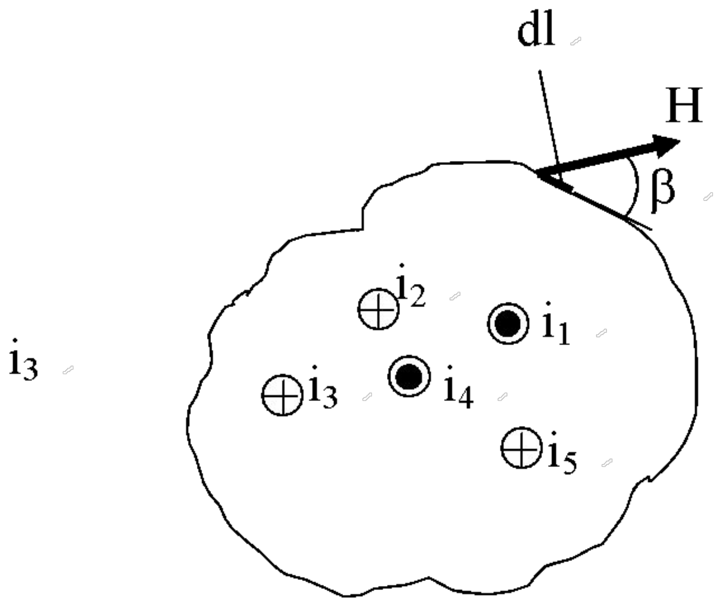
Одним из основных законов, используемых при расчете магнитной цепи, является закон полного тока

$$\oint \overline{\mathbf{H}}\overline{\mathbf{dl}} = \mathbf{\Sigma I};$$

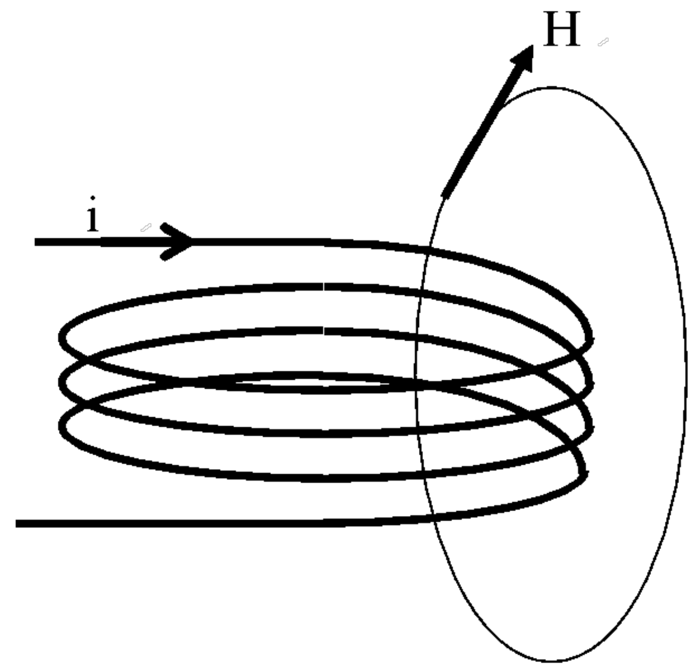
формулируемый следующим образом: *циркуляция вектора напряженности магнитного поля H по замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов ΣI, охватываемых этим контуром;* знак тока определяется по правилу правого винта. Если длина l измеряется в метрах, ток I – в амперах, то напряженность H имеет размерность А/м. В случае, когда контур интегрирования охватывает **w** витков катушки, через которую проходит ток I, закон полного тока принимает вид:

$$\oint \overline{\mathbf{H}}\overline{\mathbf{dl}} = \mathbf{Iw} = \mathbf{F}, \tag{4.1}$$

а



б



$$-\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2 + \mathbf{i}_3 - \mathbf{i}_4 + \mathbf{i}_5 = \oint \mathbf{Hdl} \cdot \cos \boldsymbol{\beta}$$

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{w} = \oint \mathbf{Hdl} \cdot \cos \boldsymbol{\beta}$$

где *F* – намагничивающая сила (НС), или магнитодвижущая сила (МДС), измеряемая в амперах.

$$\int_{b}^{a} \vec{\mathbf{H}}\,d\vec{\mathbf{l}} = \mathbf{U}_{\mathbf{M\,ab}}$$

$\mathbf{U}_{\mathbf{M\,ab}}$ является магнитным напряжением между точками a и b. Поэтому уравнение (4.1) можно рассматривать как *второй закон Кирхгофа* для магнитной цепи.

С вектором напряженности магнитного поля *H* связан вектор магнитной индукции *B,* модуль которого измеряется в теслах *(Тл)* или *Вб/м2*:

$$\overline{\mathbf{B}} = \mu\mu_0 \overline{\mathbf{H}} = \mu_a \overline{\mathbf{H}},$$

где μ—относительная магнитная проницаемость (безразмерная величина);

μ_0—магнитная постоянная, равная $4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м;*

μ_a—абсолютная магнитная проницаемость, *Гн/м.*

Контур интегрирования обычно выбирают таким образом, чтобы он совпадал с линией вектора напряженности *H,* что позволяет заменить подынтегральное выражение в (4.1) произведением скалярных величин *Hdl*.

Для практических расчетов интеграл заменяют суммой произведений $H_k l_k$, где индекс *k* указывает участок, вдоль которого H и μ принимаются неизменными. В результате формула (4.1) записывается в виде закона магнитной цепи:

$$\sum_{k=1}^{n} \mathbf{H_k l_k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{\mathbf{B_k}}{\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{ak}}} \mathbf{l_k} = \mathbf{F}, \tag{4.2}$$

где *n* — число участков.

Произведение $H_k l_k$ при отсутствии обмотки с током на *k-м* участке носит название разности скалярных магнитных потенциалов двух точек или магнитного напряжения вдоль участка пути и обозначается $U_{\text{мmn}}$, где *m* и *n* – начало и конец участка.

Поскольку для воздушных зазоров магнитная проницаемость может быть принята равной магнитной постоянной то, связь между *B* и *H* приобретает вид:

$$\mathbf{H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{B}{4\pi \cdot 10^{-7}} \approx 0{,}8 \cdot 10^6 B.} \qquad (4.3)$$

Так как линии магнитной индукции непрерывны и замкнуты, то поток вектора магнитной индукции сквозь замкнутую поверхность равен нулю:

$$\mathbf{\Phi = \oint \overline{B}\overline{dS} = 0.} \qquad (4.4)$$

Уравнение (4.4) выражает первый закон Кирхгофа в интегральной форме.

Из уравнения (4.4) вытекает следующее важное положение: *в неразветвленной магнитной цепи поток на всех ее участках одинаков,* а в разветвленной цепи поток на участке, подходящем к месту разветвления, равен сумме магнитных потоков на участках, отходящих от места разветвления. В этом отношении поток Ф в магнитной цепи подобен току в электрической цепи, и именно в данном смысле можно говорить о том, что в *разветвленной магнитной цепи поток* Ф *подчиняется первому закону Кирхгофа*. При этом, однако, необходимо помнить, что прохождение тока в электрической цепи физически совершенно отличается от появления магнитного потока в магнитной цепи. Речь может идти только об аналогии двух принципиально различных явлений.

Если принять, что вектор индукции *B* одинаков во всех точках поперечного сечения *S* неразветвленной магнитной цепи и направлен перпендикулярно этому сечению, то его поток Ф = *BdS* можно записать как

$$\mathbf{\Phi = B_k S_k,} \tag{4.5}$$

где индекс *k* указывает участок, вдоль которого *B* и *S* могут быть приняты неизменными.

При подстановке в (4.2) $B_k = \Phi/S_k$ получается зависимость между магнитным потоком и намагничивающей силой, которую называют законом Ома для магнитной цепи:

$$\mathbf{\Phi = \frac{F}{\sum \frac{l_k}{\mu_{ak} S_k}} = \frac{F}{\sum r_{мk}} = \frac{F}{r_м},}$$

где $r_м$ – магнитное сопротивление цепи, имеющее размерность 1/Гн.

Следует отметить, что термин «закон Ома для магнитной цепи» в общем случае не корректен, так как магнитная цепь нелинейна, а закон Ома справедлив только для линейных сопротивлений.

При неизменных поперечном сечении S и магнитной проницаемости $\mu_а$

$$\mathbf{r_м = \frac{l_{ср}}{\mu_а S},}$$

где $l_{ср}$ – длина средней линии магнитной индукции.

В случаях, когда магнитная цепь состоит из участков с различной магнитной проницаемостью, говорят о магнитных сопротивлениях участков. Величина, обратная магнитному сопротивлению, называется магнитной проводимостью:

$$\mathbf{\Lambda_м = \frac{1}{r_м}.}$$

Закон Ома для магнитной цепи в подавляющем большинстве случаев не может быть применен для расчета из–за нелинейности связи между *B* и *H*. Исключения составляют воздушные зазоры и немагнитные материалы. Примерная графическая зависимость *B=f(H)* для ферромагнитных материалов показана на рис. 4.2; такая двузначная зависимость называется *петлей гистерезиса*. При возрастании *H* индукция *B* изменяется (возрастает) по нижней части петли гистерезиса, а при убывании *H* индукция *B* изменяется (уменьшается) по верхней части петли. При $B_{макс} = - B_{мин}$ получается симметричная петля гистерезиса. Индукция *Br* при *H=0* называется остаточной. Ширина петли в основном зависит от свойств материала, в некоторой степени от максимальной напряженности *H* и от скорости *dH/dt, с* которой происходит изменение *H*.

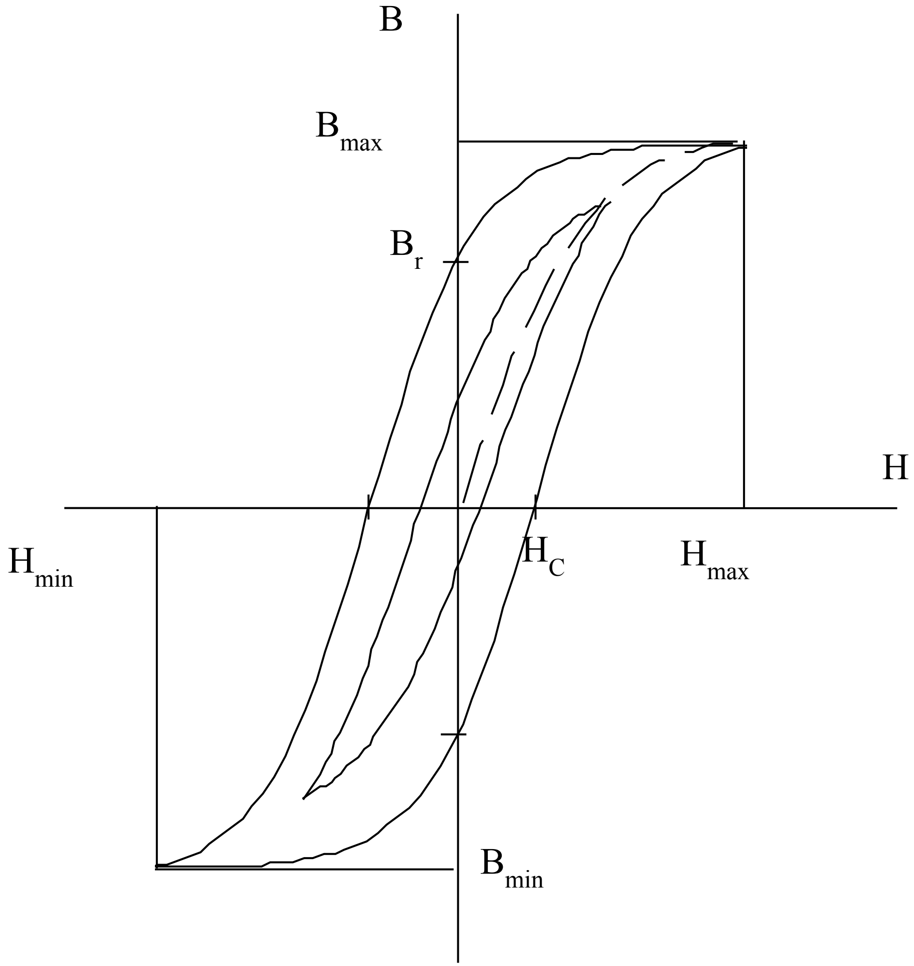


Рис. 4.2.

Ферромагнитные материалы с широкой петлей гистерезиса, для которых $H_C > 4000$ А/*м*, называются магнитнотвердыми; их применяют для постоянных магнитов. Ферромагнитные материалы с узкой петлей гистерезиса ($H_C < 200$ А/*м) называются* магнитномягкими; их применяют в переменных магнитных полях, а также в постоянных магнитных полях, когда желательна возможность регулирования B посредством изменения H. Деление ферромагнитных материалов на эти две категории условно, так как имеются материалы с характеристиками, отличными от упомянутых.

Если построить для большого числа постепенно возрастающих максимальных напряженностей $H_{макс}$ семейство статических петель гистерезиса, то вершины петель расположатся на кривой, называемой кривой намагничивания данного материала. Эти кривые приводятся в справочниках.

НЕРАЗВЕТВЛЕННАЯ МАГНИТНАЯ ЦЕПЬ

Простейшей неразветвленной магнитной цепью является замкнутый магнитопровод с одинаковым поперечным сечением и одинаковой магнитной проницаемостью по всей длине, например тороидальный магнитопровод (рис. 4.4).

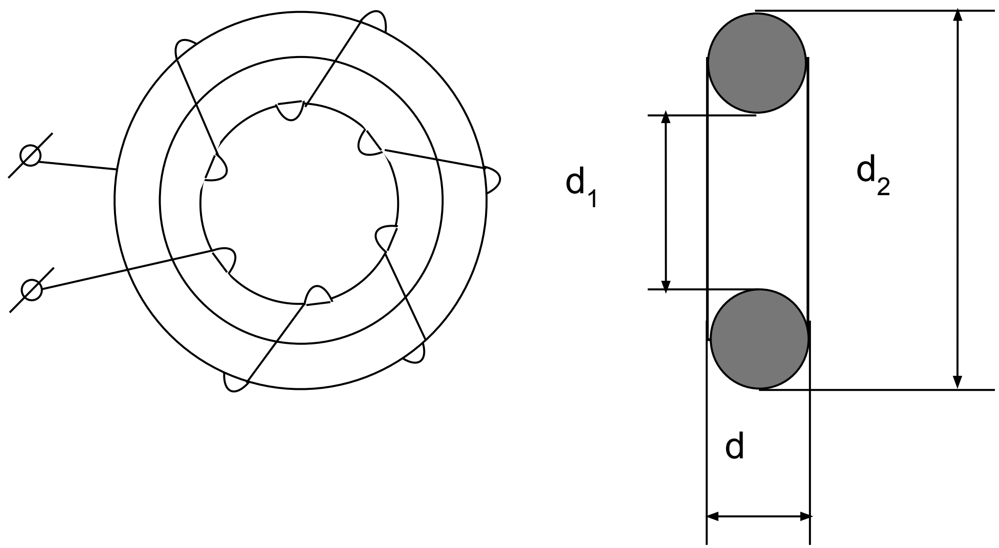


Рис. 4.4.

В силу соотношения (4.5) магнитная индукция *B* во всех точках такой цепи одинакова. Напряженность магнитного поля *H* также одинакова. Выражение (4.2) в этом случае принимает вид

$$Hl_{cp} = F.$$

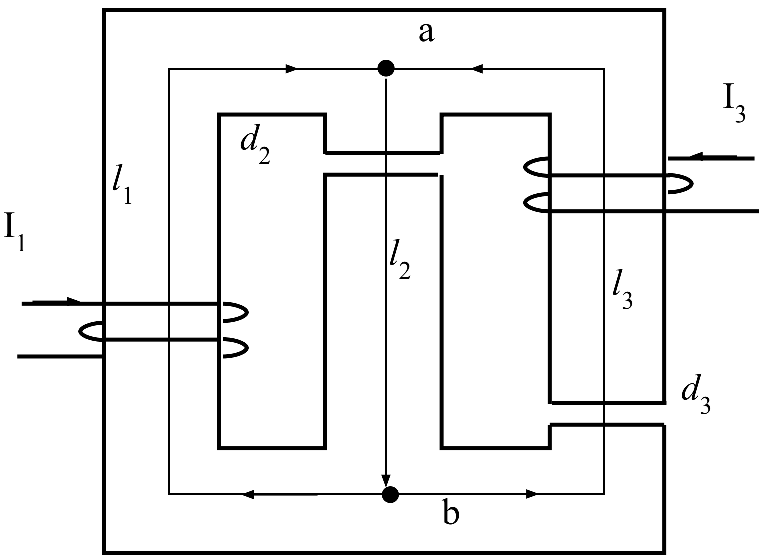
где $l_{\text{ср}}$—длина средней линии напряженности магнитного поля (показана на рис. 4.4 пунктиром).

Индукция в магнитопроводе определяется по кривой намагничивания, а магнитный поток

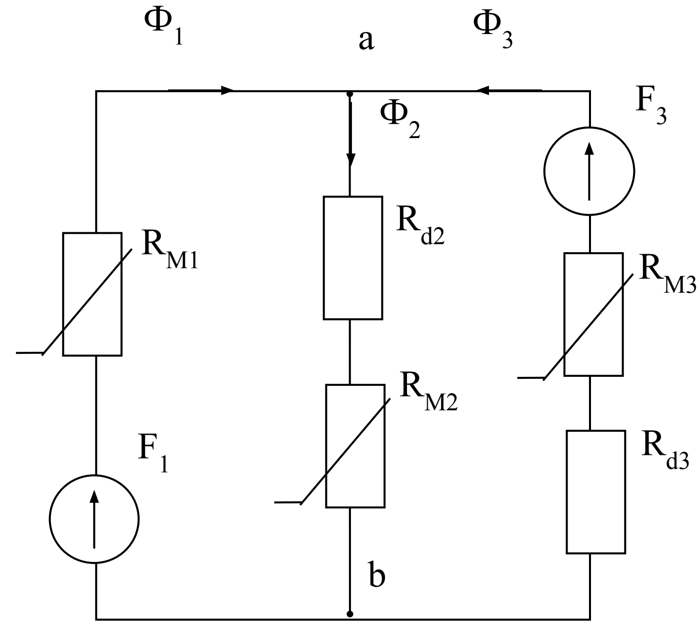
$$\Phi = BS.$$

В силу аналогии уравнений электрических и магнитных цепей для анализа магнитных цепей также можно выполнить схему замещения, аналогичную схеме электрической цепи.

а



б



На рис **а** изображена магнитная цепь, а на рис **б** ее схема замещения. Воздушные зазоры замещаются линейными магнитными сопротивлениями, магнитопроводы – нелинейными.

По аналогии с разветвленными электрическими цепями такие цепи могут быть разбиты на ветви и узлы.

Намагничивающие (магнитодвижущие) силы F в этом случае аналогичны ЭДС электрической цепи, разность скалярных магнитных потенциалов между концами участков аналогична напряжениям между концами ветвей электрической цепи, а магнитный поток Ф в магнитной цепи подобен току в электрической цепи.

ВЕБЕР-АМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Вебер–амперная характеристика – это зависимость магнитного потока от магнитного напряжения на участке магнитной цепи, которыми являются стержни магнитопровода. Принимаем, что индукция в каждой точке стержня одинакова.

Построение вебер–амперной характеристики производится в следующем порядке. Выбираем точку на кривой намагничивания. Считаем, что в стержне вдоль всей его длины напряженность магнитного поля равна напряженности выбранной точки кривой намагничивания. Тогда магнитное напряжение на стержне равно произведению его длины на напряженность выбранной точки. Соответственно магнитный поток равен произведению индукции выбранной точки на сечение стержня:

$$U_{Mik} = H_i \cdot l_k; \quad \Phi_{ik} = B_i \cdot S_k;$$

где индекс i соответствует выбранной точке кривой намагничивания; индекс k – номеру стержня.

Задаваясь рядом точек вдоль всей характеристики намагничивания, получаем соответствующую вебер–амперную характеристику. Вебер–амперная характеристика воздушного зазора линейна и определяется уравнениями:

$$B = 4\pi\cdot 10^{-7}\,H; \qquad U_{M\delta} = H_{\delta}\cdot\delta; \qquad \Phi_{\delta} = S_{\delta}\cdot B_{\delta}.$$

Геометрические размеры поперечного сечения стержня магнитопровода существенно превышают толщину зазора, поэтому можно принять, что площадь сечения зазора равна площади сечения соответствующего стержня. Зададимся $H = 10^6$ А/м. Тогда на длине δ магнитное напряжение будет равно $10^6\cdot\delta$ А.

Вебер–амперная характеристика зазора будет прямой линией, проходящей через начало координат и точку с координатами $U_M = 10^6\cdot\delta$ А и $\Phi = 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10^6\cdot S_{\delta}$ Вб. Уравнение характеристики зазора:

$$\Phi = 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot S_{\delta}\cdot U_M/\,\delta$$

Вебер-амперные характеристики стержней с зазором строятся аналогично ВАХ последовательно включенных нелинейного и линейного сопротивлений.

РАЗВЕТВЛЕННАЯ МАГНИТНАЯ ЦЕПЬ

В разветвленной магнитной цепи, как и в цепи электрической, действуют первый и второй законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа: *алгебраическая сумма магнитных потоков в узле равна нулю:*

$$\sum \mathbf{\Phi_k} = \mathbf{0} \qquad (4.7)$$

Условимся считать магнитные потоки, направленные к узлу магнитной цепи, положительными, а магнитные потоки, направленные от узла – отрицательными.

Второй закон Кирхгофа: *алгебраическая сумма падений магнитного напряжения вдоль любого замкнутого контура равна алгебраической сумме МДС вдоль того же контура:*

$$\sum \mathbf{U_м} = \sum \mathbf{Iw} \qquad (4.8)$$

Для расчета нелинейных магнитных цепей применимы все методы, используемые для расчета нелинейных электрических цепей, в том числе метод двух узлов. Обычно расчет производится графически с помощью магнитных характеристик.