

# Знать

*Способы решения уравнений и неравенств :*

*1. Алгебраические*



*6. Неравенства*



# Уметь

*Выполнять основные приемы решения уравнений и неравенств*

*Уметь решать простые уравнения и неравенства*

*Вернуться*

# *1. Алгебраические уравнения*

*Линейные уравнения*

*Неполные квадратные уравнения*

*Полные квадратные уравнения*

*Дробные рациональные уравнения*

*Уравнения в виде пропорции*

*Главное меню*

*Вернуться*

## Линейные уравнения.

$kx = b$ , если  $k \neq 0$ ,  $b \neq 0$ , то  $x = k/b$  (коэффициент разделить на свободный член).

$kx = b$ , если  $k = 0$ ,  $b \neq 0$ , то уравнение решений не имеет.

$kx = b$ , если  $k = 0$ ,  $b = 0$ , то уравнение имеет бесконечное множество решений,  $x \in \mathbb{R}$ .

Решить уравнения.

Пример 1.  $9(2x - 18) = -9x$

$$18x - 9 \cdot 18 = -9x, \quad 18x + 9x = 9 \cdot 18, \quad 27x = 9 \cdot 18$$

$$x = \frac{\cancel{9} \cdot 18}{3}$$

$$x = 6$$

**Помните! Если свободный член представляет произведение, то не надо перемножать, так как потом возможно сократить дробь.**

## Ключевые слова.

1. Неизвестные в одну сторону (влево), свободные члены в другую (вправо).
2. Свободный член делить на коэффициент при неизвестном.

## Квадратные уравнения.

### Неполные квадратные уравнения

$$1. ax^2 + bx = 0 \quad c = 0$$

Вынесите  $x$  за скобку

$$x(ax + b) = 0$$

Произведение равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю, а другой при этом не теряет смысл.

$$x = 0 \quad \text{или} \quad ax + b = 0$$

$$x_1 = 0; \quad \text{или} \quad x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$2. ax^2 + c = 0 \quad b = 0$$

$$ax^2 = -c; \quad x^2 = \frac{-c}{a}; \quad x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}.$$

При извлечении корня не забывать ставить **плюс, минус**

### Пример 1

$$5x^2 - 2x = 0;$$

$$x(5x - 2) = 0;$$

$$x = 0 \text{ или } 5x - 2 = 0$$

$$x = 0; \quad x = 0,4.$$

### Пример 2

$$x^2 - 4 = 0;$$

$$x^2 = 4;$$

$$x = \pm 2;$$

## Полные квадратные уравнения.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

*С обратным знаком*

$$x^2 + px + q = 0 \text{ Приведенное квадратное уравнение}$$

$$D = \sqrt{p^2 - 4q}$$

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{D}}{2}$$

$$ax^2 + 2kx + c = 0 \text{ Коэффициент при } x \text{ – четный}$$

$$D = \sqrt{\left(\frac{2k}{2}\right)^2 - ac}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{2k}{2} \pm \sqrt{D}}{a}$$

## Решение квадратных уравнений по теореме обратной теореме Виета.

$$x^2 + px + q = 0. \quad x_1 + x_2 = -p; \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

**Пункт 1.** Определить знак дискриминанта, если  $D > 0$ , то перейти к п. 2;

**Пункт 2.** Разложить свободный член на пары возможных множителей;

**Пункт 3.** Выбрать такую пару и подобрать знаки так, чтобы сумма давала коэффициент  $-p$  (с обратным знаком).

**Пункт 4.** Записать ответ.

**Пример.**  $x^2 - 3x - 40 = 0$ ;  $D > 0$ , т.к. свободный член отрицательный.

40 имеет целые множители: 2 и 20, 4 и 10, 5 и 8.

Множители 2 и 20, 4 и 10 в сумме ни при какой комбинации знаков не дадут 3, поэтому их можно отбросить. Остается пара 5 и 8.

Теперь можно расставлять знаки:  $-5 + 8 = 3$ , т.к.  $b = -3$

## Решение специальных видов квадратных уравнений .

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Если  $a + b + c = 0$ , то  $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$

Если  $a - b + c = 0$ , то  $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$

Пример.  $2x^2 - 43x + 41 = 0$ ;  
 $2 - 43 + 41 = 0$   
 $x_1 = 1, x_2 = 41/2, x_2 = 20,5$

Пример.  $24x^2 + 30x + 6 = 0$ ;  
 $24 - 30 + 6 = 0$   
 $x_1 = -1, x_2 = -6/24, x_2 = -0,25$

## *Дробные рациональные уравнения.*

*Пункт 1. Разложить знаменатели на множители;*

*Пункт 2. Найти общий знаменатель (ОЗ);*

*Пункт 3. Найти значения неизвестного, при котором ОЗ не равен (равен) нулю. Записать область определения уравнения;*

*Пункт 4. Привести уравнение к целому виду, для чего:*

- а) поставить черточки к каждому члену уравнения;  
найти и записать дополнительные множители (доп. множ);*

*Доп. множ =*

*б) записать результат умножения допмнож. на числитель. Запись производить без знаменателя в целом виде;*

*Пункт 5. Решить полученное уравнение;*

*Пункт 6. Сравнить полученные корни с областью определения уравнения и исключить посторонние.*

*Вернуться*

*Главное меню*

*Оглавление*



*Пример1.*  $\frac{1}{x+4} + \frac{x-5}{4-x} = \frac{8}{x^2-16}$

Пункт1.

$$\frac{1}{x+4} - \frac{x+4}{x-4} = \frac{8}{(x-4)(x+4)}$$

Пункт3.

$$x \in \mathbb{R}, \text{ но } x \neq \pm 4$$

Пункт4.

$$x - 4 - x^2 + x + 20 = 8$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0;$$

$$x = -2; x = 4 \text{ посторонний корень.}$$

*Ответ: -2.*

 [Главное меню](#)

[Алгоритм](#)

[Оглавление](#)

## Уравнения в виде пропорции.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \quad \text{Основное свойство пропорции: } ad = bc$$

- Пункт 1. Найти область определения;  
Пункт 2. Перемножить крест на крест;  
Пункт 3. Решить соответствующее уравнение.

Пример 1.  $\frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} = 2$

$$x^2 + 3 = 2x^2 + 2$$

$$x^2 - 1 = 0, \quad x = \pm 1$$

Пример 2.  $\frac{3}{x^2 + 2} = \frac{1}{x}$

$$3x = x^2 + 2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2$$

# *Решение неравенств*

*1. Линейные неравенства*

*2. Квадратные неравенства*

*Главное меню*

*Вернуться*

# Линейные неравенства

**Неравенства вида  $kx > b$ ;  $kx < b$  называются линейными**

**Выбери линейные неравенства:**

1.  $2x - 8 > x + 6$       2.  $2x^2 - 8 > x + 6$       3.  $2(x - 8) + 5x \leq x + 6 - 3(7x + 2)$

4.  $2x(x - 8) + 5x \leq x + 6 - 3(7x + 2)$

2; 3

1; 4

1; 3

1; 3; 4

# Линейные неравенства

**Неравенства вида  $kx > b$ ;  $kx < b$  называются линейными**

**Выбери линейные неравенства:**

1.  $2x - 8 > x + 6$

2.  $2x^2 - 8 > x + 6$

4.  $2x(x - 8) + 5x \leq x + 6 - 3(7x + 2)$   $2(x - 8) + 5x \leq x + 6 - 3(7x + 2)$

2; 3

1; 4

1; 3

1; 3; 4

**Создайте алгоритм решения линейных неравенств:**

1. Раскрыть скобки;
2. Неизвестные - в одну сторону, свободные члены - в другую;
3. Найти  $x$ , разделив  $b$  на  $k$

1. Раскрыть скобки;
2. Привести подобные;
3. Найти  $x$ , разделив  $b$  на  $k$

# Алгоритм

1. Раскрыть скобки;

2. Неизвестные - в одну сторону,  
свободные члены – в другую;

3. Найти  $x$ , разделив  $b$  на  $k$

Если коэффициент при  $x$  положительный, то знак неравенства **не** изменять

Если коэффициент при  $x$  отрицательный, то знак неравенства изменить на противоположный

# Ключевые слова

*Неизвестные – в одну сторону, свободные члены – в другую.*

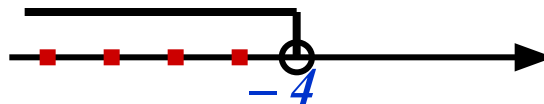
*Свободный член разделить на коэффициент.*

.  $4(2 - x) - 5 + x > 11 - x;$

Пункт 1.  $8 - 4x - 5 + x > 11 - x; \quad 3 - 3x > 11 - x$

Пункт 2.  $-2x > 8;$

Пункт 3.  $x < -4;$  Т.к.  $-2 < 0$ , то знак неравенства изменился.



Ответ:  $(-\infty ; -4)$

Главное меню

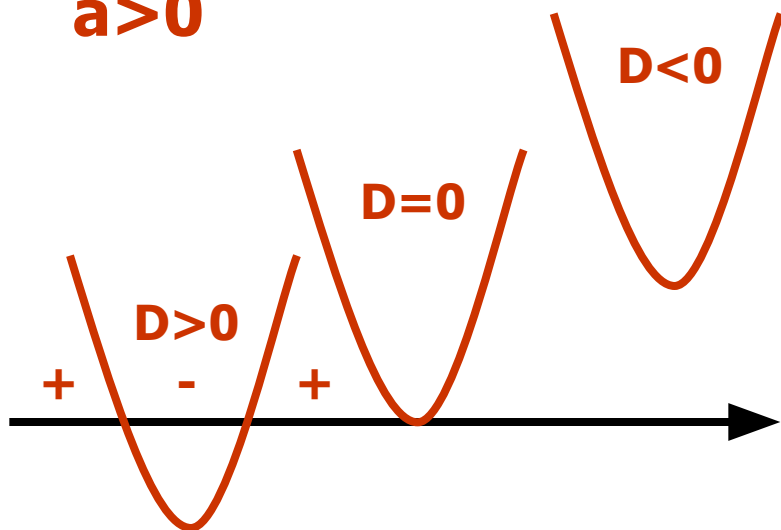
Оглавление

# Квадратные неравенства

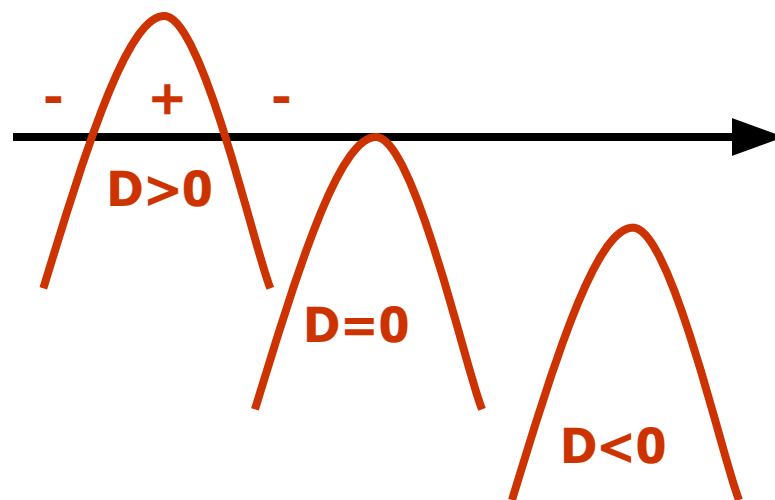
$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$a > 0$



$a < 0$



 Главная меню

Оглавление



# Алгоритм

**Пункт 1.** Привести неравенство в стандартный вид (раскрыть скобки, перенести все в одну сторону, привести подобные, расположить в порядке убывания степеней);

**Пункт 2.** Записать функцию  $f(x) > 0$  или  $f(x) < 0$ ;

**Пункт 3.** Определить знак коэффициента при  $x^2$ , записать, как направлены ветви параболы;

**Пункт 4.** Определить нули функции;

**Пункт 5.** Нанести на координатную прямую нули функции и расставить знаки: если коэффициент при  $x^2$  положительный, то знаки идут «+, -, +»; если отрицательный, то знаки будут «-, +, -»;

**Пункт 6.** Отметить промежутки, соответствующие данному неравенству, записать ответ.

**Пример 1.**  $x^2 - 3x + 2 > 0$ ;

**Пункт 1.** Привести неравенство в стандартный вид

*Неравенство в стандартном виде.*

**Пункт 2.** Записать функцию;

$f(x) = x^2 - 3x + 2$  – функция квадратичная, графиком является парабола;

**Пункт 3.** Определить знак коэффициента при  $x^2$ , записать, как направлены ветви параболы;

$a = 1 > 0$  – ветви параболы направлены вверх;

**Пункт 4.** Определить нули функции;

$f(x) = 0$ ;  $x^2 - 3x + 2 = 0$ ;  $x = 1$ ;  $x = 2$ .



**Пункт 5.** Координатная прямая, нули функции, знаки;

**Пункт 6.** Отметить промежутки, соответствующие данному неравенству, записать ответ.

$x < 1$

$x > 2$

**Ответ:**  $x \in (-\infty; 1) \cup (2; \infty)$

Пример 2.  $-x^2 - 3x + 4 \geq 0$ ;

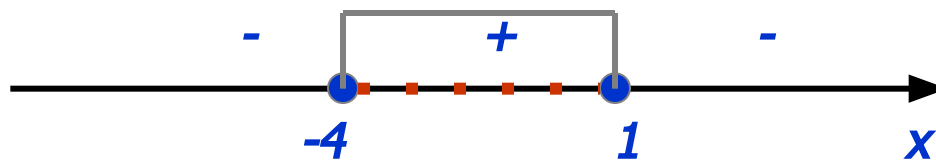
$$f(x) = -x^2 - 3x + 4.$$

Функция квадратичная, графиком является парабола.

$a = -1 < 0$ , ветви параболы направлены вниз.

$$f(x) = 0;$$

$$-x^2 - 3x + 4 = 0; \quad x^2 + 3x - 4 = 0; \quad x_1 = -4; \quad x_2 = 1;$$



$$-4 \leq x \leq 1$$

Ответ:  $[-4; 1]$

Главное меню

Оглавление

# *Ключевые слова*

**1. Перенести все в одну сторону**

**2. Направление ветвей**

**3. Нули, координатная прямая, знаки:**

**«+ - +» или «- + -»**

Пример 3.  $x^2 > 4$ ;

Пункт 1. Привести неравенство в стандартный вид

$$x^2 - 4 > 0$$

Пункт 2. Записать функцию;

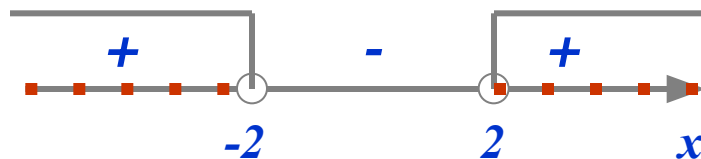
$f(x) = x^2 - 4$  – функция квадратичная, графиком является парабола;

Пункт 3. Определить знак коэффициента при  $x^2$ , записать, как направлены ветви параболы;

$a = 1 > 0$  – ветви параболы направлены вверх;

Пункт 4. Определить нули функции;

$$f(x) = 0; \quad x^2 - 4 = 0; \quad x = \pm 2.$$



Пункт 5. Координатная прямая, нули функции, знаки;

Пункт 6. Отметить промежутки, соответствующие данному неравенству, записать ответ.

$$x < -2$$

$$x > 2$$

Ответ:  $x \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$

Пример 3.  $x^2 < 4$ ;

Пункт 1. Привести неравенство в стандартный вид

$$x^2 - 4 < 0$$

Пункт 2. Записать функцию;

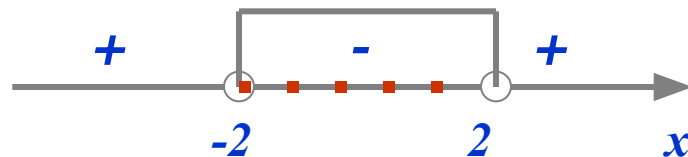
$f(x) = x^2 - 4$  – функция квадратичная, графиком является парабола;

Пункт 3. Определить знак коэффициента при  $x^2$ , записать, как направлены ветви параболы;

$a = 1 > 0$  – ветви параболы направлены вверх;

Пункт 4. Определить нули функции;

$$f(x) = 0; \quad x^2 - 4 = 0; \quad x = \pm 2.$$



Пункт 5. Координатная прямая, нули функции, знаки;

Пункт 6. Отметить промежутки, соответствующие данному неравенству, записать ответ.

$$-2 < x < 2$$

Ответ:  $x \in (-2; 2)$

**Пример 4.**  $x^2 + 4 > 0$ ;

**Пункт 1.** Привести неравенство в стандартный вид

*Неравенство в стандартном виде.*

**Пункт 2.** Записать функцию;

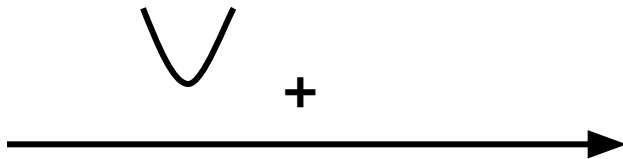
$f(x) = x^2 + 4$  – функция квадратичная, графиком является парабола;

**Пункт 3.** Определить знак коэффициента при  $x^2$ , записать, как направлены ветви параболы;

$a = 1 > 0$  – ветви параболы направлены вверх;

**Пункт 4.** Определить нули функции;

$f(x) = 0$ ; нули отсутствуют



**Пункт 5.** Координатная прямая, нули функции, знаки;

**Пункт 6.** Отметить промежутки, соответствующие данному неравенству, записать ответ.

$x \in R$

*Ответ:*  $x \in R$

 [Главное меню](#)

[Оглавление](#)

**Пример 5.**  $-x^2 - 4 > 0$ ;

**Пункт 1.** Привести неравенство в стандартный вид

*Неравенство в стандартном виде.*

**Пункт 2.** Записать функцию;

$f(x) = -x^2 - 4$  – функция квадратичная, графиком является парабола;

**Пункт 3.** Определить знак коэффициента при  $x^2$ , записать, как направлены ветви параболы;

$a = -1 < 0$  – ветви параболы направлены вниз;

**Пункт 4.** Определить нули функции;

$f(x) = 0$ ; нули отсутствуют



**Пункт 5.** Координатная прямая, нули функции, знаки;

**Пункт 6.** Отметить промежутки, соответствующие данному неравенству, записать ответ.

*решений нет*

*Ответ: решений нет*

 [Главное меню](#)

[Оглавление](#)



**Пример 6.**  $x^2 - 4x + 4 \leq 0$ ;

**Пункт 1.** Привести неравенство в стандартный вид

*Неравенство в стандартном виде.*

**Пункт 2.** Записать функцию;

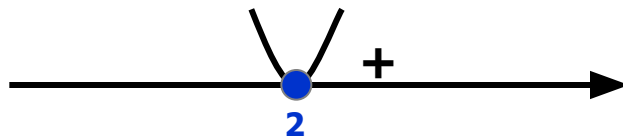
*$f(x)$  = функция квадратичная, графиком является парабола;*

**Пункт 3.** Определить знак коэффициента при  $x^2$ , записать, как направлены ветви параболы;

*$a=1 > 0$  – ветви параболы направлены вверх;*

**Пункт 4.** Определить нули функции;

$$f(x) = 0; \quad x^2 - 4x + 4 = 0, \quad x = 2$$



**Пункт 5.** Координатная прямая, нули функции, знаки;

**Пункт 6.** Отметить промежутки, соответствующие данному неравенству, записать ответ.

$$x = 2$$

[Главное меню](#)

**Ответ:**  $x = 2$

[Оглавление](#)