

Движение тела под действием силы

тяжести



*И тот (Черномор) взвился под
облака;*

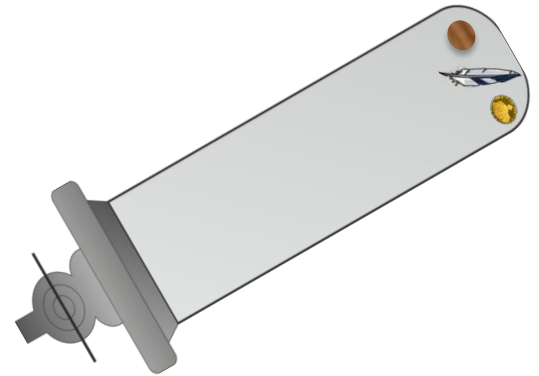
*На миг исчез — и свысока
Шумя, летит на князя снова.
Проворный витязь отлетел
И в снег с размаха рокового
Колдун упал — да там и сел...*

А. С. Пушкин

Свободное падение — это движение тела только под действием силы тяжести.

В данном месте Земли все тела, независимо от их массы и других физических характеристик совершают свободное падение с одинаковым ускорением — ускорением свободного падения.

$$g = 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$



$$v = v_{0x} + a_x t$$



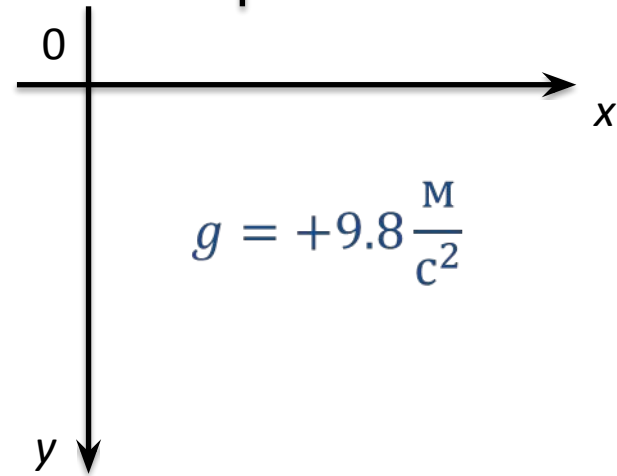
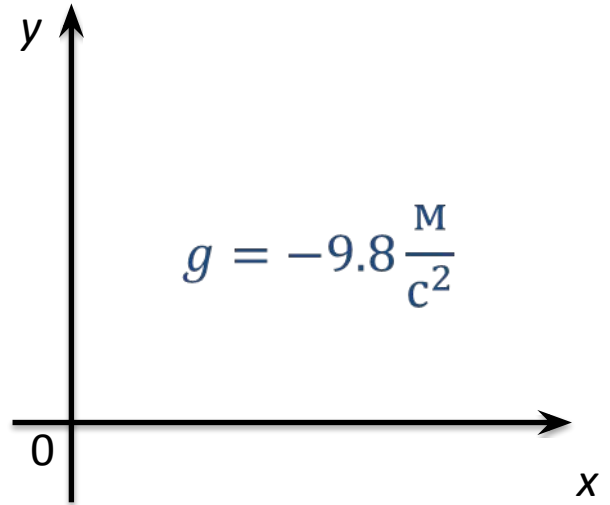
$$a_x = g_x$$

$$v = v_{0y} + g_y t$$

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$



$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{g_y t^2}{2}$$



Свободное падение тел по прямой траектории

Задача 1. Тело свободно падает без начальной скорости с высоты h над поверхностью Земли. Определите время движения и скорость тела в последний момент движения.

Дано:

Решени

е:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2};$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t.$$

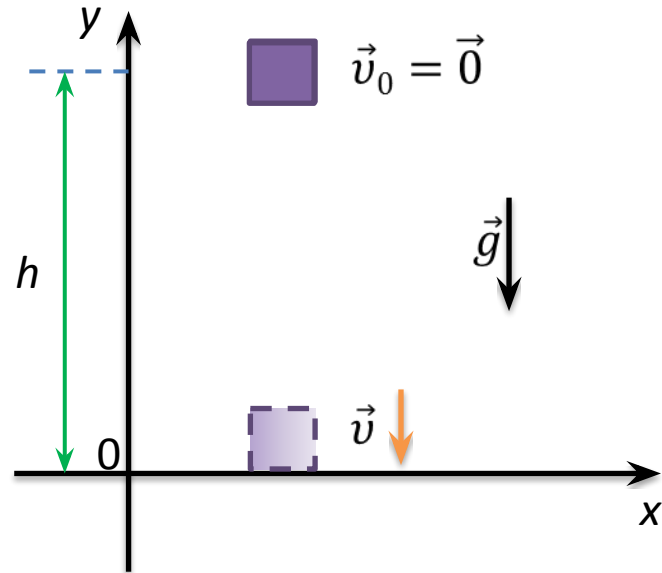
$$Oy: y_{0y} = h; v_{0y} = 0;$$

$$a_y = -g; y = 0.$$

Уравнение

движения:

$$0 = h - \frac{gt^2}{2}.$$

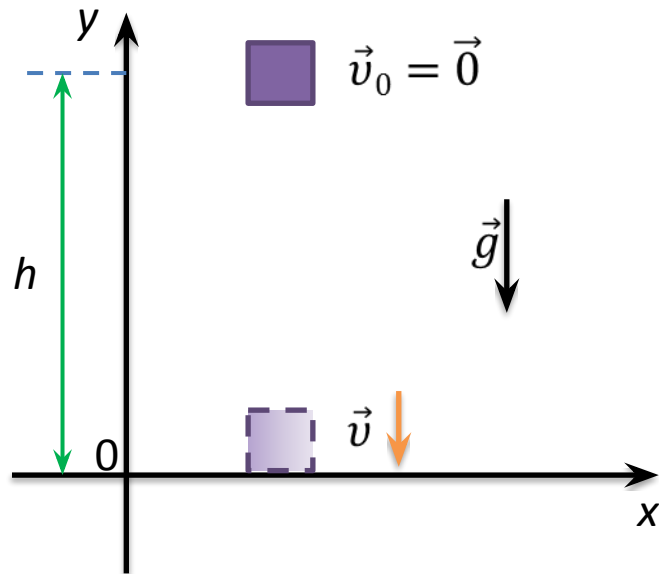


$$t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$v = -gt_{\text{пад}} = -g\sqrt{\frac{2h}{g}};$$



$$v_{\text{кон}} = -\sqrt{2gh}$$



Ответ $v = -\sqrt{2gh}$; $t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

:

Задача 2. Мяч бросили вверх с начальной скоростью u_0 направленной вертикально вверх. Определите время всего движения; скорость в последний момент движения; максимальную высоту подъема тела?

Дано:

Решени

е:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2};$$

$$v = v_0 + at.$$

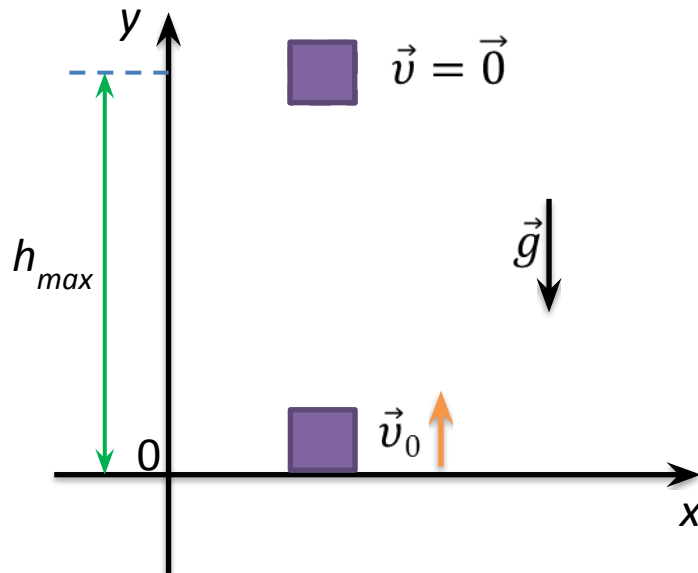
Оу: $y_{0y} = 0; v_{0y} = v_0$

$$a_y = -g; y = y_t.$$

Уравнение

движения:

$$y_t = v_0 t - \frac{gt^2}{2}; \quad v_{yt} = v_0 - gt.$$



$$0 = v_0 t_{\text{кон}} - \frac{gt_{\text{кон}}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t_0 = 0; \quad t_{\text{кон}} = \frac{2v_0}{g}$$

Начальный
момент
времени

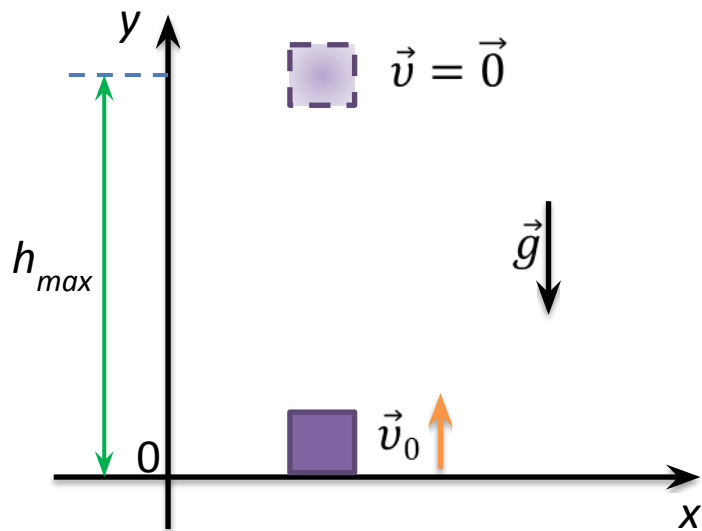
Конечный
момент
времени

Скорость тела в последний момент

движения:

$$v_{y \text{ кон}} = v_0 - g \frac{2v_0}{g} = -v_0$$

С какой бы скоростью мы не бросили мяч вертикально вверх с такой же скоростью он вернется обратно.



Время подъема на максимальную высоту:

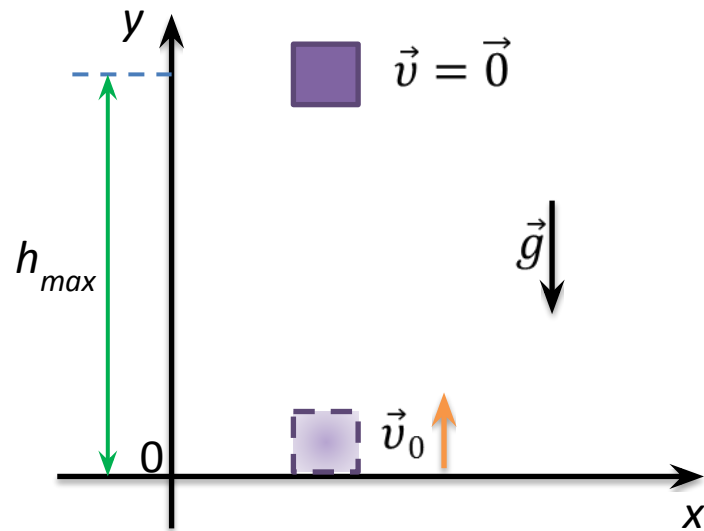
$$0 = v_0 - gt_{\text{подъема}} \Rightarrow t_{\text{подъема}} = \frac{v_0}{g} = \frac{t_{\text{кон}}}{2}$$

Максимальная высота, на которую поднялся мяч:

$$y_{\text{max}} = h_{\text{max}} = v_0 t_{\text{подъема}} - \frac{gt^2_{\text{подъема}}}{2} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$h_{\text{max}} = \frac{gt^2_{\text{подъема}}}{2} = \frac{gt^2_{\text{кон}}}{2}$$

Ответ: $v_{\text{кон}} = -v_0$; $h_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g}$; $t_{\text{кон}} = \frac{2v_0}{g}$



Свободное падение тел (криволинейная траектория)

Задача 3. Тело бросили в горизонтальном направлении с начальной скоростью u_0 с высоты h над поверхностью Земли. Определите время движения, дальность полета и скорость тела в последний момент движения.

Дано:

Решени

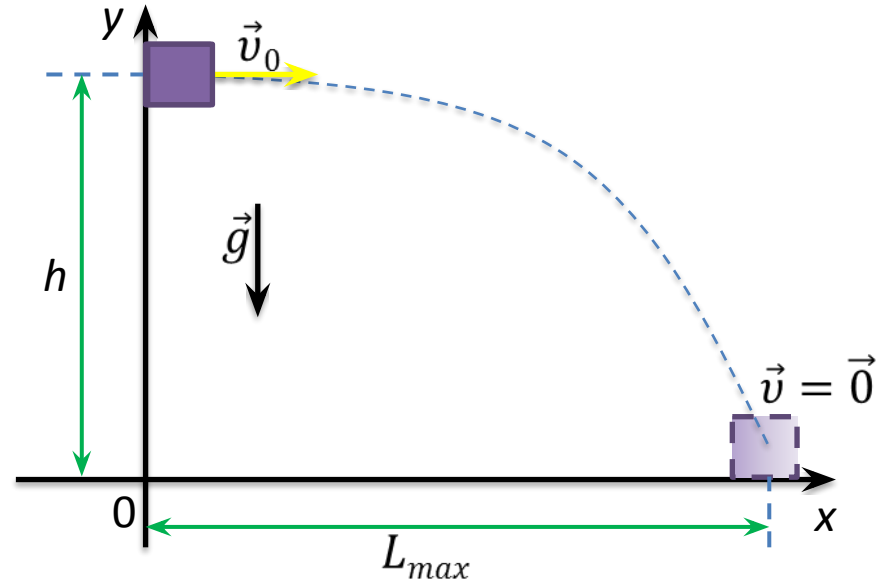
е:

Движение по оси

$$Ox: x = x_0 + v_{0x}t$$

Движение по оси

$$Oy: y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$$



Проекции на оси

Оx: координат: $x_{0x} = 0; v_{0x} = v_0; a_x = 0; x = L_{max};$

Оy: $y_{0y} = h; v_{0y} = 0; a_y = -g; y = 0.$

Время полета:

$$0 = h - \frac{gt^2}{2}; \rightarrow$$

$$t_{\text{падения}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

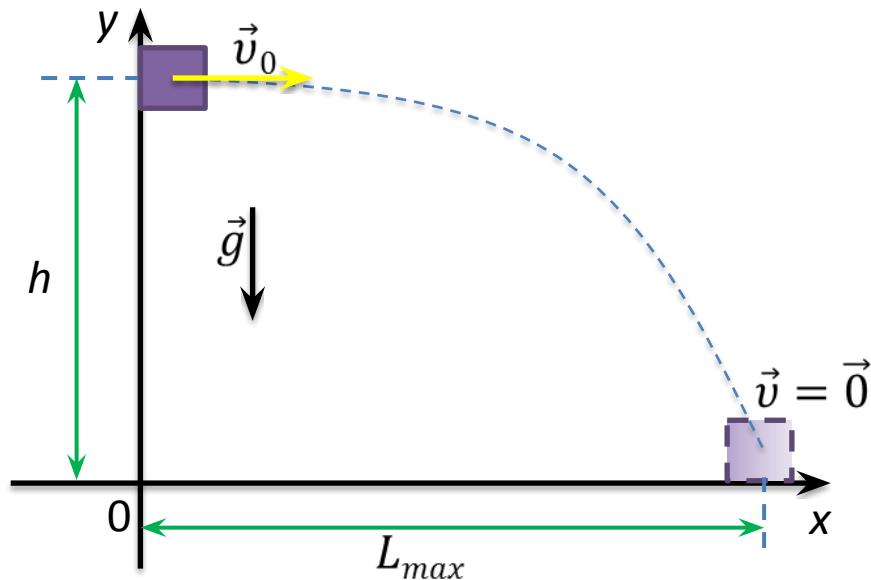
$$L_{max} = v_0 t.$$

$$L_{max} = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Уравнение движения в проекциях на оси координат

примут вид:

$$v_x = v_0; x = v_0 t;$$
$$v_y = -gt; y = h - \frac{gt^2}{2}.$$

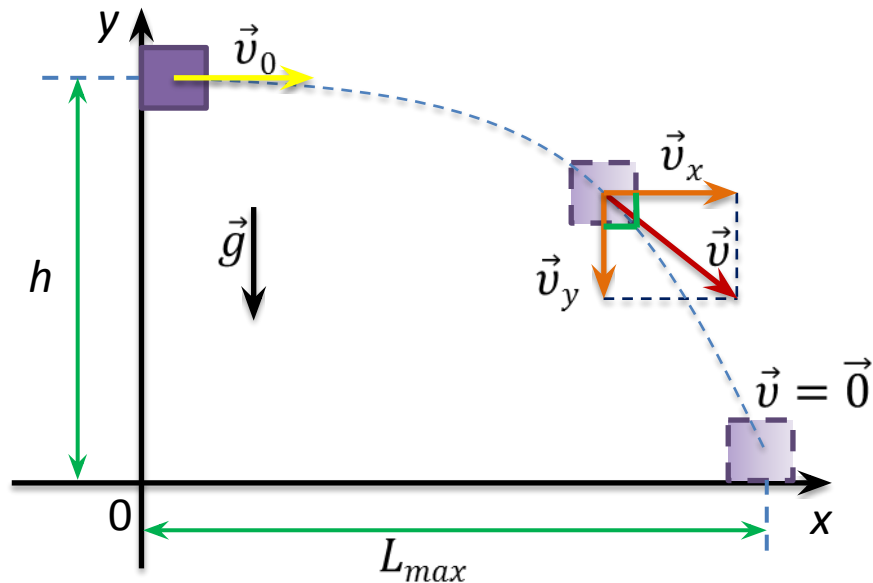


Определим скорость в любой момент времени:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (-\sqrt{2gh})^2}$$



$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$



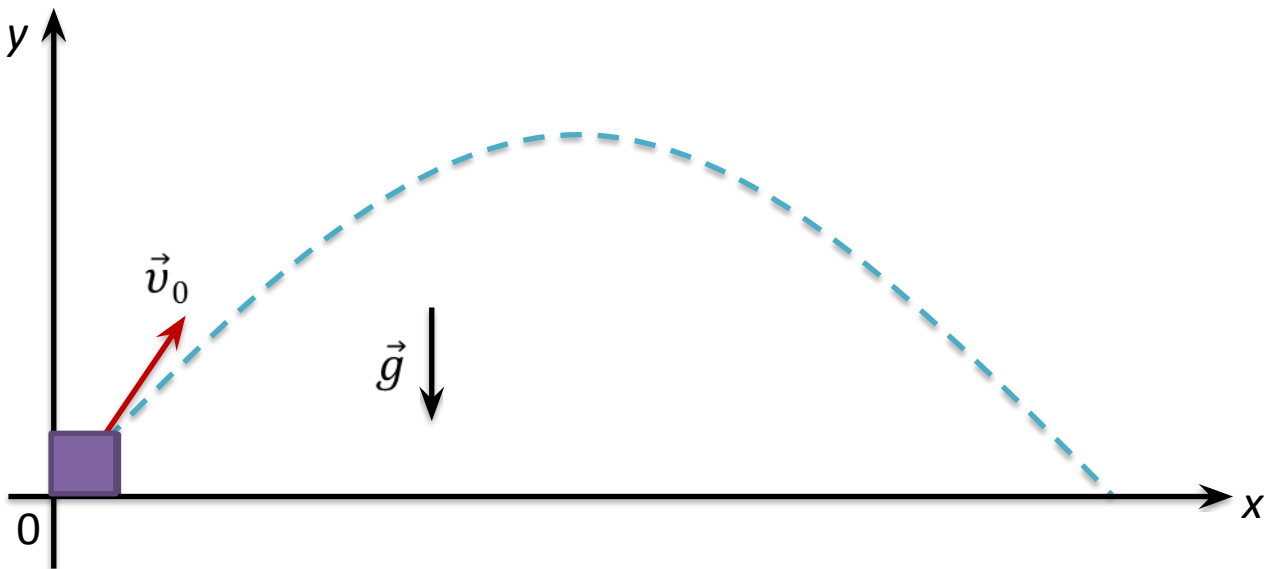
Ответ: $t_{\text{падения}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$; $L_{\text{max}} = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$; $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$.

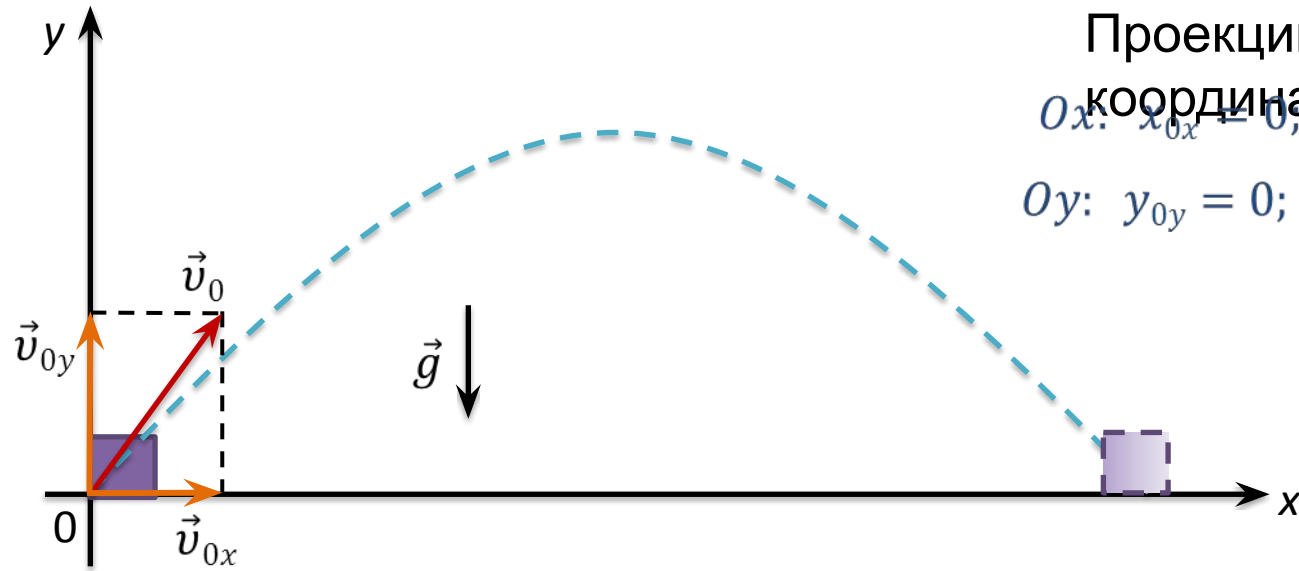
Задача 4. Мяч бросили под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 . Определите: 1) время всего движения; 2) скорость в последний момент движения; 3) дальность полета тела. На какую максимальную высоту поднимется тело?

Дано:

Решени

e:y





Проекции на оси

координат:

$$Ox: x_{0x} = 0; v_{0x} = v_0 \cos \alpha; a_x = 0.$$

$$Oy: y_{0y} = 0; v_{0y} = v_0 \sin \alpha; a_y = -g.$$

Движение по оси
Ox:

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha; x = v_0 \cos \alpha \cdot t;$$

Движение по оси
Oy:

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}; v_y = v_0 \sin \alpha - gt.$$

Уравнение движения в проекциях на оси координат

вид:

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t;$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha;$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2};$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha \cdot t - gt;$$

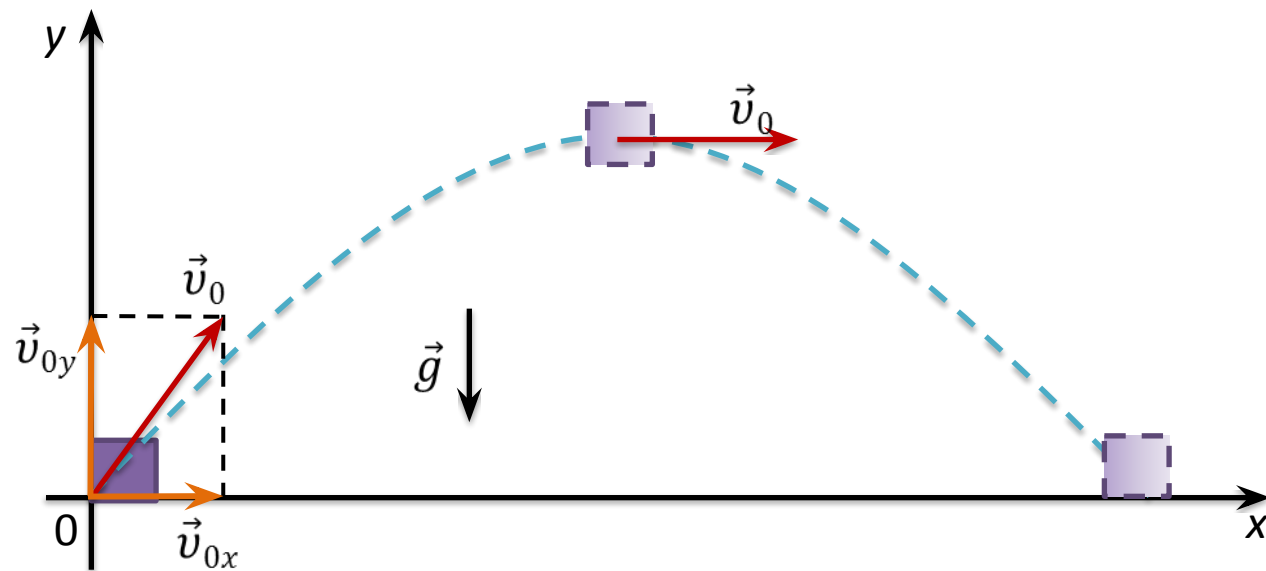
В верхней точке траектории $v_y = 0$.

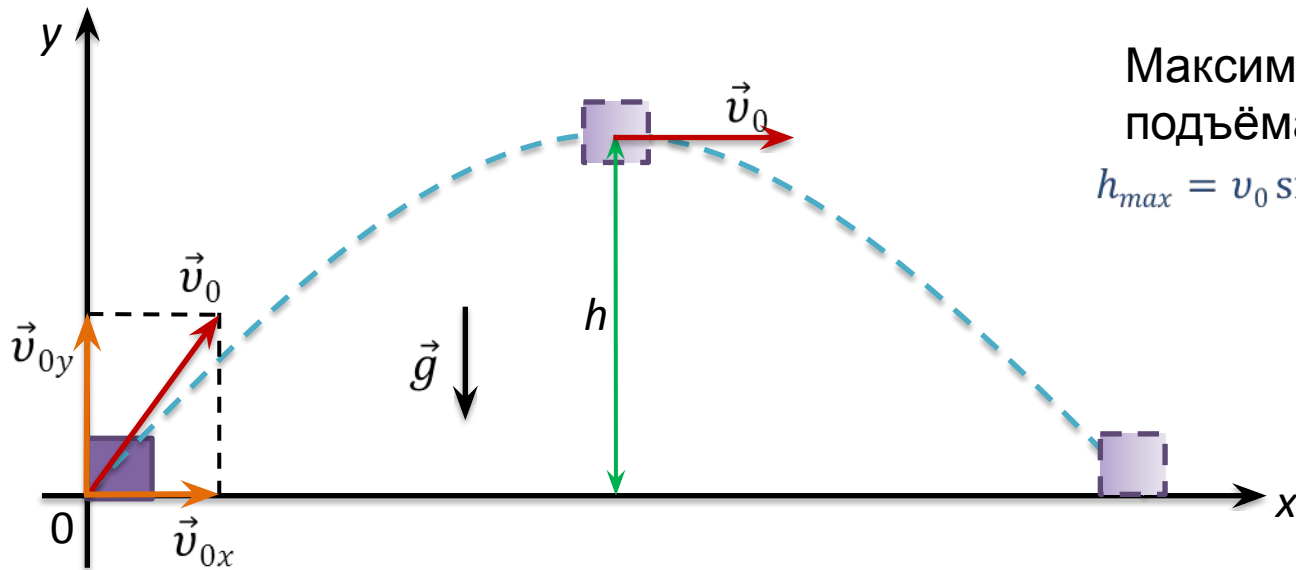


$$0 = v_0 \sin \alpha \cdot t_{\text{под}} - gt_{\text{под}};$$



$$t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$





Максимальная высота подъёма:

$$h_{max} = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2};$$



$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Время полёта:

$$0 = v_0 \sin \alpha \cdot t_{пол} - \frac{gt_{пол}^2}{2}$$



$$t = 0$$

начальный момент времени



$$t_{пол} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$



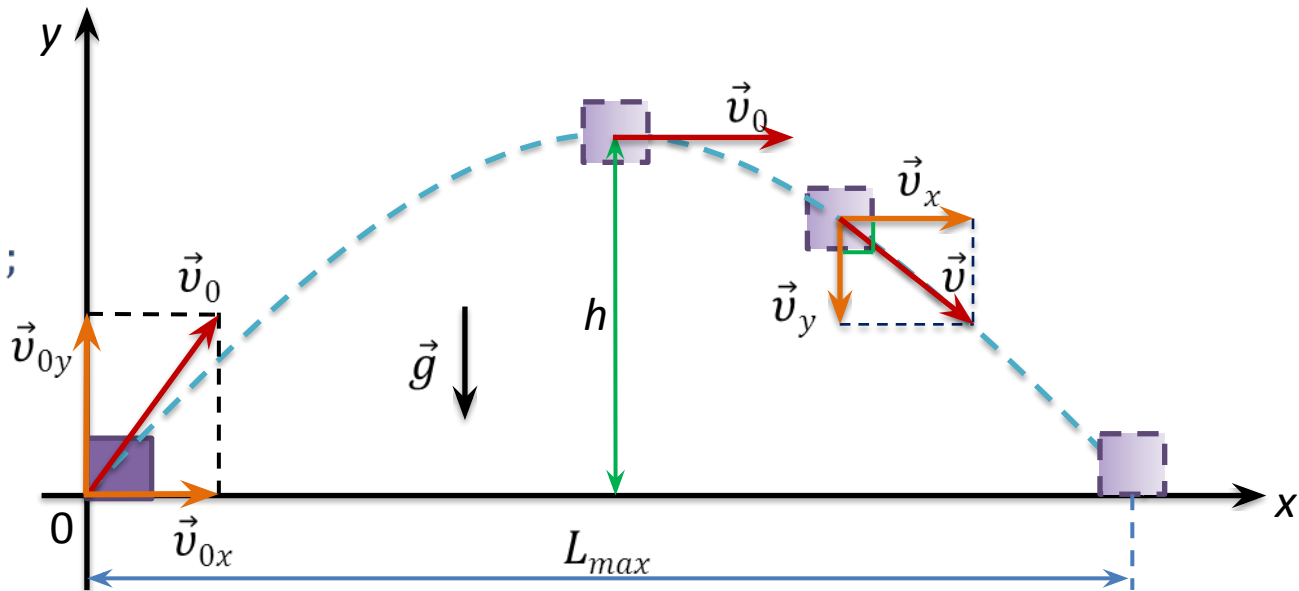
$$t_{пол} = 2t_{под}$$

Максимальная дальность полета:

$$L_{max} = \frac{2v_0 \cos \alpha \cdot v_0 \sin \alpha}{g};$$



$$L_{max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$



Мгновенная скорость в любой точке

траектории:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}$$



$$v = \sqrt{v_0^2 - 2v_0gt \sin \alpha + g^2t^2}$$