Методы решения геометрических задач

Учитель математики
МАОУ «СОШ № 146»
Манцирина Е.Е.

- Для решения сложных геометрических задач, следует научить учеников распознавать в них совокупность простейших задач и опорных свойств геометрических конструкций.

Точка на окружности

Опорные свойства:

- Теорема о вписанном угле и следствия
- Теорема об угле между касательной и хордой
- Теорема синусов
- Вписанные и описанные многоугольники (свойства и признаки)

Задача 1. В треугольнике KLM угол L тупой, КМ = 6. Найдите радиус описанной около треугольника окружности, если известно, что на этой окружности лежит центр окружности, проходящей через вершины К, М и точку пересечения высот треугольника KLM.

В треугольнике KLM угол L тупой, KM = 6. Найдите радиус описанной около треугольника окружности, если известно, что на этой окружности лежит центр окружности, проходящей через вершины K, M и точку пересечения высот треугольника KLM.

$$\angle KHM = \alpha$$

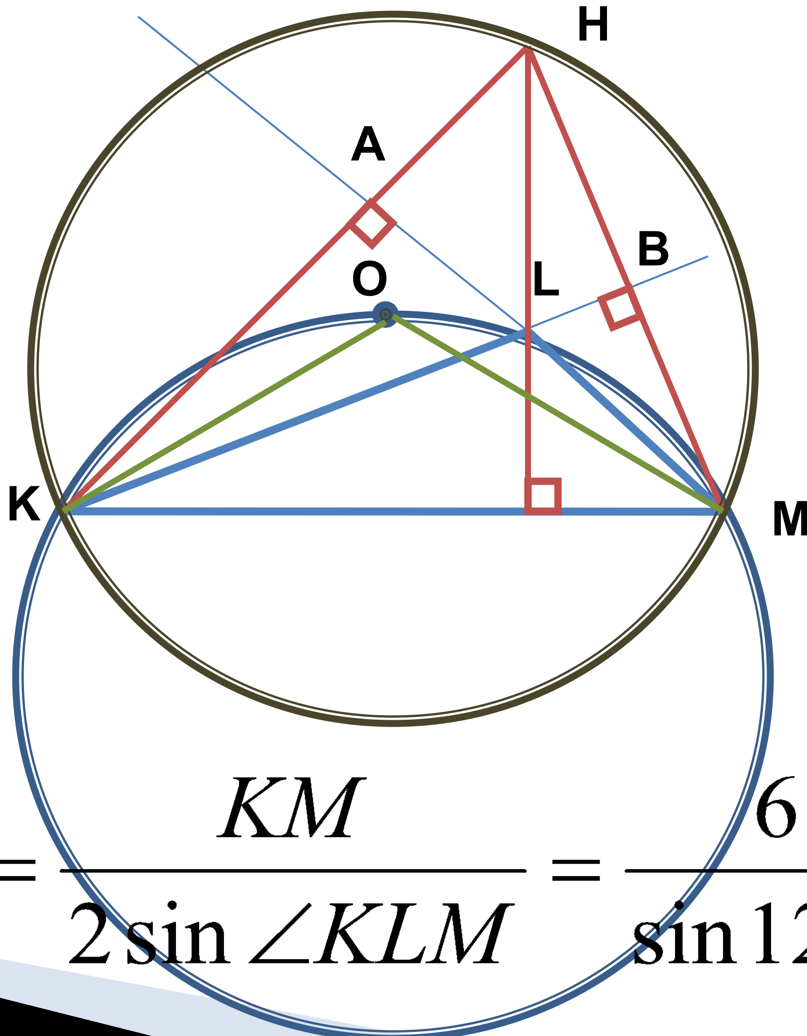
$$\angle KOM = 2\alpha$$

$$\angle KLM = 2\alpha$$

$$\angle ALB = 2\alpha$$

$$\angle AHB = 60^\circ$$

$$\angle KLM = 120^\circ$$



$$R_{KLM} = \frac{KM}{2\sin\angle KLM} = \frac{6}{\sin 120^\circ} = 2\sqrt{3}$$

Задача 2. Точка М лежит на описанной около правильного треугольника АВС окружности и не совпадает с его вершинами. Доказать, что сумма расстояний от точки М до прилегающих вершин треугольника равна расстоянию от точки М до третьей его вершины.

Задача 2. Точка М лежит на описанной около правильного треугольника АВС окружности и не совпадает с его вершинами. Доказать, что сумма расстояний от точки М до прилегающих вершин треугольника равна расстоянию от точки М до третьей его вершины.

AM +CM = BM

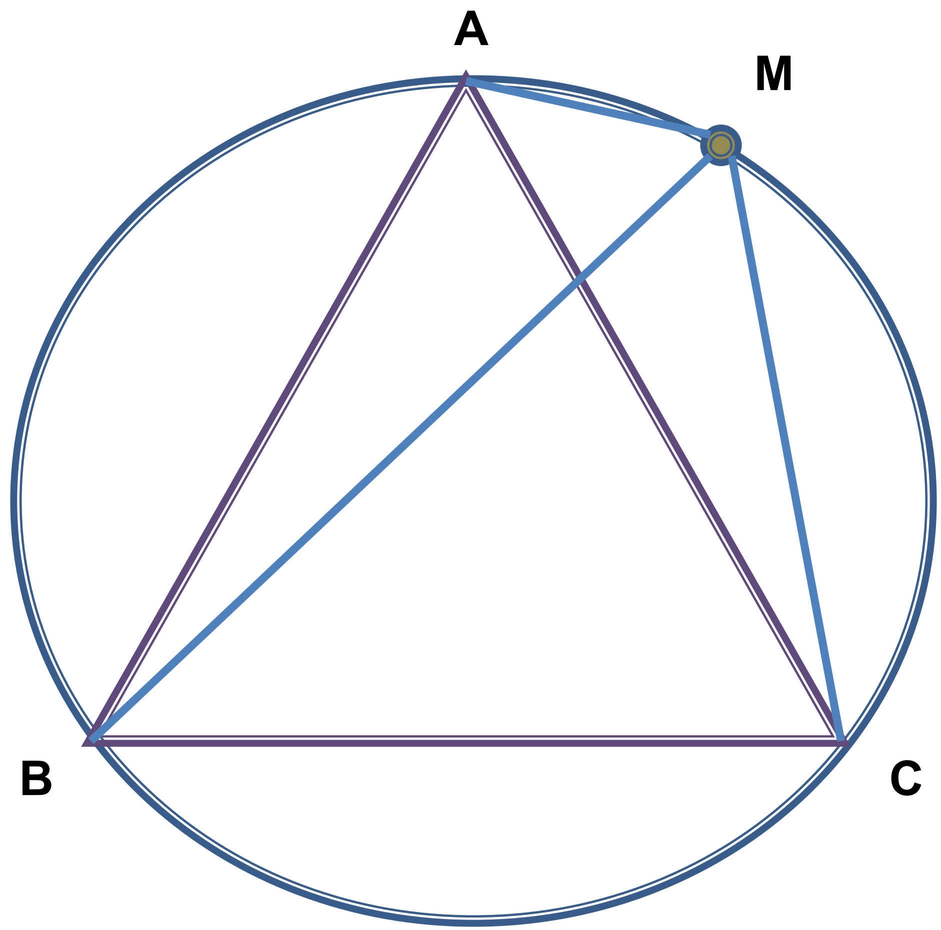
$$\angle AMB = \angle CMB = 60^\circ$$

$$AB^2 = BM^2 + AM^2 - 2BM \cdot AM \cdot \frac{1}{2}$$

$$BC^2 = BM^2 + CM^2 - 2BM \cdot CM \cdot \frac{1}{2}$$

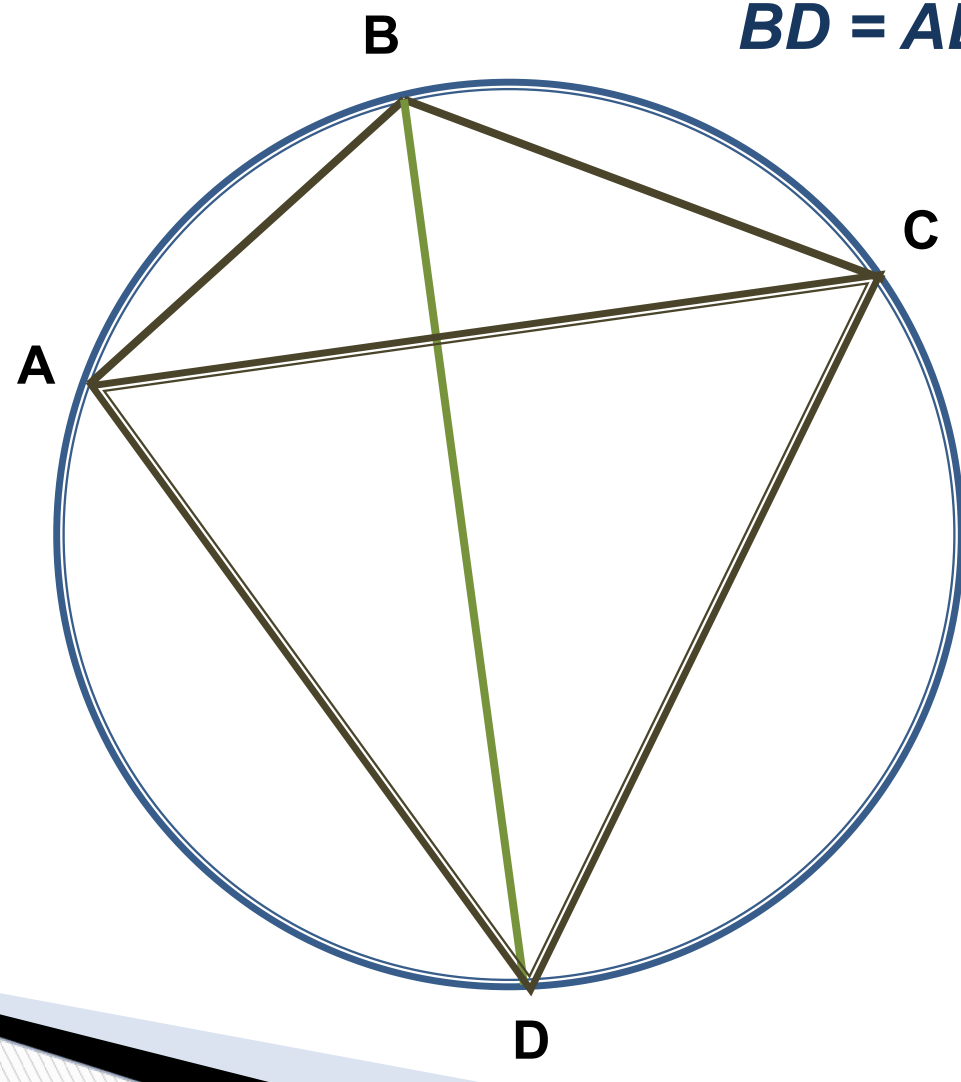
$$(AM - CM)(AM + CM - BM) = 0$$

AM +CM = BM



Задача 3. В четырехугольнике ABCD, вписанном в окружность, стороны AB и BC равны соответственно 2 и 5, а стороны AD, CD и диагональ AC имеют одинаковые длины. Найдите длину диагонали BD.

BD = AB + BC = 7



Задача 4. Диагонали выпуклого четырехугольника ABCD пересекаются в точке E, AB = AD, CA – биссектриса угла C. Найти угол CDB, если $\angle BAD = 140°, \angle BEA = 110°.$

$$\angle BCD = 180° - \angle BAD = 180° - 140° = 40°$$

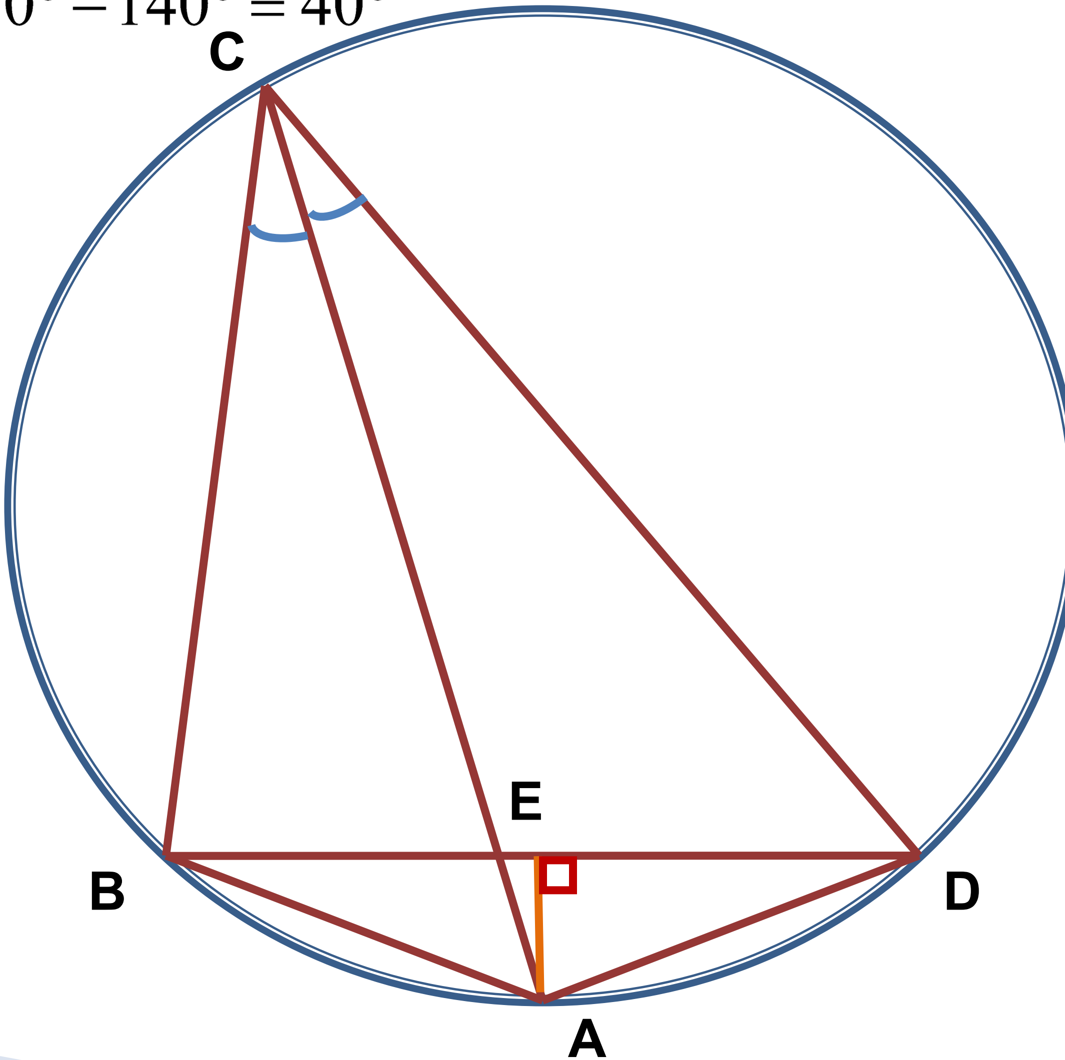
$$\angle ABD = \angle ACD =$$

$$= \frac{1}{2}\angle BCD = \frac{1}{2}\cdot 40° = 20°$$

$$\angle CDB = \angle CAB = \angle EAB =$$

$$= 180° - (\angle ABD + \angle BEA) =$$

$$= 180° - (20° + 110°) = 50°$$



Задача 5. В треугольнике KMN проведены высота NA, биссектриса NB и медиана NC, которые делят угол KNM на четыре равные части. Найти высоту NA ,биссектрису NB и медиану NC, если радиус описанной около треугольника KMN окружности равен R.

$$\angle NKP = 90^\circ$$

$$NC = R$$

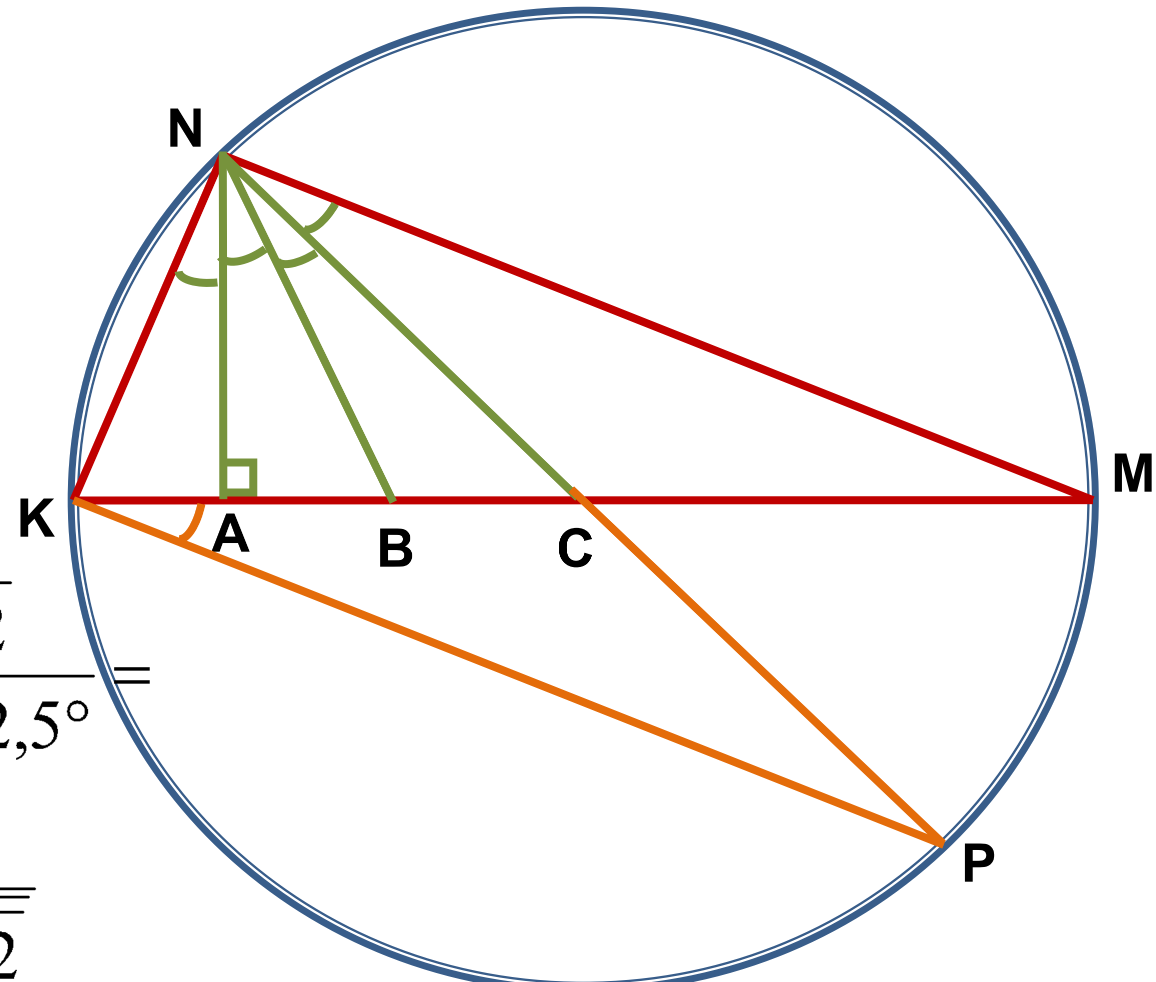
$$\angle KNM = 90^\circ$$

$$NA = NC \cdot \cos \angle ANC =$$

$$= R \cos 45^\circ = \frac{R\sqrt{2}}{2}$$

$$NB = \frac{NA}{\cos \angle ANB} = \frac{R\sqrt{2}}{2\cos 22{,}5^\circ} =$$

$$= \frac{R\sqrt{2}}{2\sqrt{\frac{1+\cos 45^\circ}{2}}} = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$



Литература

- Шарыгин И.Ф. Геометрия. Планиметрия. М.: Дрофа, 2001
- Гордин Р.К. Геометрия. Планиметрия 7 – 9 классы. М.:МЦНМО, 2008
- Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Э.Г. Позняк, С.А. Шестаков, И.И. Юдина. Планиметрия. Пособие для углубленного изучения математики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005
- Алексеев В.Б., Панферов В.С., Тарасов В.А. Избранные задачи по геометрии. Окружность. М.: Илекса, 2012
- Куланин Е.Д. Задачи по геометрии. М.: Илекса, 2012