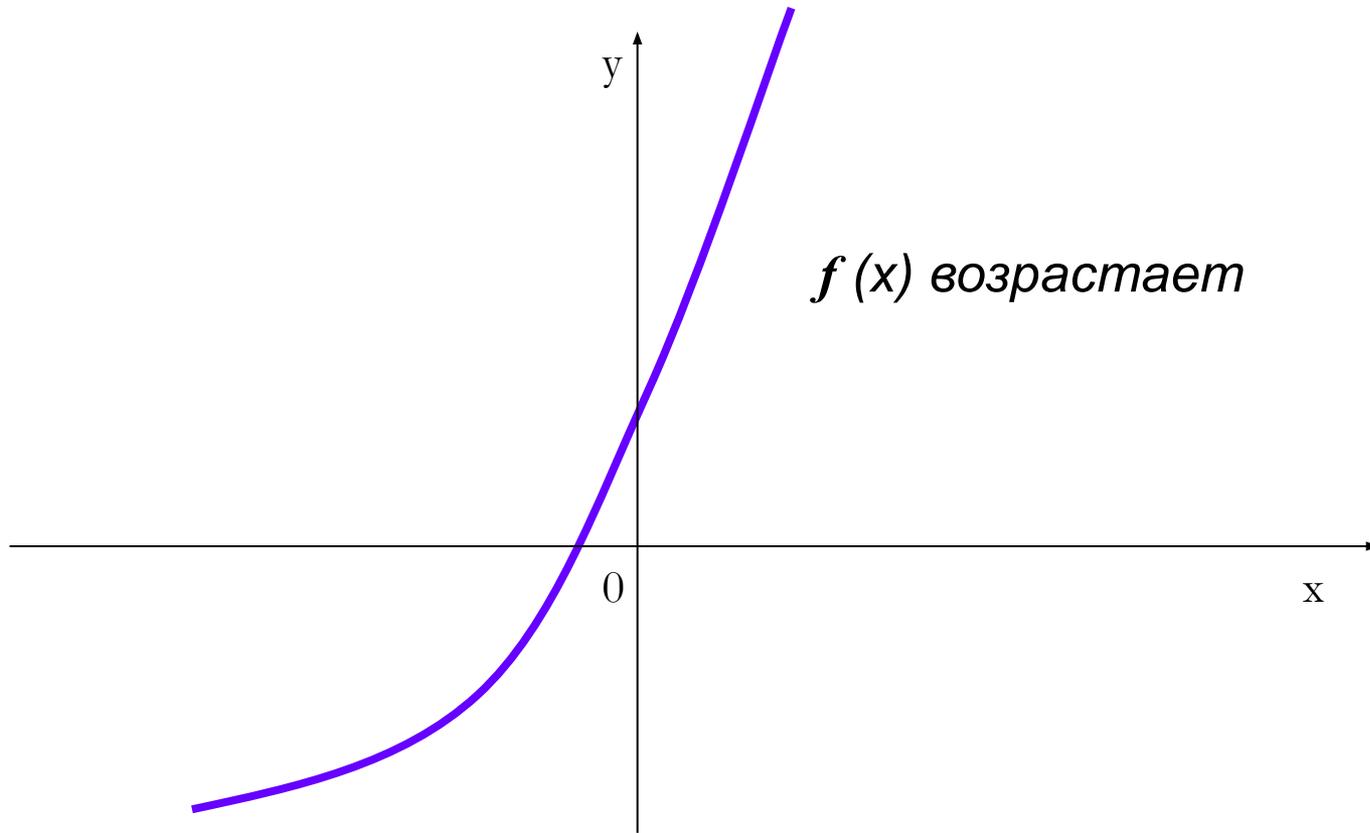


Тема: исследование функции с помощью производной

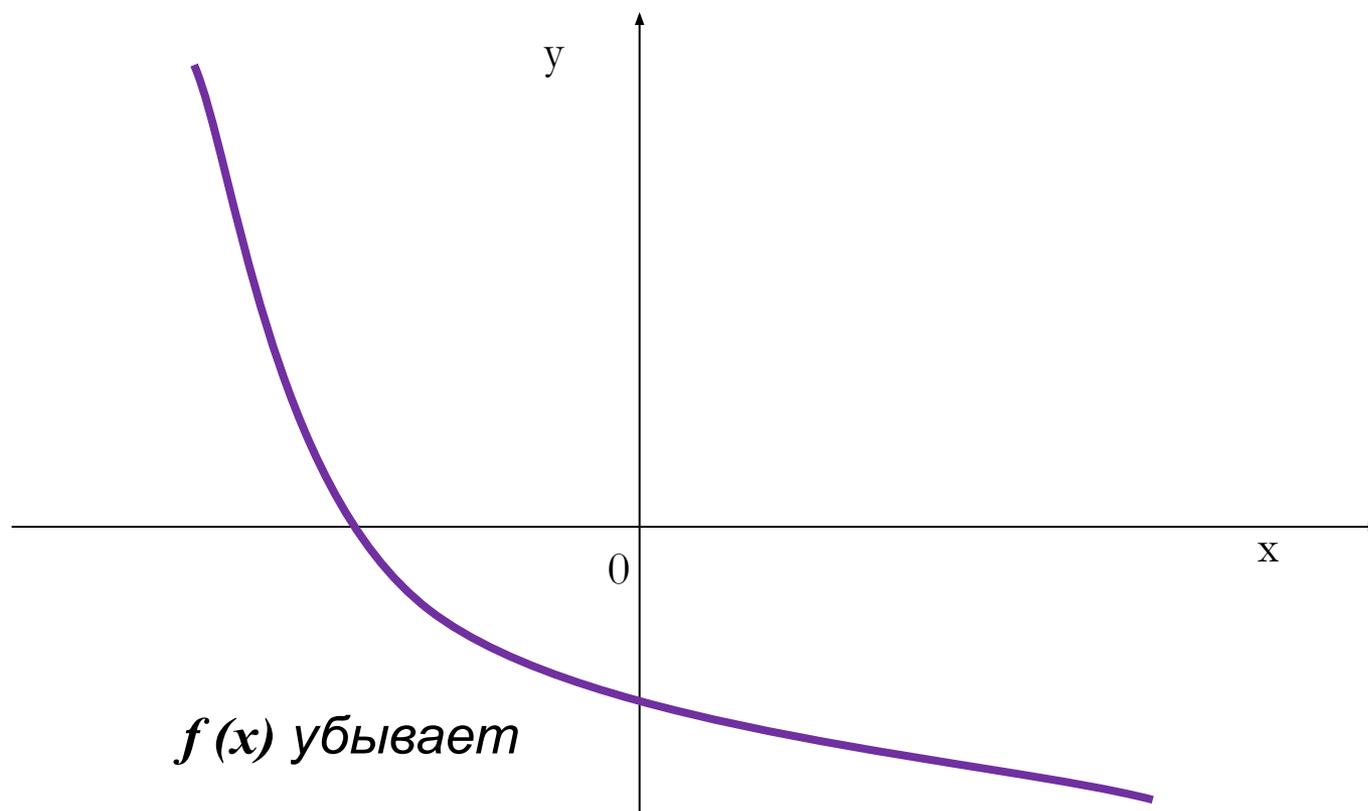
Чтобы построить график функции, необходимо исследовать ее свойства с помощью производной.

Вспомним свойства функции, которые изучались на 1 курсе и добавим некоторые другие.

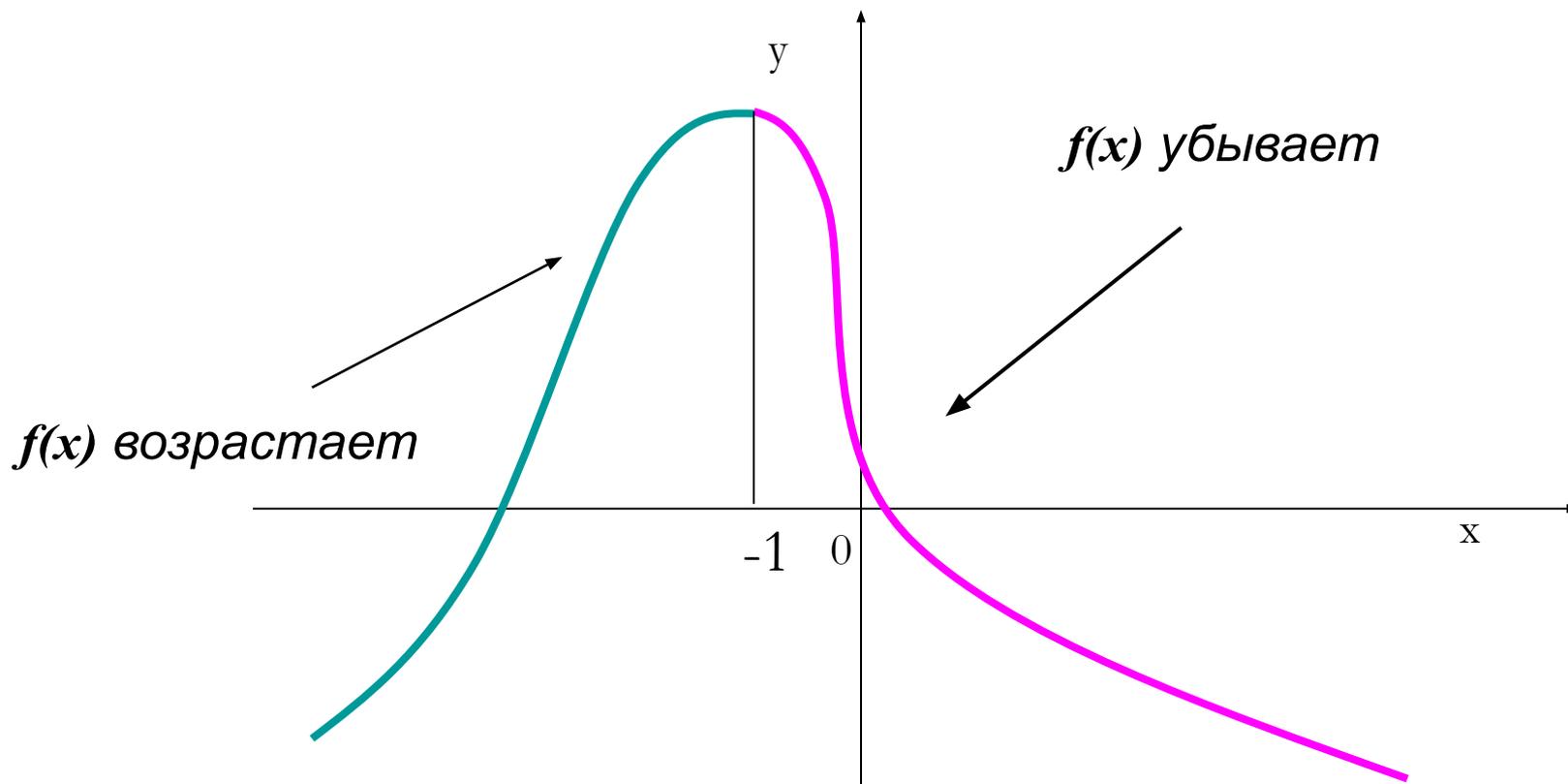
Возрастающая функция



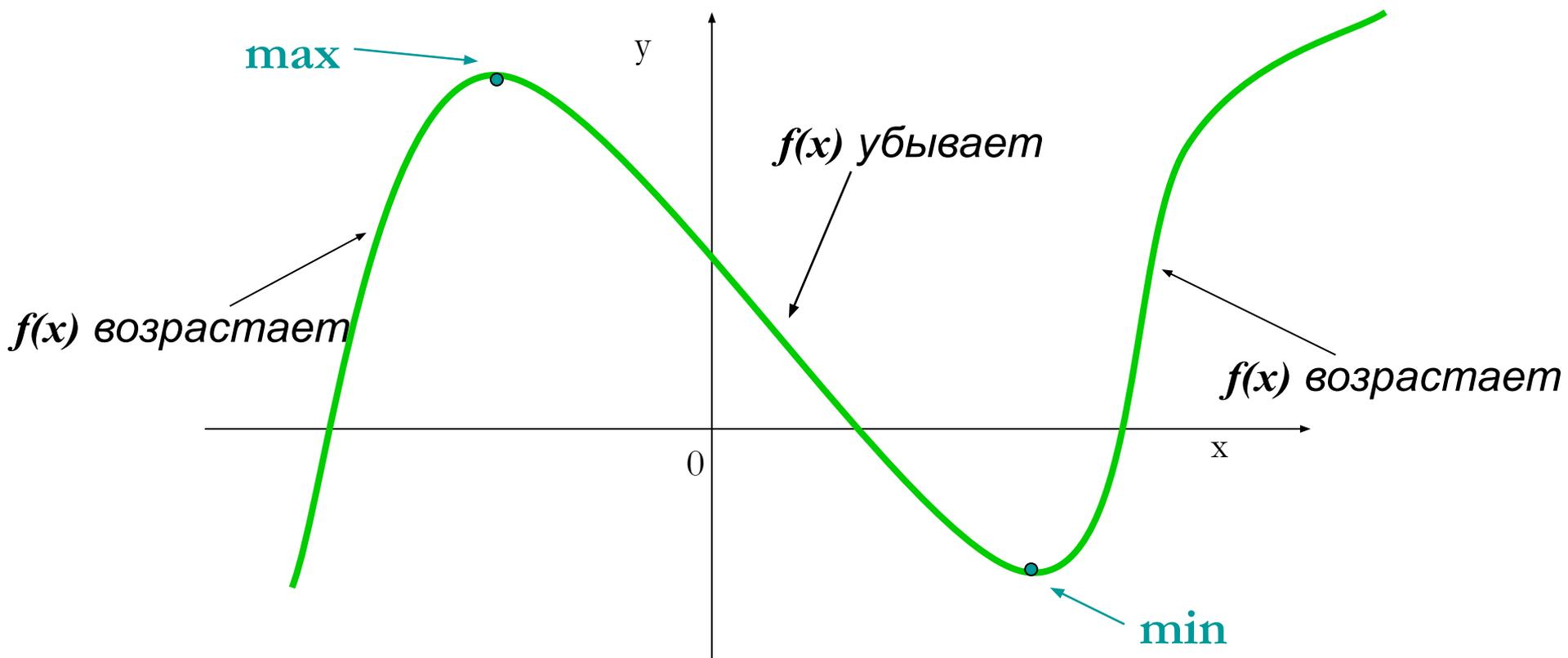
Убывающая функция



Интервалы монотонности функции – это интервалы возрастания или убывания функции



Экстремумы – это максимумы и минимумы функции



Пройдите по ссылкам, посмотрите
2 фрагмента и вспомните
материал первого курса.

<https://resh.edu.ru/subject/lesson/3966/start/201135/>

<https://resh.edu.ru/subject/lesson/3987/main/273814/>

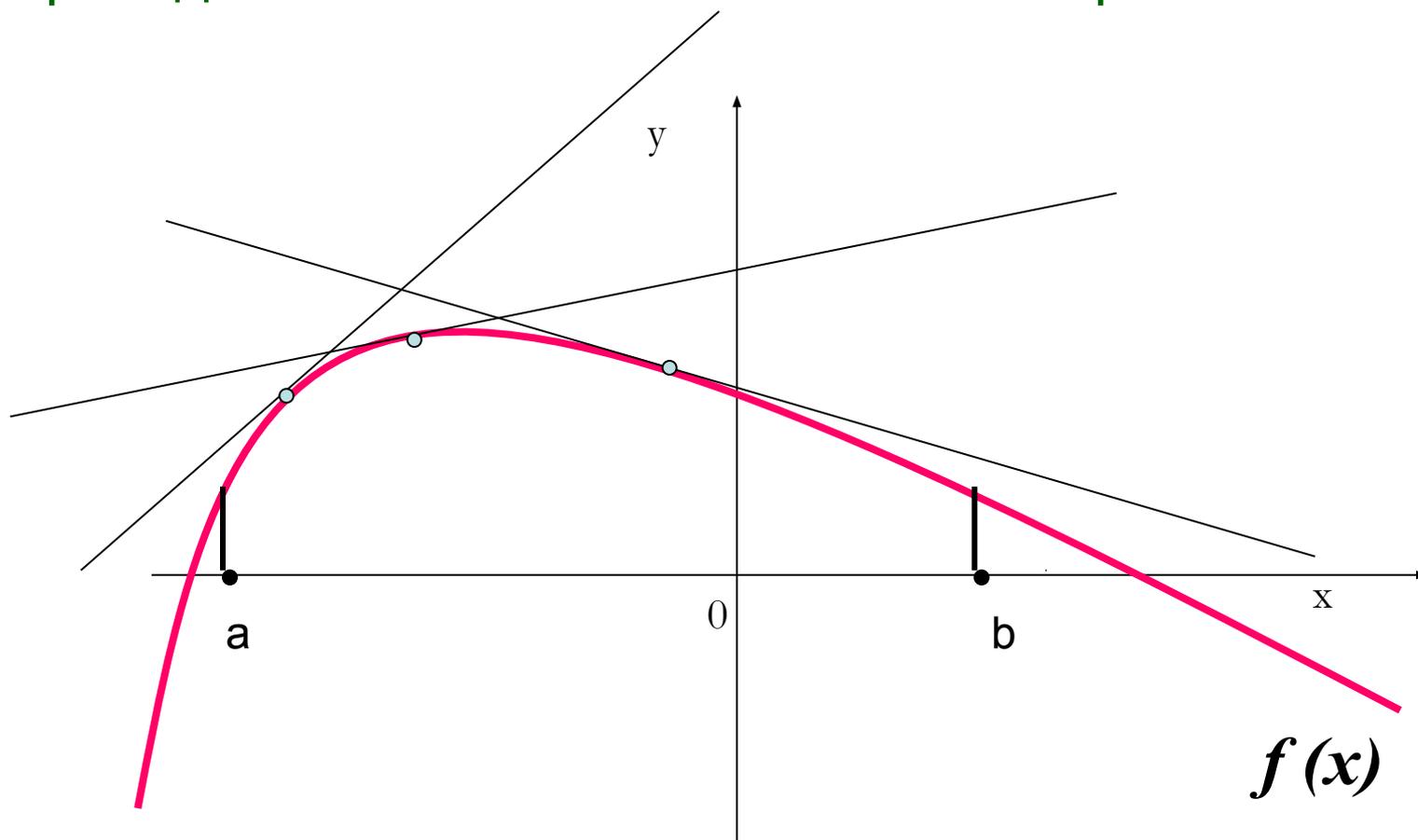
Правило для нахождения промежутков монотонности функции:

1. Найти первую производную функции .
2. Найти нули и точки разрыва .
3. На числовой прямой изобразить нули первой производной.
4. Определить знак в промежутках, на которые разбита область определения точками из п.2
5. На интервале, где >0 – функция возрастает,
На интервале, где <0 – функция убывает.

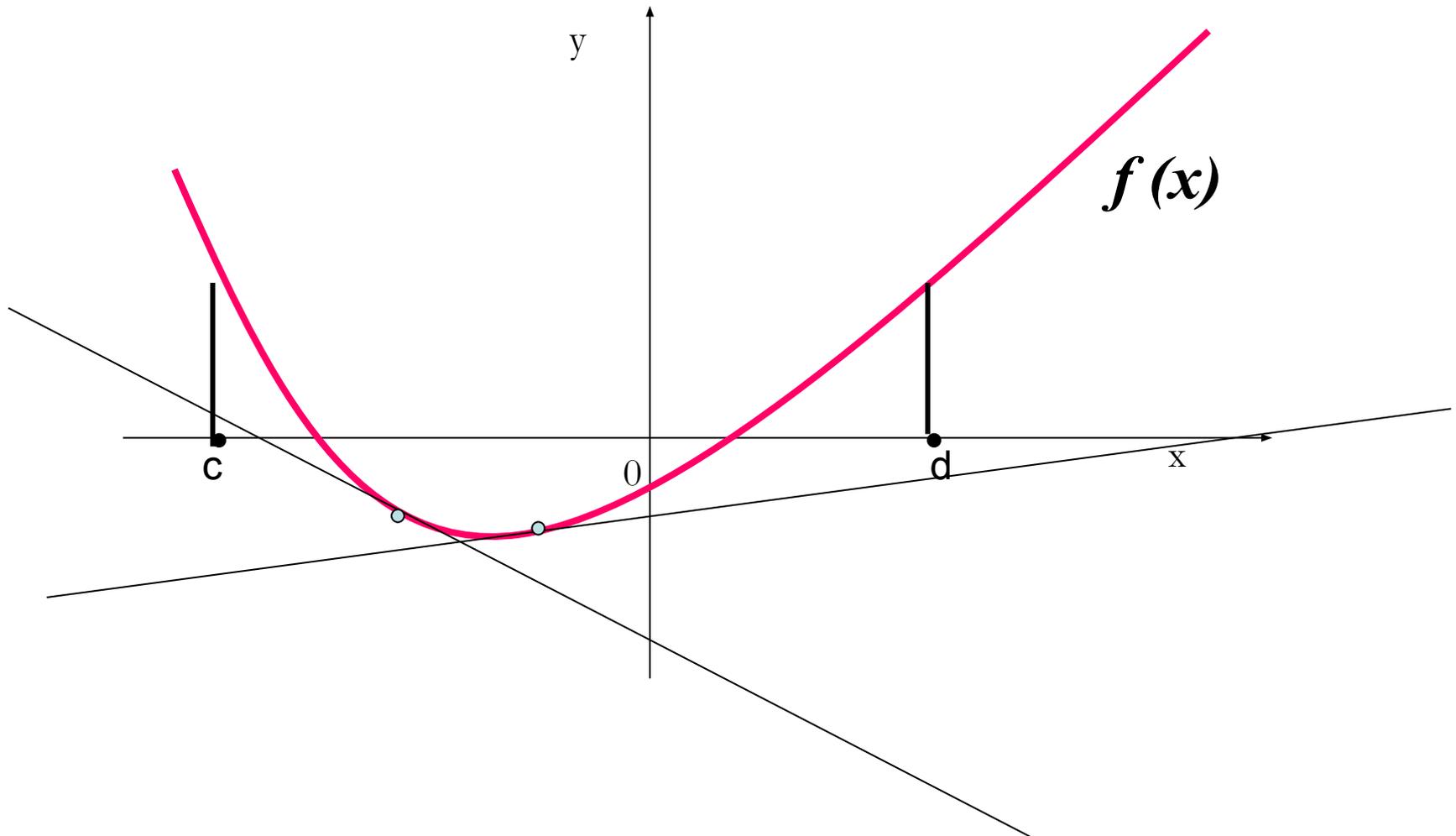
Правило для нахождения экстремумов функции:

1. Найти первую производную функции .
2. Найти нули и точки разрыва . Это и есть точки, подозрительные на экстремум.
3. На числовой прямой изобразить эти точки.
4. Определить знак в промежутках, на которые разбита область определения точками из п.2
5. Если при переходе через точку экстремума знак производной меняется с «+» на «- », то в данной точке **max**.
6. Если при переходе через точку экстремума знак производной меняется с «-» на «+ », то в данной точке **min**.

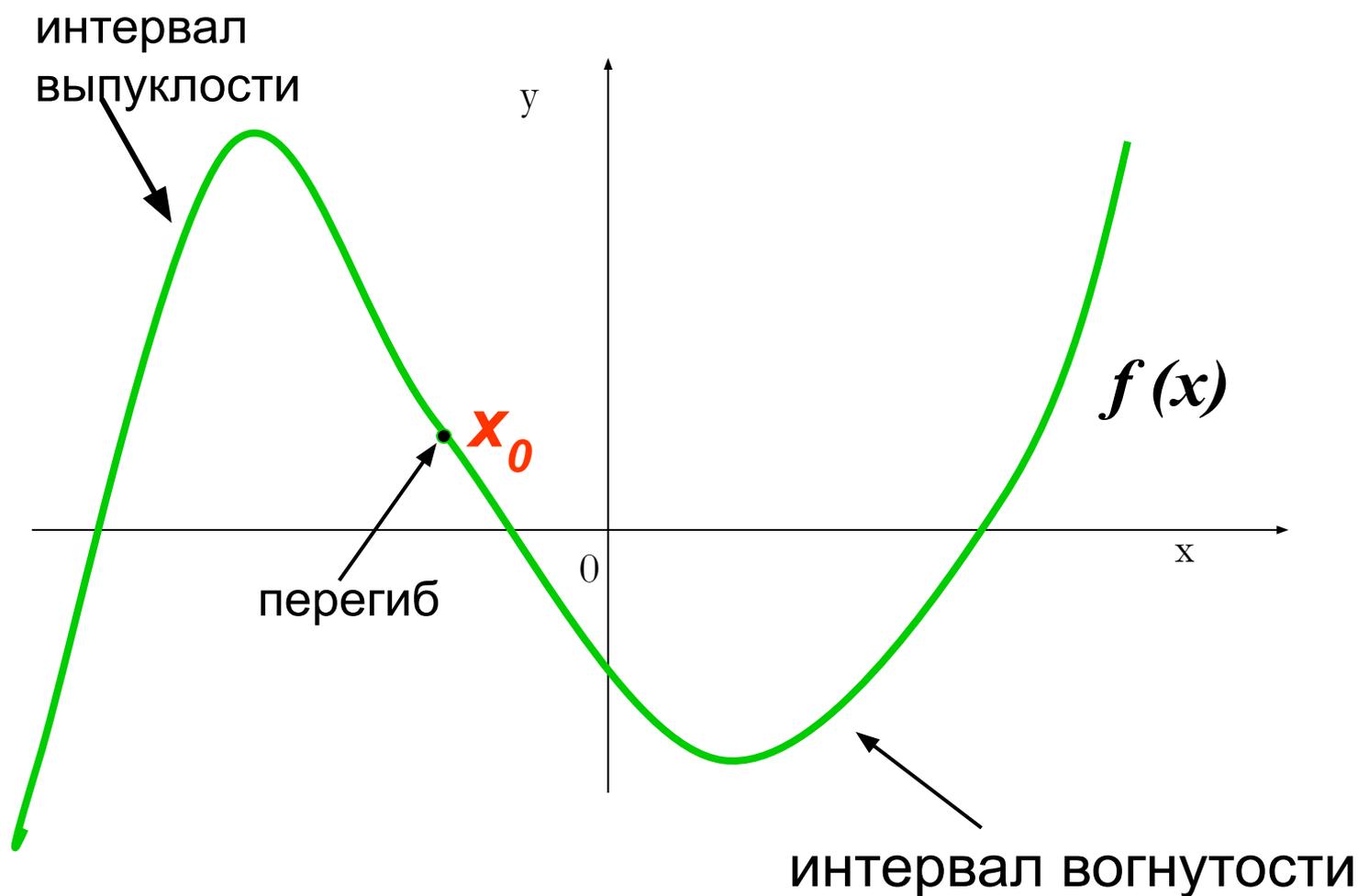
Кривая называется **выпуклой** на интервале $(a;b)$, если она лежит ниже касательной, проведенной в любой точке этого интервала.



Кривая называется **вогнутой** на интервале $(c;d)$, если она лежит выше касательной, проведенной в любой точке этого интервала.



Точкой перегиба графика функции $f(x)$ является точка x_0 , которая отделяет интервал выпуклости от интервала вогнутости.



Признак выпуклости и вогнутости функции

Если $f''(x) > 0$, то на этом интервале функция вогнута

Если $f''(x) < 0$, то на этом интервале функция выпукла.

Признак точки перегиба:

если при переходе через точку x_0 вторая производная меняет знак, то x_0 является точкой перегиба.

Правило нахождения интервалов выпуклости(вогнутости) и точек перегиба

1. Найти область определения функции.
2. Найти первую производную.
3. Найти вторую производную.
4. Найти критические точки - нули второй производной и точки ее разрыва.
5. Разбить область определения на промежутки. Определить знак $f''(x)$ в полученных промежутках.
6. Записать интервалы выпуклости и вогнутости
7. Определить точки перегиба и найти значения функции в них.

Общая схема исследования функции и построение ее графика

1. Найти область определения функции.

2. Периодичность функции

3. Четность/ нечетность функции

Функция является четной, если выполняется условие: $f(x)=f(-x)$,

является нечетной, если выполняется условие $f(-x)=-f(x)$,

4. Найти промежутки знакопостоянства функции.

Для этого найти нули функции . На числовой прямой обозначить полученные точки и найти знаки функции в каждом из полученных интервалов.

5. Найти промежутки монотонности функции (возрастание, убывание) с помощью первой производной.

6. Найти экстремумы функции (максимумы, минимумы)

7. Найти промежутки выпуклости и вогнутости графика функции с помощью второй производной

8. Найти точки перегиба графика.

9. Используя полученные данные, построить график функции.