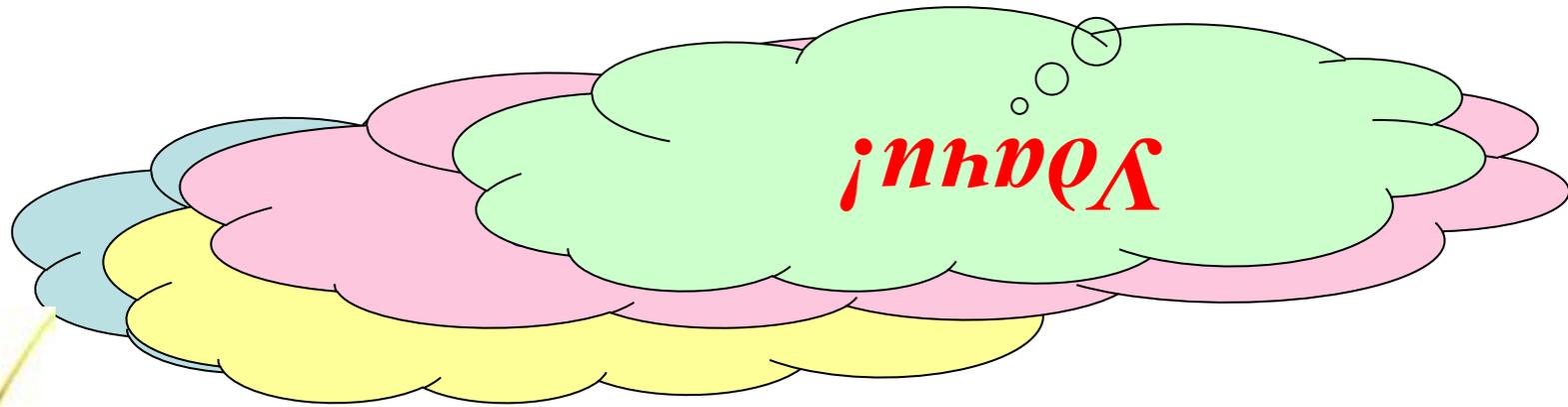


*Учиться можно только
весело...
Чтобы переваривать
знания, надо поглощать
их с аппетитом.*

Анатоль Франс
1844 - 1924



Решение тригонометрических уравнений.

ГБОУ СОШ №654

г.Москва, 20 декабря, 10 класс

Угадайте слово

*Из чисел вы мой первый слог возьмите,
Второй из слова «гордецы».*

*А третьим лошадей вы погоните,
Четвертым будет блянье овцы.*

*Мой пятый слог такой же, как и первый,
Последней буквой в алфавите является
шестой,*

*А если отгадаешь ты все верно,
То в математике раздел получишь ты такой.*

Разминка

- Какие из формул записаны неверно:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x} = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

Проверочная работа.

Вариант 1.

1. Каково будет решение уравнения $\cos x = a$ при $a >$

$\frac{1}{2}$

2. При каком значении a уравнение $\cos x = a$ имеет решение?

3. Какой формулой выражается это решение?

4.

На какой оси откладывается значение a при решении уравнения $\cos x = a$?

Вариант 2.

1. Каково будет решение уравнения $\sin x = a$ при $a >$
 $\frac{1}{2}$

2. При каком значении a уравнение $\sin x = a$ имеет решение?

3. Какой формулой выражается это решение?

4.

На какой оси откладывается значение a при решении уравнения $\sin x = a$?

Проверочная работа.

Вариант 1.

5. Каким будет решение уравнения $\cos x = 1$?

6. Каким будет решение уравнения $\cos x = -1$?

7. Каким будет решение уравнения $\cos x = 0$?

8. Какой формулой выражается решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$?

Вариант 2.

5. Каким будет решение уравнения $\sin x = 1$?

6. Каким будет решение уравнения $\sin x = -1$?

7. Каким будет решение уравнения $\cos x = 0$?

8. Какой формулой выражается решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$?

№	Вариант 1.	Вариант 2.
1.	<i>Нет решения</i>	<i>Нет решения</i>
2.	$ a \leq 1$	$ a \leq 1$
3.	$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi k, k \in Z$
4.	<i>На оси Ox</i>	<i>На оси Oy</i>
5.	$x = 2\pi n, n \in Z$	$x = \pi / 2 + 2\pi k, k \in Z$
6.	$x = \pi + 2\pi n, n \in Z$	$x = -\pi / 2 + 2\pi k, k \in Z$
7.	$x = \pi / 2 + \pi n, n \in Z$	$x = \pi k, k \in Z$
8.	$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in Z$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in Z$

Найди ошибку.

1 ~~$\arcsin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$~~

2 $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$

3 ~~$\arcsin 3 = \arcsin 1 \cdot 3 = \frac{\pi}{4} \cdot 3 = \frac{3\pi}{4}$~~

4 $\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$



Тест

1. $2\cos x = 0$

A. $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$

B. $2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

C. $\pi n, n \in \mathbb{Z};$

D. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$

2. $\sqrt{2} \sin x - 2 = 0$

A. $(-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$

B. $(-1)^k \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$

C. Корней нет;

D. $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

3. $\cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$

A. $\pm \frac{4\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z};$

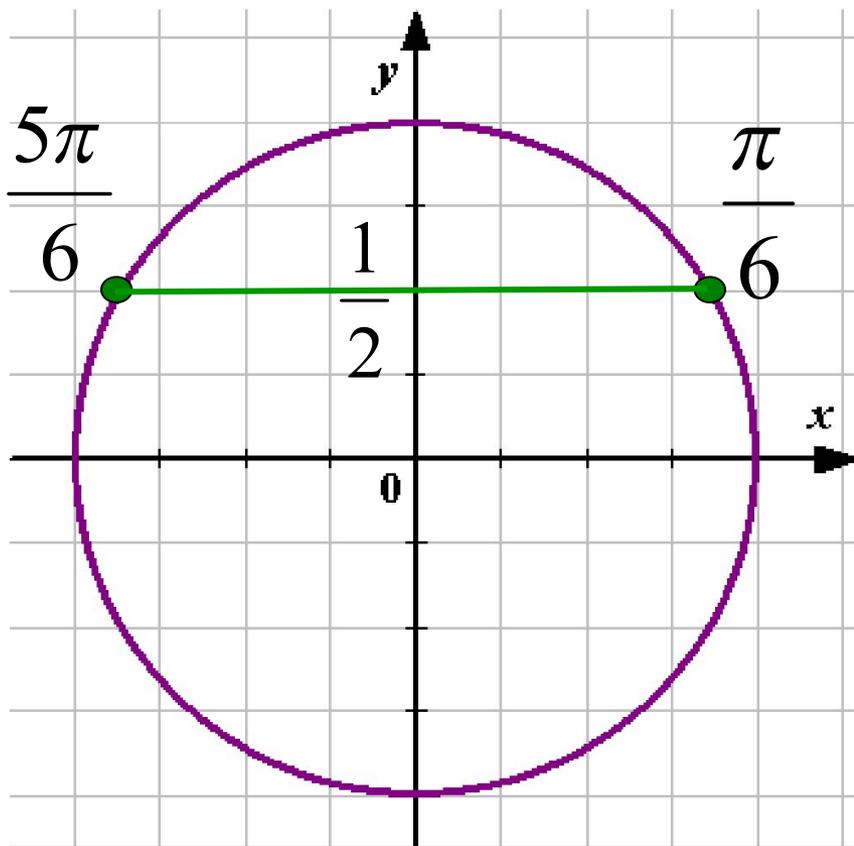
B. $-\frac{4\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z};$

C. $\pm \frac{4\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

D. $\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$

1

Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?



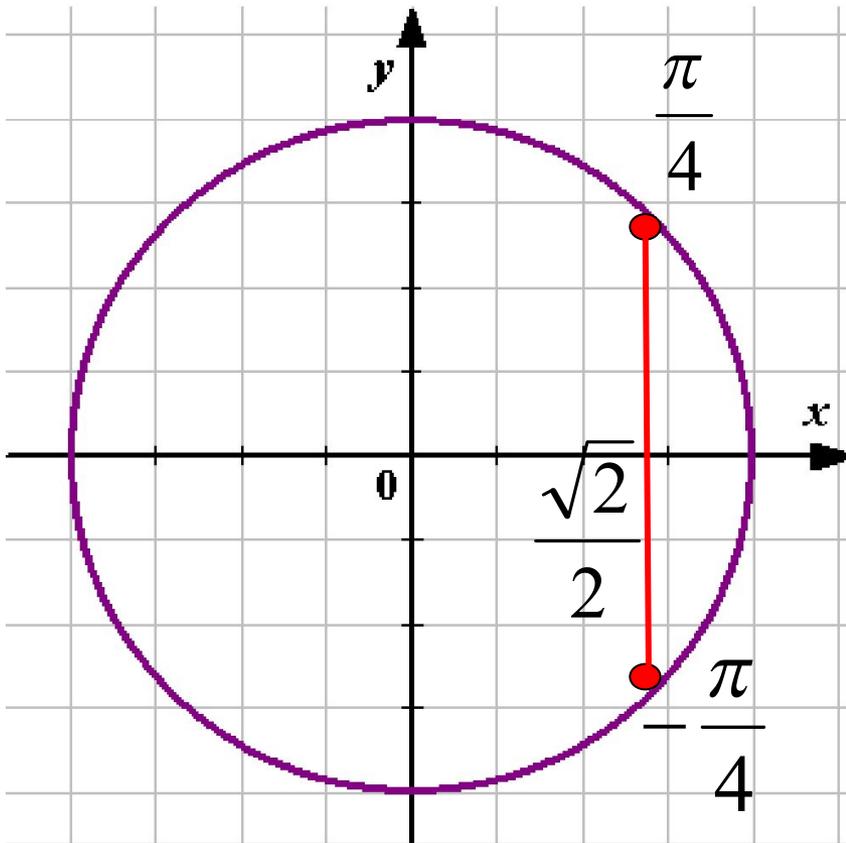
$$\sin x = 1/2$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

2

Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?



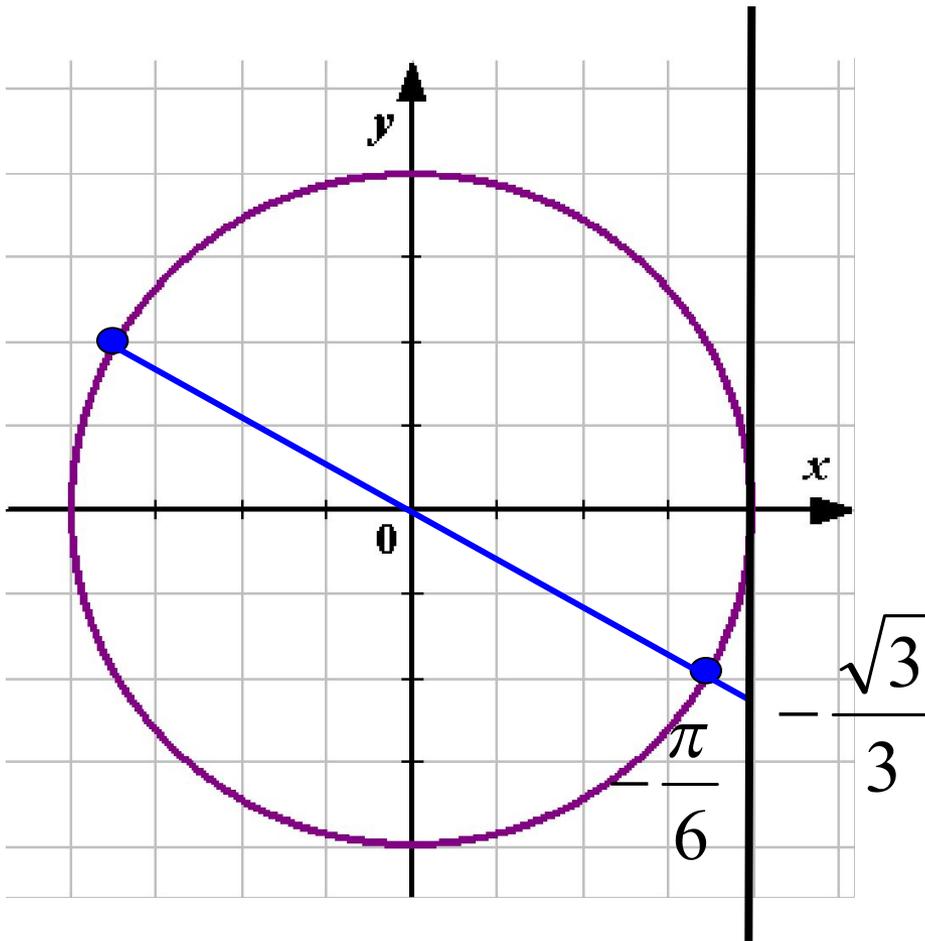
$$\cos x = \sqrt{2}/2$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

3

Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?

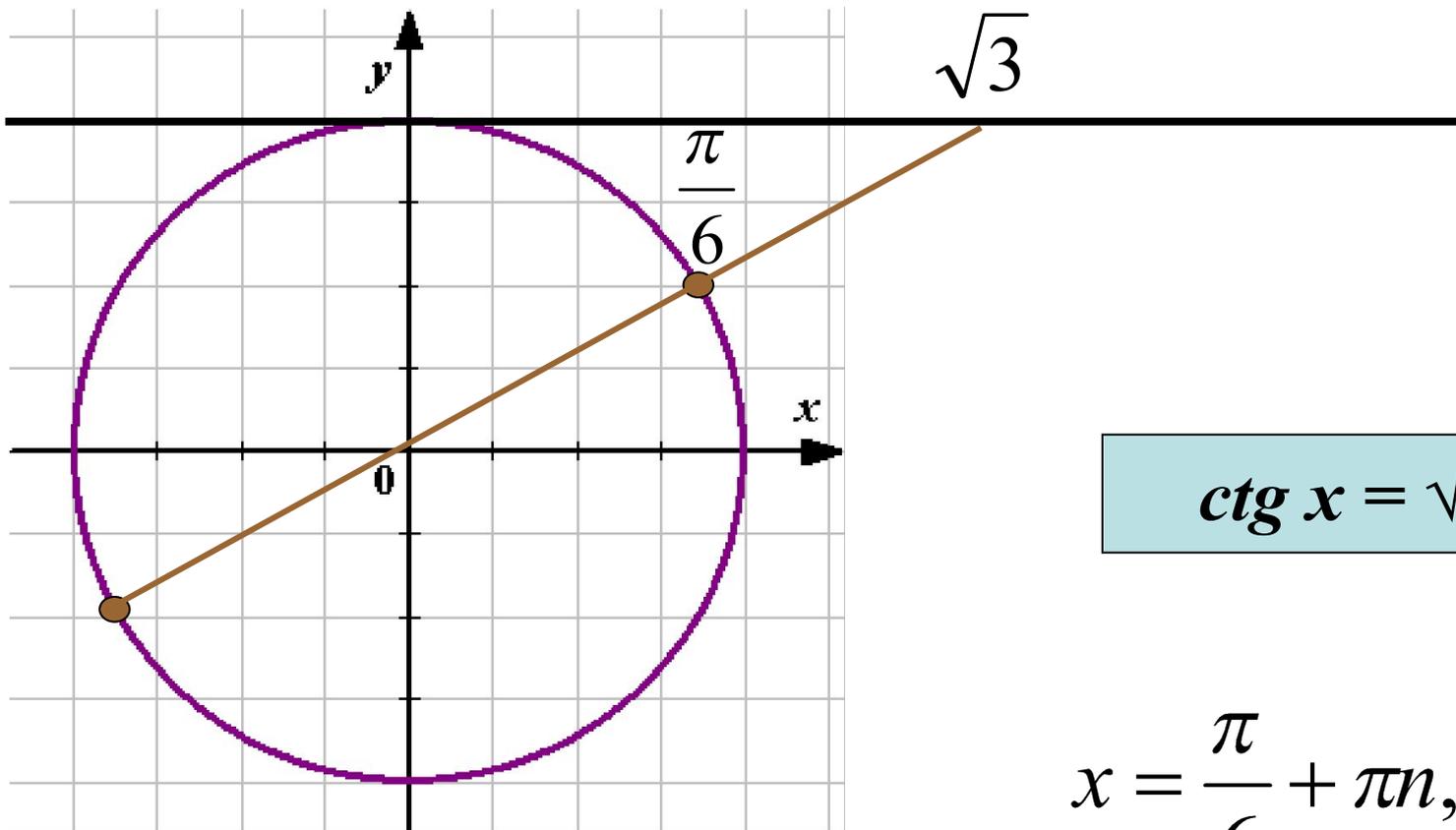


$$\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}/3$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

4

Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?



$$\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

1.Сводимые к квадратным

$$a \cdot \sin^2 x + b \cdot \sin x + c = 0$$

Пусть $\sin x = p$, где $|p| \leq 1$, тогда

$$a \cdot p^2 + b \cdot p + c = 0$$

Найти корни, вернуться к замене и решить простые уравнения.

2.Однородные

1)Первой степени:

$$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = 0$$

Т.к. $\sin x$ и $\cos x$ одновременно не равны нулю, то разделим обе части уравнения на $\cos x$. Получим:
простое уравнение

$$a \cdot \operatorname{tg} x + b = 0 \text{ или } \operatorname{tg} x = m$$

2)Второй степени:

$$a \cdot \sin^2 x + b \cdot \sin x \cdot \cos x + c \cdot \cos^2 x = 0$$

Разделим обе части на $\cos^2 x$.

Получим квадратное уравнение:

$$a \cdot \operatorname{tg}^2 x + b \cdot \operatorname{tg} x + c = 0.$$

Методы решения тригонометрических уравнений.



*Уравнения сводимые
к алгебраическим.*

1: $\cos 2x + \sin^2 x + \sin x = 0,25$

2: $3 \cos 2x - 5 \cos x = 1$

Методы решения тригонометрических уравнений.

*Уравнения сводимые
к алгебраическим*

Разложение на множители

1: $3 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x = 0$

2: $3 \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 0$

Методы решения тригонометрических уравнений.

*Уравнения сводимые
к алгебраическим*

Разложение на множители

*Введение новой переменной
(однородные уравнения)*

1: $3 \cos^2 x - 5 \sin^2 x - \sin 2x = 0$

2: $\cos 2x + \cos^2 x + \sin x \cos x = 0$

Методы решения тригонометрических уравнений.

*Уравнения сводимые
к алгебраическим*

Разложение на множители

*Введение новой переменной
(однородные уравнения)*

*Введение вспомогательного
аргумента.*

1: $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2$ **2:** $\sqrt{2} \cos x + \sqrt{2} \sin x = 1$

Методы решения тригонометрических уравнений.

Уравнения сводимые к алгебраическим

Разложение на множители

Введение новой переменной (однородные уравнения)

Введение вспомогательного аргумента.

Уравнения, решаемые переводом суммы в произведение

1: $\sin x + \sin 3x = 4 \cos^3 x$ 2: $\cos 3x - \cos 5x = \sin 4x$

Решить уравнения

1. $2 \cos^2 x + 3 \sin x = 0$

2. $\sin 2x + \sin x = 0$

3. $(1 - \cos 2x)(\operatorname{tg} x - 1) = 0$

4. $\operatorname{tg} x - 2 \operatorname{ctg} x + 1 = 0$

5. $2 \cos^2 x + 5 \sin x + 1 = 0$

6. $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$

7. $\sin x + \cos x = 1$



- ▣ 1. $\sin x = a$
- ▣ 2. $\cos x = a$
- ▣ 3. $\operatorname{tg} x = a$
- ▣ 4. $\operatorname{ctg} x = a$
- ▣ 5. $\sin x = 1$
- ▣ 6. $\cos x = 1$
- ▣ 7. $\sin x = -1$
- ▣ 8. $\cos x = -1$
- ▣ 9. $\sin x = 0$
- ▣ 10. $\cos x = 0$

Е $X = \pm \arccos a + 2\Pi n$

О $x = \Pi/2 + 2\Pi n$

Р $X = 2\Pi n$

В $X = (-1)^n \arcsin a + \Pi n$

Е $X = -\Pi/2 + 2\Pi n$

Р $X = \operatorname{arctg} a + \Pi n$

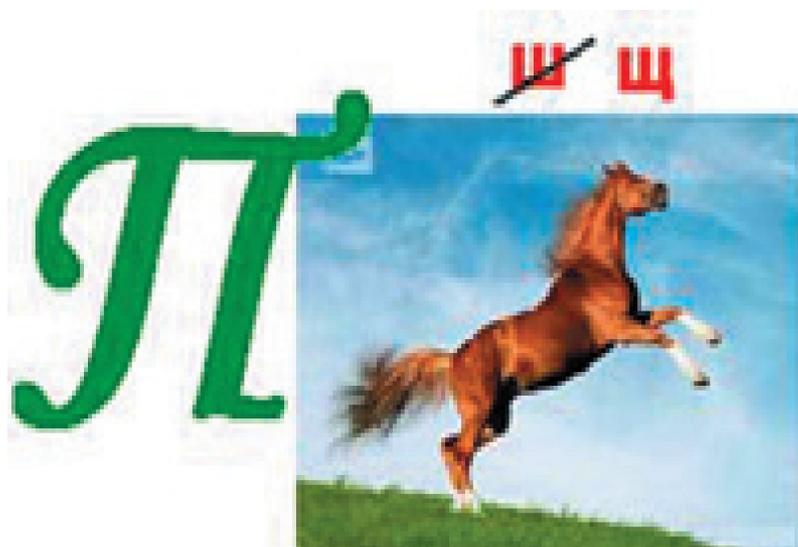
Ш $X = \Pi + 2\Pi n$

Л $x = \Pi n$

Н $X = \operatorname{arcctg} a + \Pi n$

И $X = \Pi/2 + \Pi n$

Ребусы



. . . — это _____ ... — это _____

Подсказка. Если около рисунка стоит зачеркнутая буква и рядом с ней написана другая, то это значит, что в слове нужно произвести замену одной буквы на другую.

Предлагаю задания, связанные с символом наступающего 2014 года.
2014 год - год синей деревянной лошади. Этот год несет в себе
динамизм и напористость, сочетание расчетливости и огненной
страсти.

- **Лошадь гнедой масти**
- Корпус и голова коричневого окраса различных оттенков.
- Хвост, грива и конечности ниже скакательных и запястных
- суставов — черные. На корпусе тоже присутствует
- небольшая примесь черных волос.
- **Задача № 1.** Умер старик и оставил трем своим сыновьям
- 17 лошадей. А перед смертью распорядился,
- чтобы они поделили табун так, чтобы
- старший взял половину всех лошадей,
- средний — треть и младший — девятую часть
- всех лошадей. Старик умер и оставил 17 лошадей.
- Начали сыновья дележ, но число 17 не делится
- ни на 2, ни на 3, ни на 9. Как им быть?
- Обратились братья к мудрецу. Тот приехал к ним
- на собственной лошади и разделил все по завещанию.
- Как он это сделал?



 Понял! Уроком доволен.	 Не совсем понял, хочу понять.	 Ни чего не понял.	 И не хочу понимать!	Ваши предложения.
---	--	---	---	----------------------



Спасибо за урок!