

Формула Шеннона

Формула для вычислений количества информации в случае различных вероятностей событий предложил К.Шеннон в 1948 году.

$$I = - \sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i$$

I-количество информации

N-количество возможных событий

P_i-вероятность i-го события.

Этот подход к определению количества информации называется **вероятностным**.

Если события равновероятны, то количество информации, которое мы получаем, достигает максимального значения и формула имеет вид:

$$I = \log_2 N$$



Количественная зависимость между вероятностью события (p) и количеством информации в сообщении о нем (i) выражается формулой:

$$i = \log_2(1/p)$$

Практическое задание «Определение количества информации».

В непрозрачном мешочке хранятся 10 белых, 20 красных, 30 синих и 40 зеленых шариков. Какое количество информации будет содержать зрительное сообщение о цвете вынутого шарика?

Так как количество шариков различных цветов неодинаково, то вероятности зрительных сообщений о цвете вынутого из мешочка шарика также различаются и равны количеству шариков данного цвета, деленному на общее количество шариков:

$$p_б = 0,1; p_к = 0,2; p_з = 0,3; p_с = 0,4.$$



События неравновероятны, поэтому для определения количества информации, содержащейся в сообщении о цвете шарика, воспользуемся формулой Шеннона:

$$I = -(0,1 \times \log_2 0,1 + 0,2 \times \log_2 0,2 + 0,3 \times \log_2 0,3 + 0,4 \times \log_2 0,4) \text{ бит.}$$

Для вычисления этого выражения, содержащего логарифмы, воспользуемся компьютерным калькулятором. (*Ответ запишите в тетрадь*)

Задание «Бросание пирамидки»

Определить количество информации, которое мы получаем в результате бросания несимметричной и симметричной пирамидок.

При бросании несимметричной четырехгранной пирамидки вероятности отдельных событий равны:

$$P_1 = \frac{1}{2}, P_2 = \frac{1}{4}, P_3 = \frac{1}{8}, P_4 = \frac{1}{8}.$$

Количество информации, которое мы получим после бросания несимметричной пирамидки, можно рассчитать по формуле Шеннона:

$$\begin{aligned} I &= - \left(\frac{1}{2} \times \log_2 \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \log_2 \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \times \log_2 \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \times \log_2 \frac{1}{8} \right) \text{ бит} = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \times \log_2 2 + \frac{1}{4} \times \log_2 4 + \frac{1}{8} \times \log_2 8 + \frac{1}{8} \times \log_2 8 \right) \text{ бит} = \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} \right) \text{ бит} = \frac{14}{8} \text{ бит} = 1,75 \text{ бит}. \end{aligned}$$

При бросании симметричной четырехгранной пирамидки вероятности отдельных событий равны между собой:

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = \frac{1}{4}.$$



Количество информации, которое мы получим после бросания симметричной пирамидки, можно рассчитать по формуле Шеннона:

$$I = \log_2 4 = 2 \text{ бит.}$$

Таким образом, при бросании симметричной пирамидки, когда события равновероятны, мы получим большее количество информации (2 бита), чем при бросании несимметричной пирамидки, когда события неравновероятны (1,75 бита).