Случайные события и их вероятность

Всякий результат, полученный в процессе наблюдения или эксперимента, будем называть событием

Событие, которое может произойти, а может и не произойти, называется случайным событием

Закономерности случайных событий изучает специальный раздел математики, который называется –
теорией вероятностей

Классическая вероятностная схема

Чтобы найти вероятность события А при проведении некоторого испытания, необходимо:

Найти число N всех возможных исходов данного испытания;

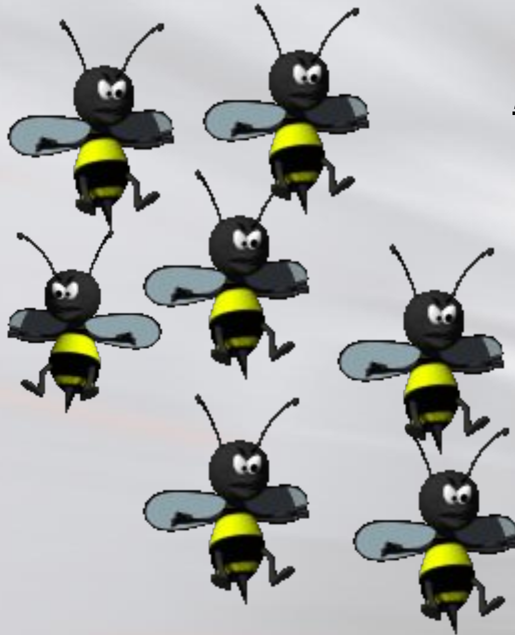
Найти количеств N (A) тех исходов испытания, при которых произойдёт событие А;

Найти частное $\frac{N(A)}{N}$ **; оно и будет равно вероятности события А**

Вероятность события А принято обозначать Р(А)

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

Задача. ***Семь пчел вылетели из улья. Какова вероятность того, что две определенных пчелы будут лететь рядом?***



Решение: Пусть А – событие, состоящее в том, что два определенных человека будут сидеть рядом. Тогда число всевозможных исходов

$$n = P_7 = 7! = 5040.$$

Число благоприятных исходов

$$m = 6 \cdot 2 \cdot 5! = 1440.$$

$$p(A) = \frac{1440}{5040} \approx 0{,}29.$$

Ответ: $p(A) \approx 0{,}29.$

Буквы т м

классическое определение вероятности

Вероятностью события А при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие А, к общему числу (равновозможных между собой) исходов этого испытания.

Какова вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет:

а) одно очко; б) более 3 очков?

а) P= $\frac{1}{6}$

б) больше трех очков, т.е. 4, 5, 6. значит **P=** $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

Теорема 1 (правило суммы)

Если множество А состоит из n элементов, множество В состоит из k элементов, а пересечение А ∩ В Состоит из m элементов, то объединение А U В состоит Из (n+k-m) элементов

Определение

Суммой событий А и В называется событие, которое наступает в том и только в том случае, когда происходит или событие А, или событие В. Обозначение : А + В.

Произведением двух событий А и В называется событие, которое наступает в том и только в том случае, когда одновременно происходят и событие А, и событие В. Обозначение : АВ.

Событием, *противоположным событию А, называется событие, обозначаемое А и состоящее в том, что в результате опыта событие А не наступит.*

Теорема2 (о вероятности суммы событий)

Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность произведения этих событий.

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Следствие 1

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Следствие 2

Вероятность суммы конечного числа попарно несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

Задача. В ящике лежат мячи: 4 белых, 10 красных, 8 зеленых, 9 коричневых. Из ящика вынимают один мяч. Пользуясь теоремой сложения вероятностей определить, какова вероятность, что мяч окажется цветным (не белым) ?

Решение:

Всего в ящике лежит N=4+10+8+9=31 мяч.

Вероятность вытащить красный мяч

$$P_{кр} = \frac{M_{кр}}{N} = \frac{10}{31} \approx 0{,}3226$$

Вероятность вытащить зеленый мяч

$$P_{з} = \frac{M_{з}}{N} = \frac{8}{31} \approx 0{,}2581$$

Вероятность вытащить коричневый мяч

$$P_{кор} = \frac{M_{кор}}{N} = \frac{9}{31} \approx 0{,}2903$$

Т.к. эти три события несовместны, то пользуясь теоремой сложения вероятностей определим вероятность того, что мяч окажется цветным (не белым):

$$P = P_{КР} + P_{З} + P_{КОР} = 0{,}3226 + 0{,}2581 + 0{,}2903 = 0{,}871$$

Задача *Вероятность попадания в мишень для первого стрелка 0,8, а для второго – 0,6. Стрелки независимо друг от друга сделают по одному выстрелу Какова вероятность того, что в мишень попадет хотя бы один из стрелков?*

Решение.

Введем обозначения: *событие А – попадание в мишень первого* стрелка, событие *В – попадание второго стрелка, событие С – попадание хотя* бы одного из стрелков.

Тогда, очевидно: ***С = А + В***. *Поскольку события А и В* совместны, то по теореме сложения вероятностей имеем:

$$P(C) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

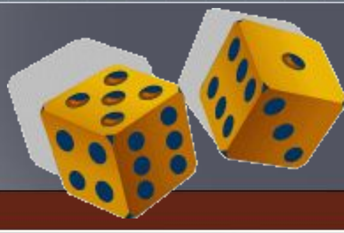
а, учитывая независимость событий *А и В, получаем*

$$P(C) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) .$$

Подставляя из условия задачи, что

Р(А) = 0,8, Р(В) = 0,6, получаем:

Р(С) = 0,8 + 0,6 – 0,8 0,6 = 0,92.



Следствие 3

Сумма вероятности события и вероятности противоположного ему события равна единице

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1$$

Следствие 4

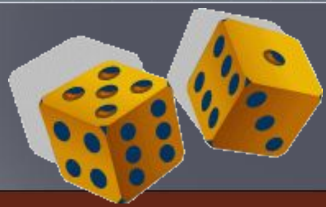
Для нахождения вероятности противоположного события следует из единицы вычесть вероятность самого события

$$P(A) = 1 – P(\overline{A})$$

Следствие 5

Если из единицы вычесть вероятность противоположного события, то получится вероятность самого события

$$P(A) = 1 – P(\overline{A})$$



Теорема 3

Пусть р – вероятность события А в некотором испытании и пусть это испытание независимым образом повторяют n раз. Тогда:

1) *Вероятность того, что событие А наступит в каждом из n повторений, равна р n степень;*

2) *Вероятность того , что событие А наступит хотя бы в одном из n повторений, равна 1 – (1 – р)n степ*


случайностей не бывает