Извлечение квадратных корней из больших чисел без калькулятора

Исполнитель: Лев Соколов, МКОУ «Тугулымская В(С)ОШ»,8 класс

Руководитель: Сидорова Татьяна Николаевна I категория, учитель математики

р.п. Тугулым

Правильному применению методов можно научиться, применяя и на разнообразных примерах.

Г. Цейтен

Цель работы: найти и показать те способы извлечения квадратных корней, которыми можно будет воспользоваться, не имея под рукой калькулятора.

Задачи:

- Изучить литературу по данному вопросу.
- Рассмотреть особенности каждого найденного способа и его алгоритм.
- Показать практическое применение полученных знаний и оценить степень сложности в использовании различных способов и алгоритмов.
- Создать мини-книжечку по самым интересным алгоритмам.

Объект исследования: квадратные корни

Предмет исследования: способы извлечения квадратных корней без калькулятора.

Методы исследования:

Поиск способов и алгоритмов извлечения квадратных корней из больших чисел без калькулятора.

Сравнение найденных способов.

Анализ полученных способов.

Способы извлечения квадратного корня:

1. Способ разложения на простые множители
2. Извлечение квадратного корня уголком
3. Способ использования таблицы квадратов двузначных чисел
4. Формула Древнего Вавилона
5. Способ отбрасывания полного квадрата
6. Канадский метод
7. Метод подбора угадыванием
8. Метод вычетов нечётного числа

Способ разложения на простые множители

Для извлечения квадратного корня можно разложить число на простые множители и извлечь квадратный корень из произведения.

$$\begin{array}{r|l} 3136 & 2 \\ 1568 & 2 \\ 784 & 2 \\ 392 & 2 \\ 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 7056 & 2 \\ 3528 & 2 \\ 1764 & 2 \\ 882 & 2 \\ 441 & 3 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 209764 & 2 \\ 104882 & 2 \\ 52441 & 229 \\ 229 & 229 \end{array}$$

$$\sqrt{209764} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 52441} = \\ = \sqrt{2^2 \cdot 229^2} = 458.$$

$$\sqrt{3136} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 7^2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 56.$$

$$\sqrt{7056} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 84.$$

Не всегда легко можно разложить,
чаще до конца не извлекается,
занимает много времени.

Формула Древнего Вавилона (Вавилонский метод)

Алгоритм извлечения квадратного корня древневавилонским способом.

1. Представить число **c** в виде суммы a^2+b, где a^2 ближайший к числу **c** точный квадрат натурального числа a ($a^2 \approx c$);
2. Приближенное значение корня вычисляется по формуле:

$$\boxed{\sqrt{c} = \sqrt{a^2 + b} = a + \frac{b}{2a}}$$

Пример 1: вычислить $\sqrt{1700}$

Решение: 1700 = 1600 + 100 = 40^2 + 100,

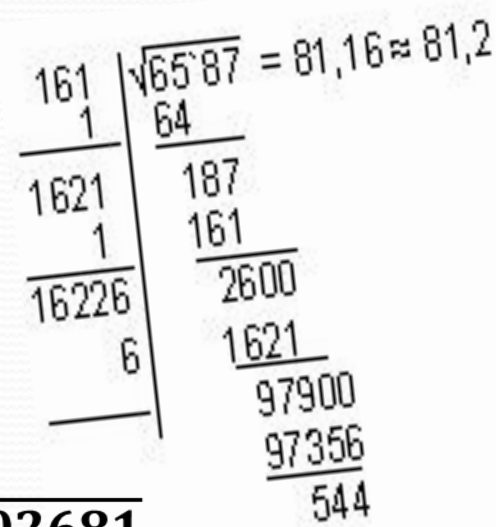
$$\sqrt{1700} = \sqrt{1600 + 100} = 40 + \frac{100}{80} = 41,25.$$

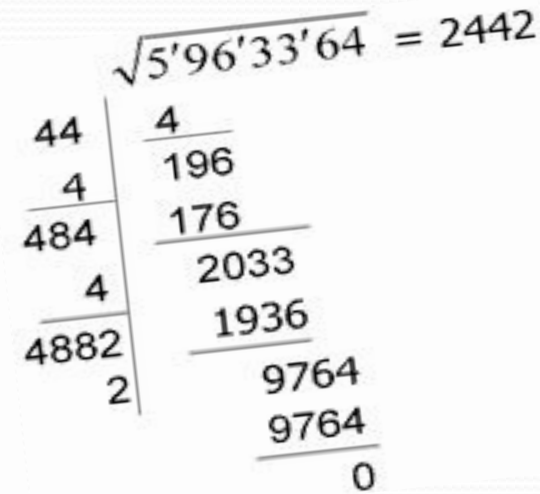
$$\sqrt{28} = \sqrt{5^2 + 3} \approx 5 + \frac{3}{2 \cdot 5} = 5,3$$

Результат извлечения корня с помощью калькулятора равен 5,292.

Извлечение квадратного корня уголком

Способ почти универсальный, так как применим к любым числам, но составление ребуса (угадывание цифры на конце числа) требует логики и хороших вычислительных навыков столбиком.





Пример 2: **вычислить** $\sqrt{502681}$

Решение:

502681=50.26.81

7^2=49<50

140· 0 = 0 < 126

1409· 9 = 12681

				√	5	0	2	6	8	1	=	7	0	9
				-	4	9								
	1	4	0			1	2	6						
			0		-			0						
1	4	0	9			1	2	6	8	1				
			9		-	1	2	6	8	1				
										0				

Алгоритм извлечения квадратного корня уголком

1. Разбиваем число (5963364) на пары справа налево (5`96`33`64)
2. Извлекаем квадратный корень из первой слева группы (- число 2). Так мы получаем первую цифру числа.
3. Находим квадрат первой цифры (2^2=4).
4. Находим разность первой группы и квадрата первой цифры (5-4=1).
5.Сносим следующие две цифры (получили число 196).
6. Удваиваем первую, найденную нами цифру, записываем слева за чертой (2*2=4).
7.Теперь необходимо найти вторую цифру числа: удвоенная первая цифра, найденная нами, становится цифрой десятков числа, при умножении которого на число единиц, необходимо получить число меньшее 196 (это цифра 4, 44*4=176). 4 - вторая цифра числа &.
8. Находим разность (196-176=20).
9. Сносим следующую группу (получаем число 2033).
10. Удваиваем число 24, получаем 48.
11. 48 десятков в числе, при умножении которого на число единиц, мы должны получить число меньшее 2033 (484*4=1936). Найденная нами цифра единиц (4) и есть третья цифра числа. Далее процесс повторяется.

Метод вычетов нечётного числа (арифметический способ)

Алгоритм извлечения квадратного корня:

1. *Вычитать нечётные числа по порядку, пока остаток не станет меньше следующего вычитаемого числа или равен нулю.*
2. *Подсчитать количество выполненных действий – это число есть целаячасть числа извлекаемого квадратного корня.*

Пример 1: вычислить $\sqrt{9}$

1. 9 – 1 = 8; 8 – 3 = 5; 5 – 5 = 0.
2. *Выполнено 3 действия* $\Rightarrow \sqrt{9} = 3$

$1=1^2$

$1+3=2^2$

$1+3+5=3^2$

$1+3+5+7=4^2$

Пример 2: вычислить $\sqrt{12}$

1. 12-1=11; 11-3=8; 8-5=3; 3<7
2. Выполнено 3 действия $\Rightarrow \sqrt{12} \approx 3$

1

36 - 1 = 35 - 3 = 32 - 5 = 27 - 7 = 20 - 9 = 11 - 11 = 0

общее количество вычитаний = 6, поэтому квадратный корень из 36 = 6.

121 – 1 = 120 - 3 = 117- 5 = 112 - 7 = 105 - 9 = 96 -11 = 85 – 13 = 72 - 15 = 57 – 17 = 40 -19 = 21 - 21 = 0

Общее количество вычитаний = 11, поэтому квадратный корень из 121 = 11.

5963364 = ???

Российские учёные «за глаза» называют его «методом черепахи» из-за его медлительности. Он неудобен для больших чисел.

Теоретическая значимость исследования – систематизированы основные методы извлечения квадратных корней.

Практическая значимость: в создании мини-книжечки, содержащей опорную схему извлечения квадратных корней различными способами.

Спасибо за внимание!