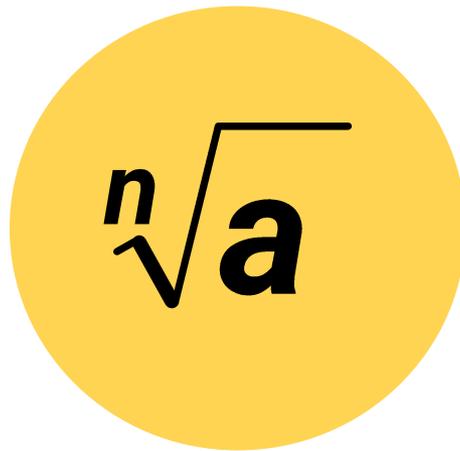


Корень n-ой степени


$$\sqrt[n]{a}$$

Понятие корня n -ой степени

Корнем n -ой степени из неотрицательного числа a ($n = 2, 3, 4, 5, \dots$) называют такое неотрицательное число, при возведении которого в степень n получается число a .

$$\sqrt[n]{a} = b, \quad b^n = a, \quad \text{где } a \geq 0, \quad b \geq 0, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n > 1$$

Число a называют *подкоренным числом*,
а число n – *показателем корня*

Примеры

$$1) \quad \sqrt[3]{27} = 3; \quad 3^3 = 27$$

$$2) \quad \sqrt[4]{256} = 4; \quad 4^4 = 256$$

$$3) \quad \sqrt[5]{0,00243} = 0,3; \quad 0,3^5 = 0,00243$$

$$4) \quad \sqrt[3]{1000000} = 100; \quad 100^3 = 1000000$$

$$5) \quad \sqrt[3]{64000} = 40; \quad 40^3 = 64000$$

$$6) \quad \sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$$

Свойства корня n -ой степени

(для $n \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{N}$, $n > 1$, $k > 1$)

$$1^\circ \quad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}, \quad \text{где } a \geq 0, b \geq 0$$

$$2^\circ \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad \text{где } a \geq 0, b > 0$$

$$3^\circ \quad (\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}, \quad \text{где } a \geq 0$$

$$4^\circ \quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}, \quad \text{где } a \geq 0$$

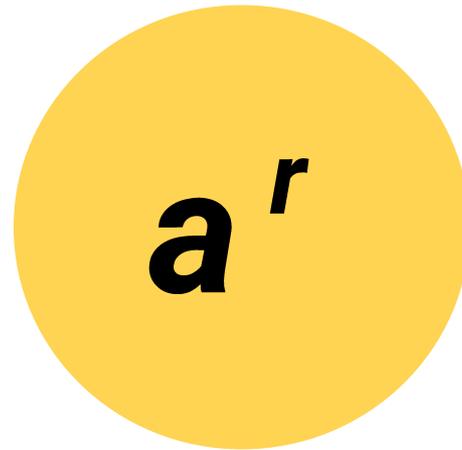
$$5^\circ \quad \sqrt[np]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^k}, \quad \text{где } a \geq 0$$

$$6^\circ \quad \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n - \text{четно} \\ a, & n - \text{нечетно} \end{cases}$$

$$7^\circ \quad \sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}, \quad n - \text{нечетно}$$

$$8^\circ \quad a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k}, \quad \text{где } a \geq 0$$

Степень с рациональным показателем


$$a^r$$

Понятие степени с рациональным показателем

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}, \quad \text{где } a \geq 0, q \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{Z}$$

Примеры

$$1) \quad 5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$$

$$2) \quad 12^{1,4} = 12^{\frac{7}{5}} = \sqrt[5]{12^7}$$

$$3) \quad \left(\frac{4}{9}\right)^{-2\frac{2}{5}} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{12}{5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{4}{9}\right)^{-12}} = \sqrt[5]{\left(\frac{9}{4}\right)^{12}}$$

Свойства степени с рациональным показателем (для $n \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{R}$)

$$1^\circ a^0 = 1, \text{ где } a \neq 0$$

$$2^\circ a^1 = a$$

$$3^\circ a^{-1} = \frac{1}{a}, \text{ где } a \neq 0$$

$$4^\circ a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ где } a \neq 0$$

$$5^\circ a^n \cdot a^k = a^{n+k}$$

$$6^\circ \frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}, \text{ где } a \neq 0$$

$$7^\circ (a^n)^k = a^{nk}$$

$$8^\circ a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$9^\circ \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \text{ где } b \neq 0$$

$$10^\circ \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, \text{ где } a \neq 0, b \neq 0$$

Задания открытого банка задач

4. Найдите значение выражения $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$.

Решение.

$$5^{0,36} \cdot 25^{0,32} = 5^{0,36} \cdot (5^2)^{0,32} = 5^{0,36} \cdot 5^{0,64} = 5^{0,36+0,64} = 5^1 = 5.$$

5. Найдите значение выражения $\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}}$.

Решение.

$$\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}} = \frac{3^{6,5}}{(3^2)^{2,25}} = \frac{3^{6,5}}{3^{4,5}} = 3^{6,5-4,5} = 3^2 = 9.$$

6. Найдите значение выражения $7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}}$.

Решение.

$$7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}} = 7^{\frac{4}{9}} \cdot (7^2)^{\frac{5}{18}} = 7^{\frac{4}{9}} \cdot 7^{\frac{5}{9}} = 7^{\frac{4}{9} + \frac{5}{9}} = 7^{\frac{9}{9}} = 7^1 = 7.$$

Задания открытого банка задач

7. Найдите значение выражения $\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}}$.

Решение.

$$\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}} = \frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{(2 \cdot 3)^{4,5}} = \frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{2^{4,5} \cdot 3^{4,5}} = 2^{3,5-4,5} \cdot 3^{5,5-4,5} = 2^{-1} \cdot 3^1 = \frac{3}{2} = 1,5.$$

8. Найдите значение выражения $35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7}$.

Решение.

$$\begin{aligned} 35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7} &= (5 \cdot 7)^{-4,7} \cdot 7^{5,7} \cdot 5^{3,7} = 5^{-4,7} \cdot 7^{-4,7} \cdot 7^{5,7} \cdot 5^{3,7} = \\ &= 5^{-4,7+3,7} \cdot 7^{-4,7+5,7} = 5^{-1} \cdot 7^1 = \frac{7}{5} = 1,4. \end{aligned}$$

9. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}} = \sqrt{\frac{2,8 \cdot 4,2}{0,24}} = \sqrt{\frac{28 \cdot 42}{24}} = \sqrt{49} = 7.$$

Задания открытого банка задач

10. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}}$.

Решение.

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}} = \left(\sqrt{\frac{27}{7}} - \sqrt{\frac{12}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}} = \left(\sqrt{\frac{27}{7}} - \sqrt{\frac{12}{7}}\right) \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} = \\ & = \sqrt{\frac{27}{7}} \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} - \sqrt{\frac{12}{7}} \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} = \sqrt{\frac{27 \cdot 28}{7 \cdot 3}} - \sqrt{\frac{12 \cdot 28}{7 \cdot 3}} = \sqrt{9 \cdot 4} - \sqrt{4 \cdot 4} = 6 - 4 = 2. \end{aligned}$$

11. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}} = \frac{\sqrt[18]{7^2} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[18]{7^3}} = \sqrt[18]{\frac{7^2 \cdot 7}{7^3}} = \sqrt[18]{\frac{7^3}{7^3}} = \sqrt[18]{1} = 1.$$