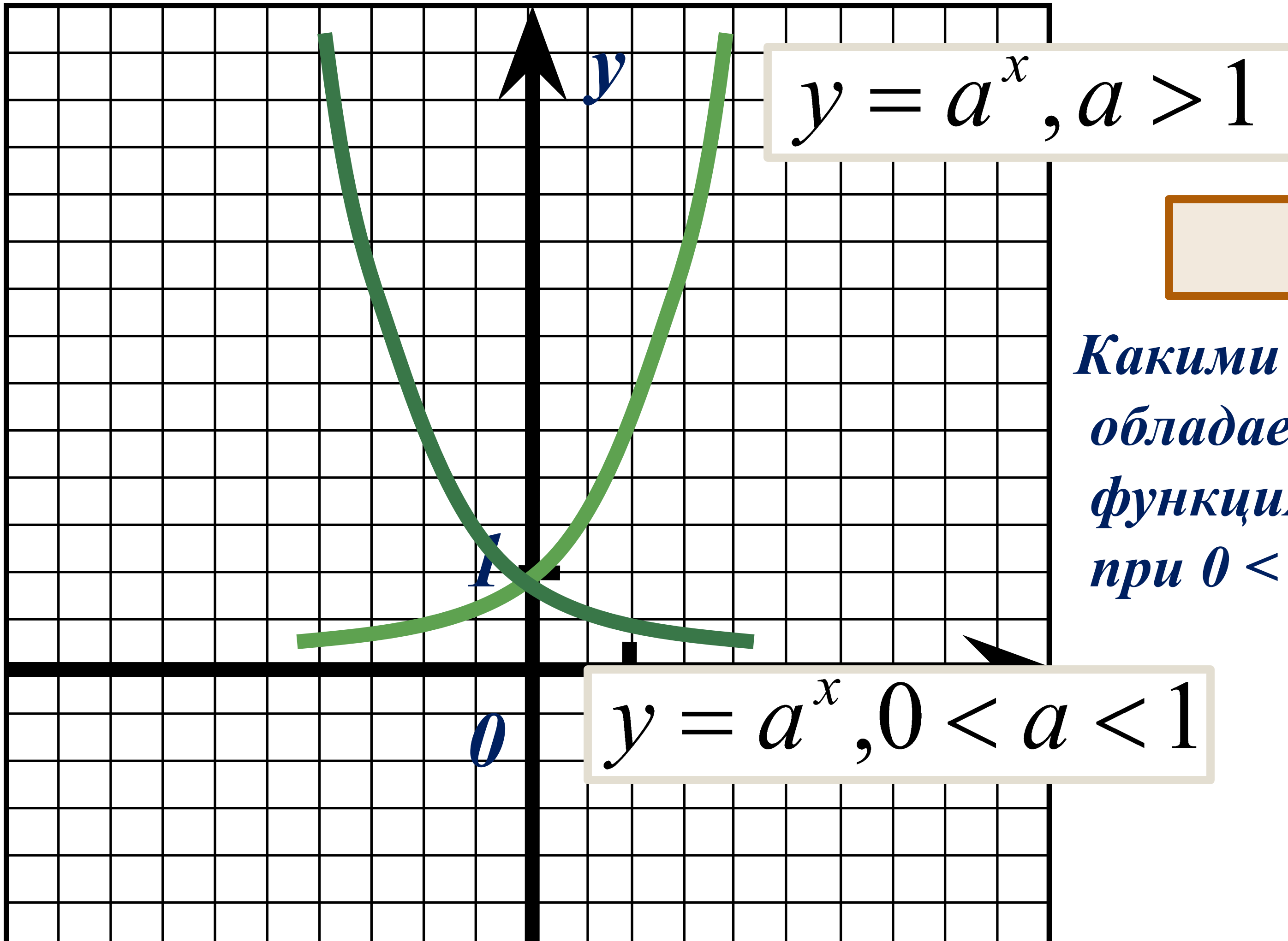
Функция $y = \log_a x$, её свойства и график.

Джон Непер
John Napier

Дата рождения:
1550 год
Место рождения:
замок Мерчистон, в те годы предместье Эдинбурга
Дата смерти:
4 апреля 1617
Место смерти:
Эдинбург
Научная сфера:
математика
Альма-матер:
Сент-Эндрюсский университет
Известен как:
изобретатель логарифмов

Прочитайте и назовите график функции, изображённый на рисунке.



План

Какими свойствами обладает эта функция при 0 < a < 1?

План прочтения графика:

1) D(f) – область определения функции.

2) Чётность или нечётность функции.

3) Промежутки возрастания, убывания функции.

4) Ограниченность функции.

5) Наибольшие, наименьшие значения функции.

6) Непрерывность функции.

7) E(f) – область значений функции.

8) Выпуклость функции.

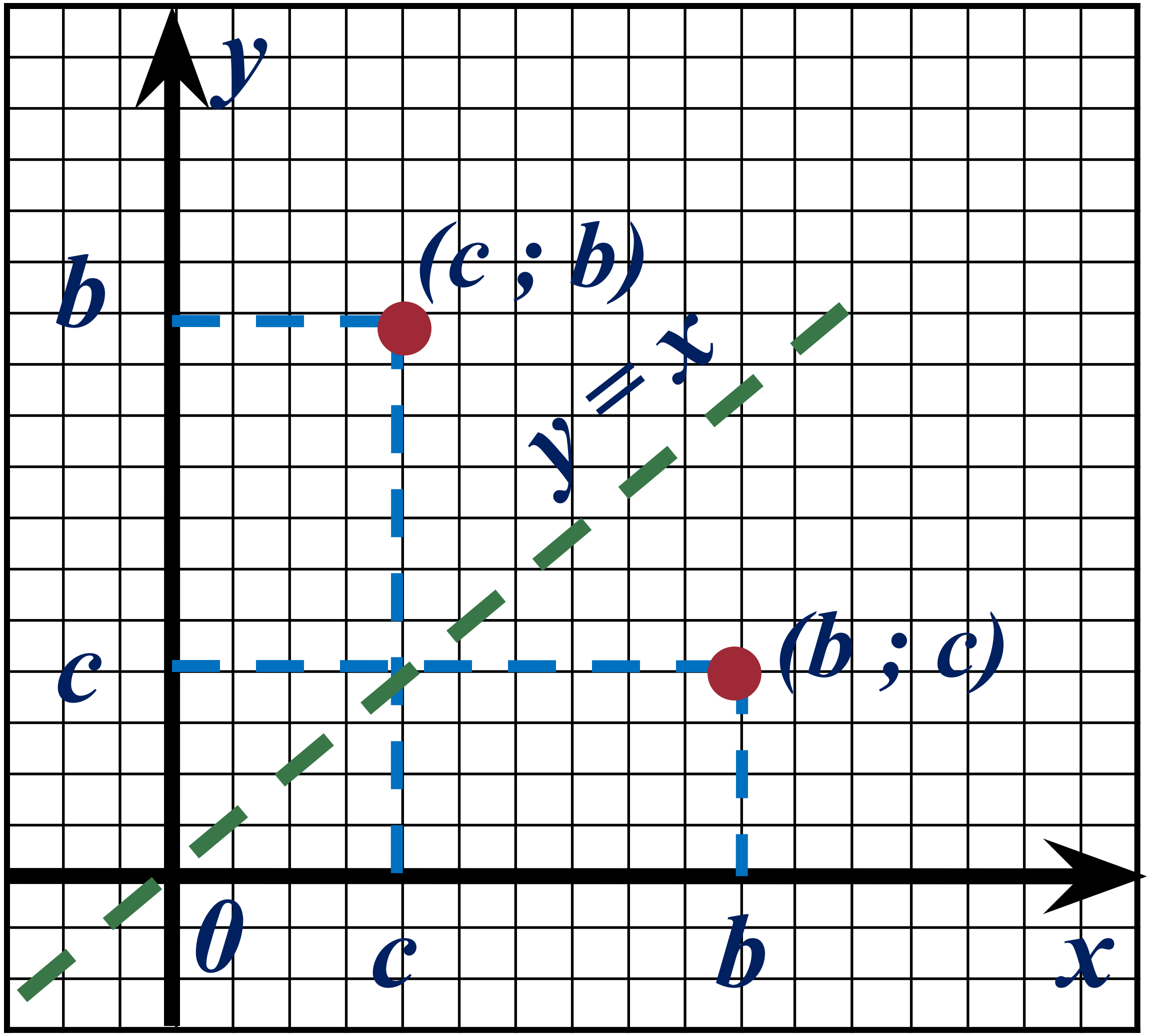
Леонард Эйлер
нем. Leonhard Euler

Дата рождения:
4 (15) апреля 1707
Место рождения:
Базель, Швейцария
Дата смерти:
7 (18) сентября 1783 (76 лет)
Место смерти:
Санкт-Петербург, Российская империя
Научная сфера:
Математика, механика, физика, астрономия

Современное определение показательной, ***логарифмической*** и тригонометрических функций — заслуга Леонарда Эйлера, так же как и их символика.

Показательная функция $y = a^x$

Логарифмическая функция $y = \log_a x$



Если точка (c;b) принадлежит показательной функции, то

$$b = a^c$$

Или, на «языке логарифмов»

$$c = \log_a b$$

Что можно сказать о точке (b;c)?

Вывод:

График функции $y = \log_a x$ ***симметричен графику функции*** $y = a^x$ ***относительно прямой у = х.***

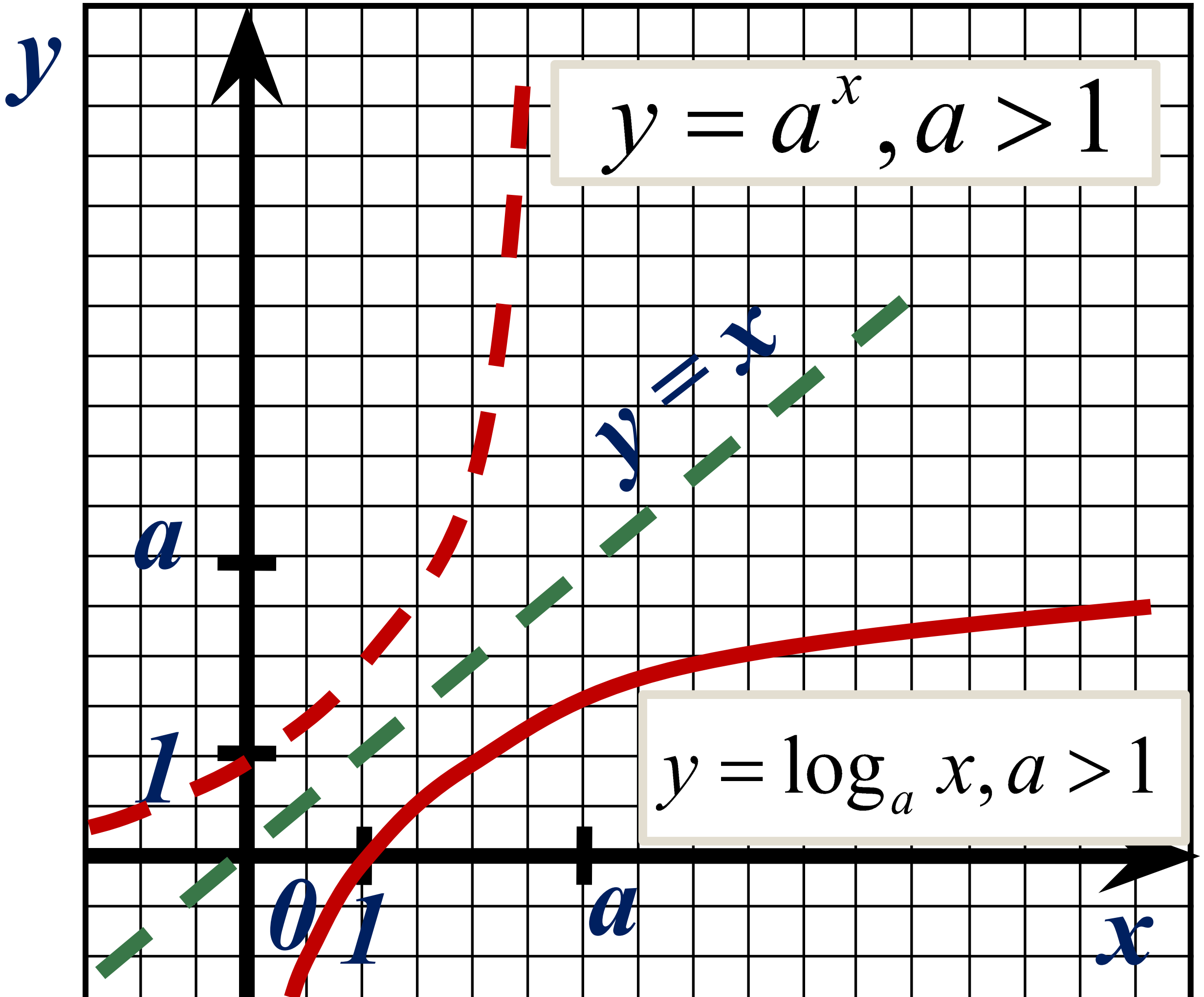
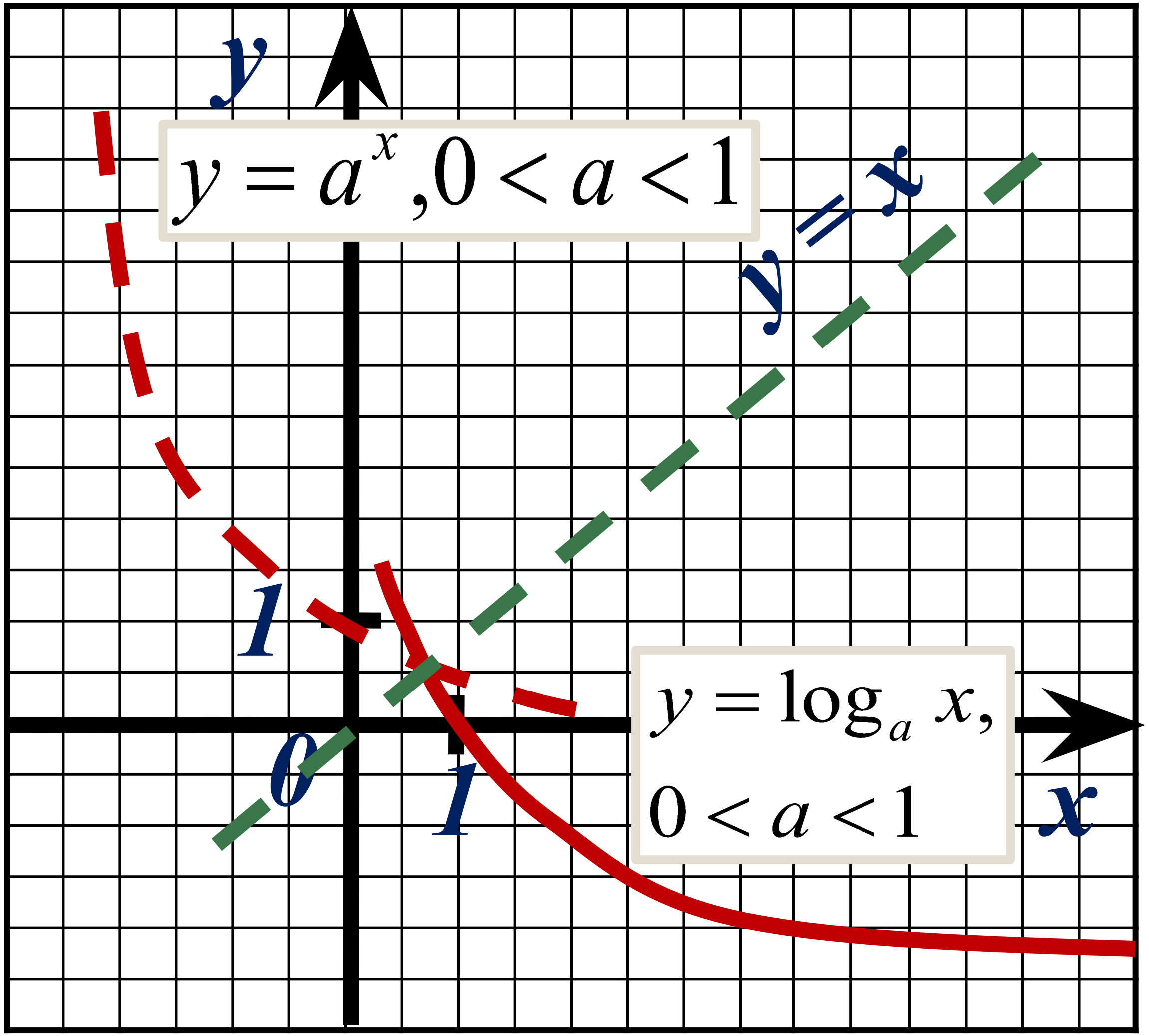


График функции $y = \log_a x$ симметричен графику функции $y = a^x$ относительно прямой $y = x$.



Постройте графики функций:

1 вариант

$$y = \log_2 x$$

2 вариант

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

x	¼	½	1	2	4	8
$y = \log_2 x$	-2	-1	0	1	2	3

x	¼	½	1	2	4	8
$y = \log_{1/2} x$	2	1	0	-1	-2	-3

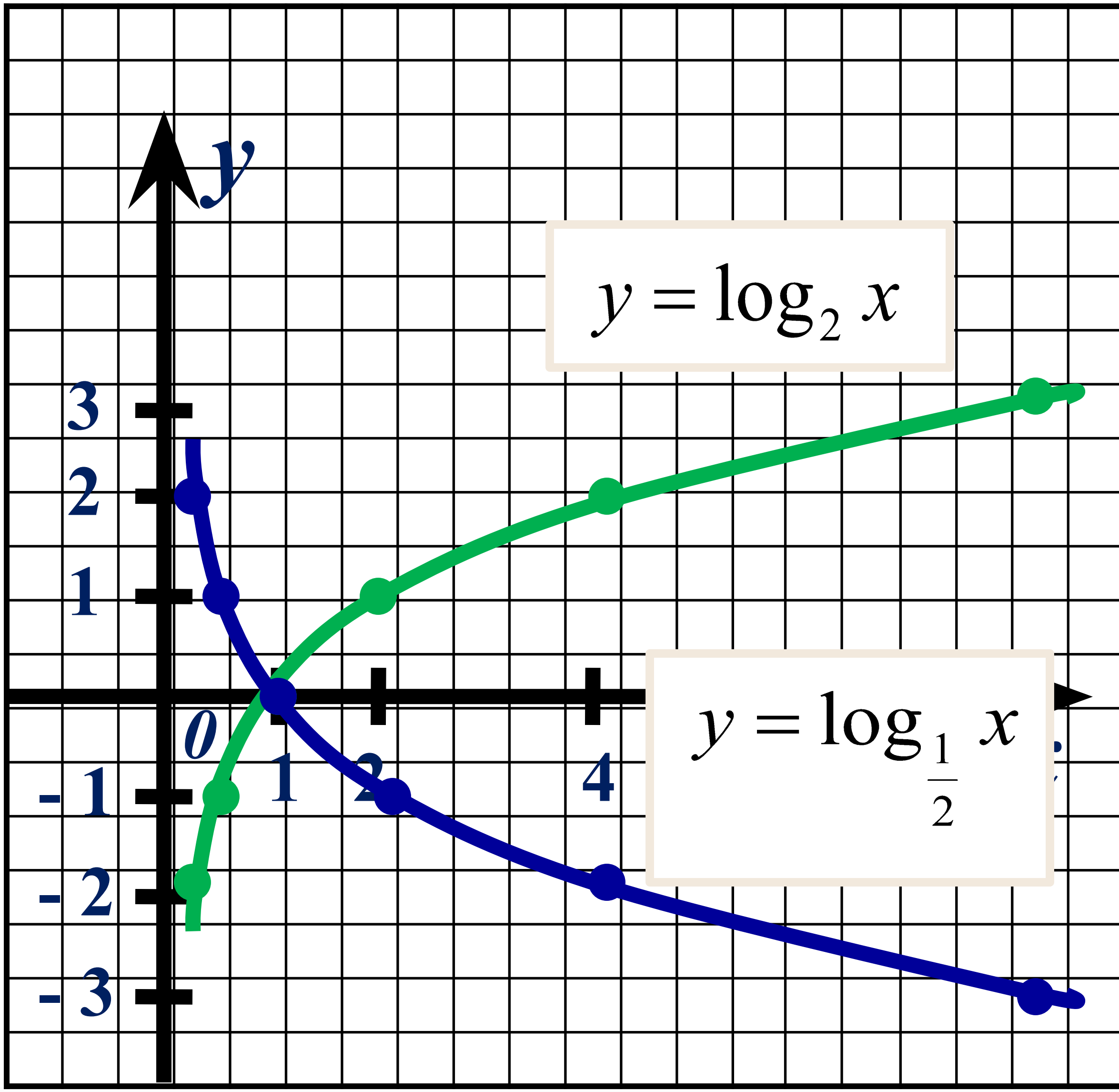
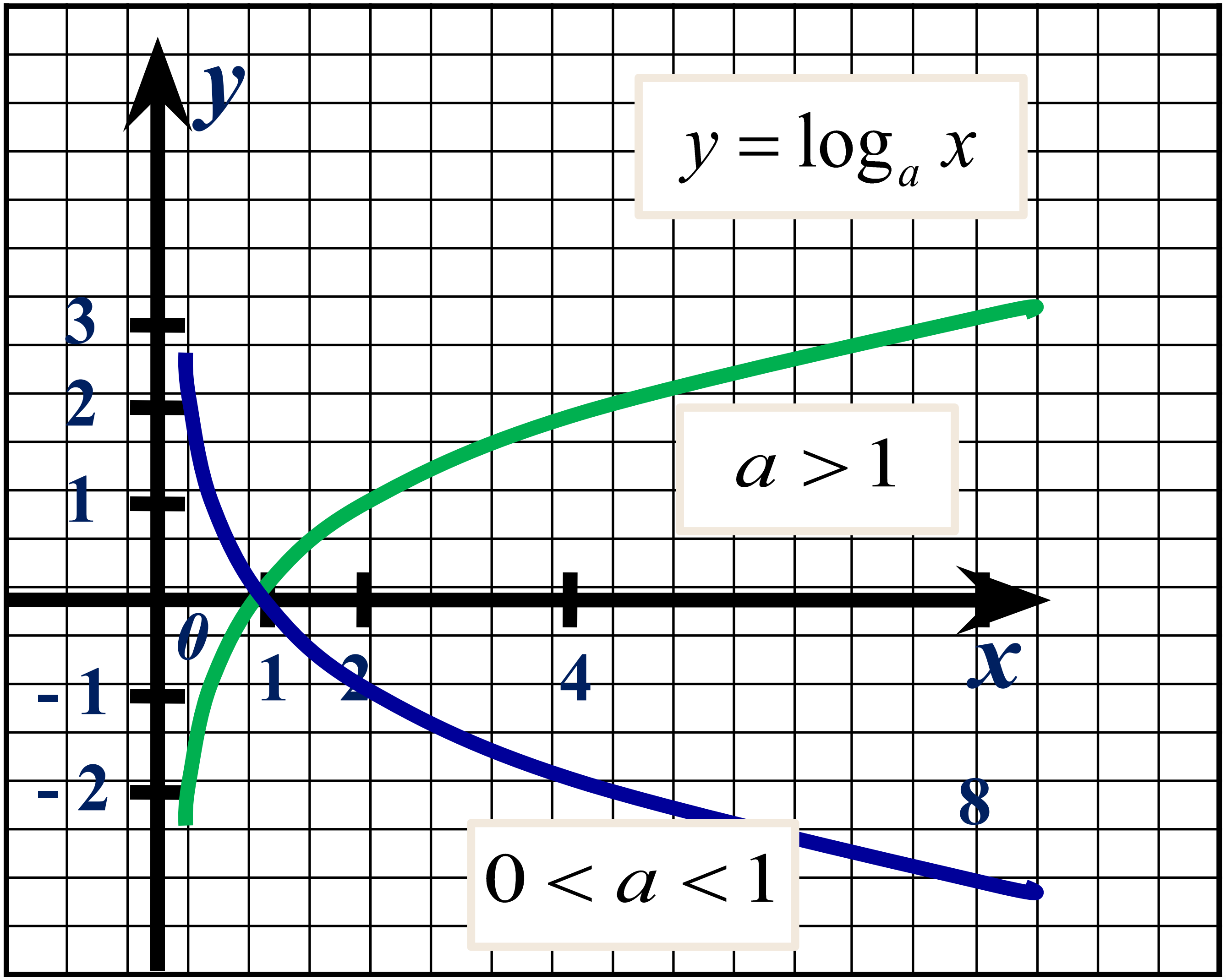
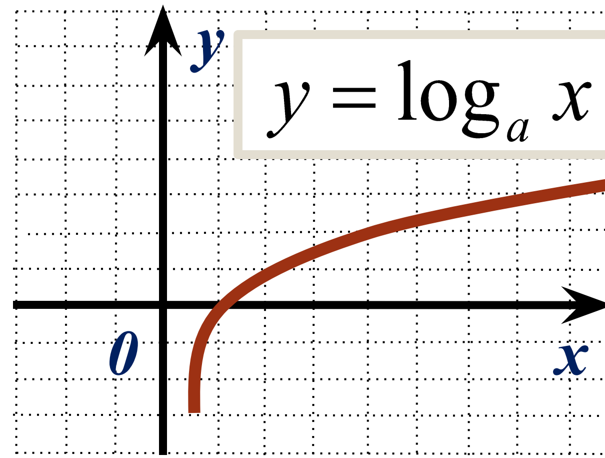


График логарифмической функции называют <u>логарифмической кривой.</u>

График функции $y = \log_a x$.



Свойства функции $y = \log_a x$, $a > 1$.



1) $D(f) = (0, +\infty)$;

2) не является ни чётной, ни нечётной;

3) возрастает на $(0, +\infty)$;

4) не ограничена сверху, не ограничена снизу;

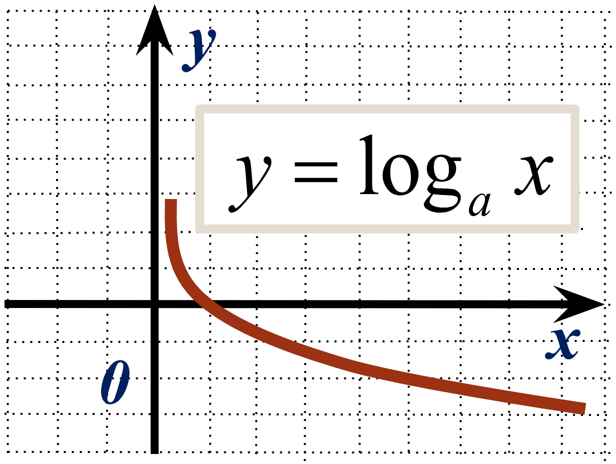
5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;

6) непрерывна;

7) $E(f) = (-\infty, +\infty)$;

8) выпукла вверх.

Свойства функции $y = \log_a x$, $0 < a < 1$.



1) $D(f) = (0, +\infty)$;

2) не является ни чётной, ни нечётной;

3) убывает на $(0, +\infty)$;

4) не ограничена сверху, не ограничена снизу;

5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;

6) непрерывна;

7) $E(f) = (-\infty, +\infty)$;

8) выпукла вниз.

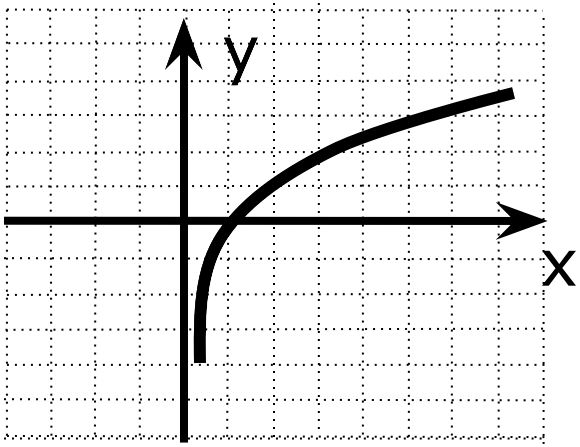
Основные свойства логарифмической функции

№	a > 1	0 < a < 1
1	$D(f) = (0, +\infty)$	
2	не является ни чётной, ни нечётной;	
3	возрастает на $(0, +\infty)$	убывает на $(0, +\infty)$
4	не ограничена сверху, не ограничена снизу	
5	не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений	
6	непрерывна	
7	$E(f) = (-\infty, +\infty)$	
8	выпукла вверх	выпукла вниз

Задание №1

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке:

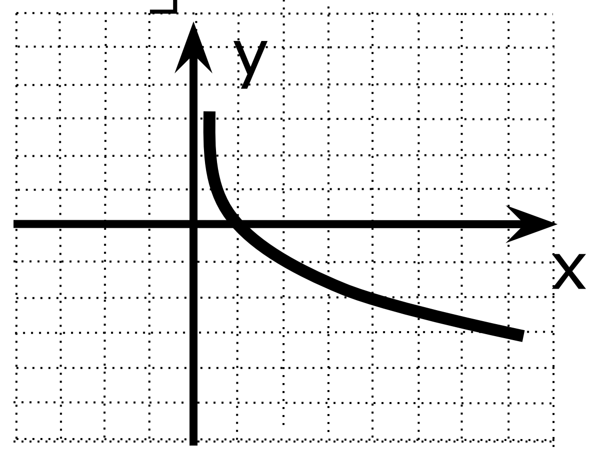
$$y = \lg x, x \in [1,1000]$$



Функция возрастает, значит: $y_{наим.} = \lg 1 = 0$

$y_{наиб.} = \lg 1000 = \lg 10^3 = 3$

$$y = \log_{\frac{1}{3}} x, x \in \left[\frac{1}{9}, 27\right]$$

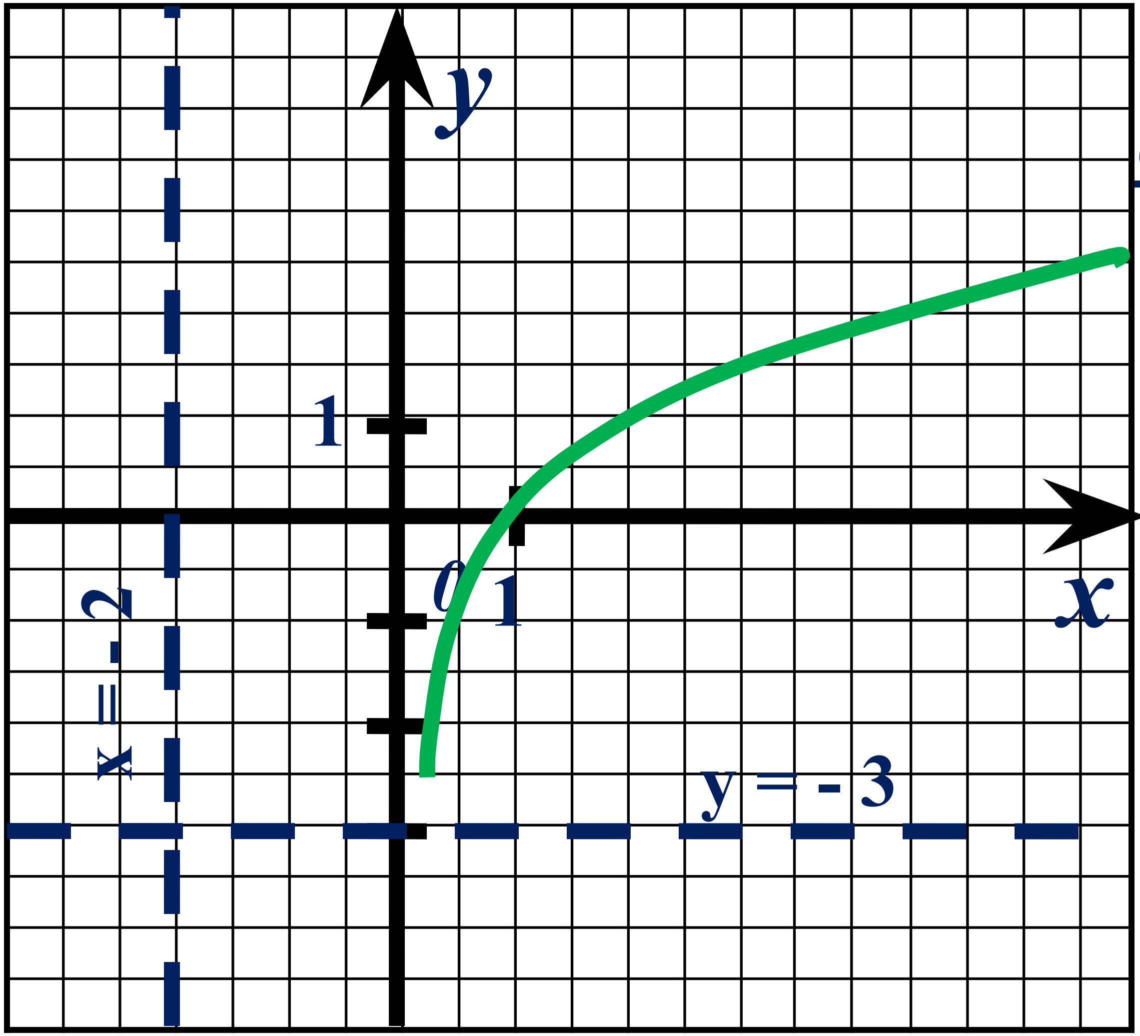


Функция убывает, значит: $y_{наим.} = -3$

$y_{наиб.} = 2$

Задание №2

Постройте графики функций: $y = \log_2(x+2) - 3$



Самостоятельно.

$y = \log_2(-x)$

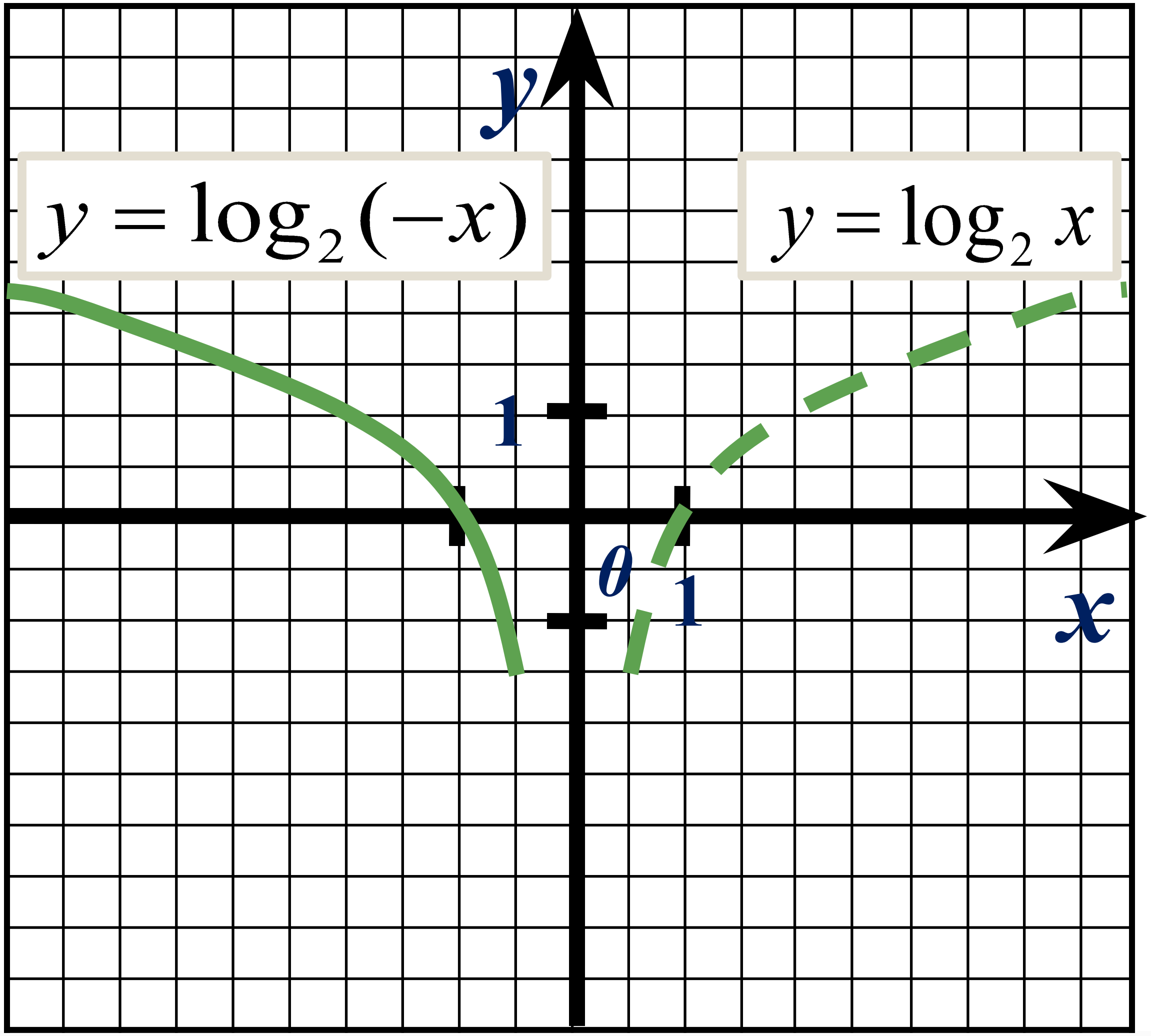
Проверить!

$y = -3\log_2 \dfrac{x}{2}$

Проверить!

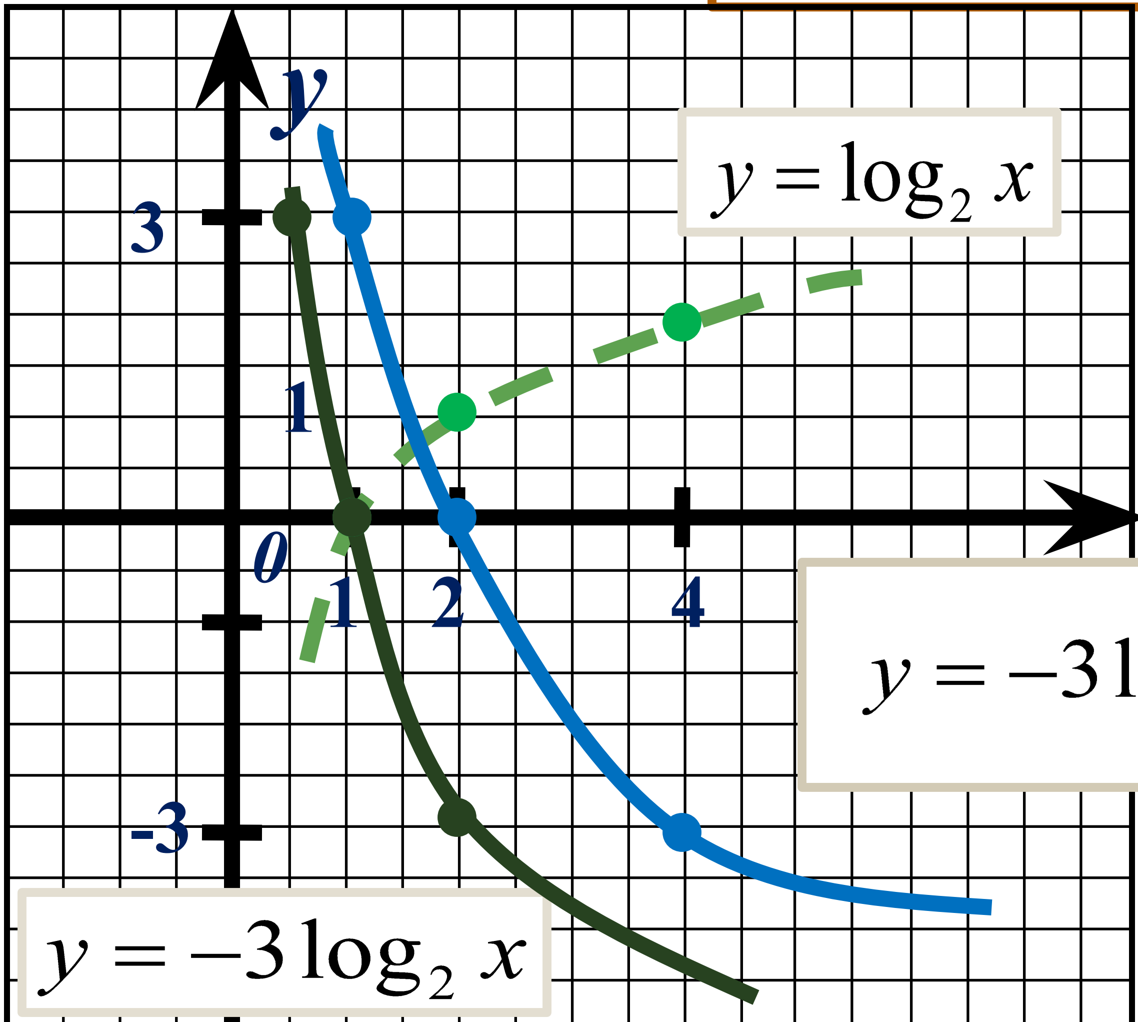
Проверка:

$$y = \log_2(-x)$$



Проверка:

$$y = -3\log_2 \frac{x}{2}$$

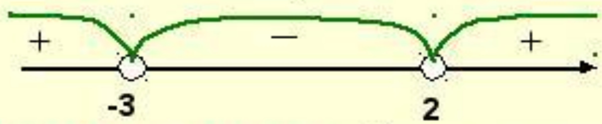


Задание №3

1. Найдите область определения функции $y = \log_4 \frac{x-2}{x+3}$

Т.к. D ($\log_4 t$)=(0;+∞), то получаем $\frac{x-2}{x+3} \rangle 0$

Решая это неравенство методом интервалов имеем:



Ответ: D ($\log_4 t$)=(-∞;-3)∪(2;+∞)

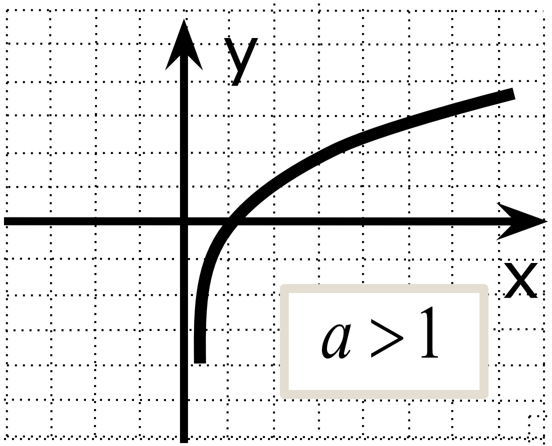
Задание №4

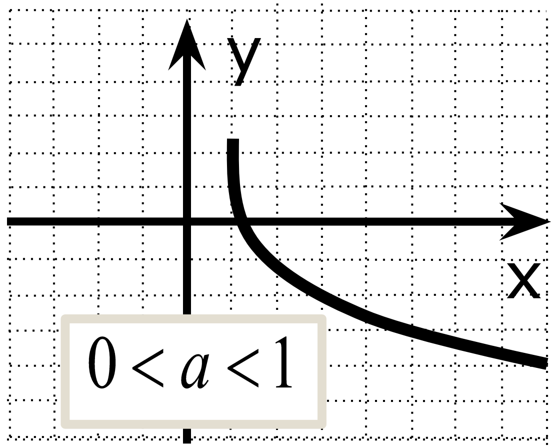
2. Сравнить числа: $\log_2 3{,}8$ и $\log_2 4{,}7$

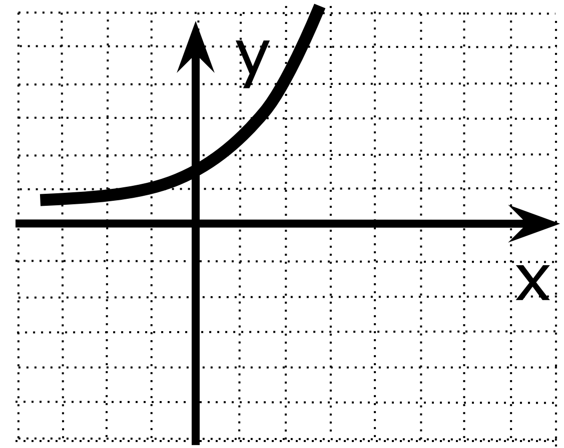
Основание логарифмической функции больше 1, значит она возрастает на всей числовой прямой. Так как 3,8<4,7, то

$\log_2 3{,}8 < \log_2 4{,}7$

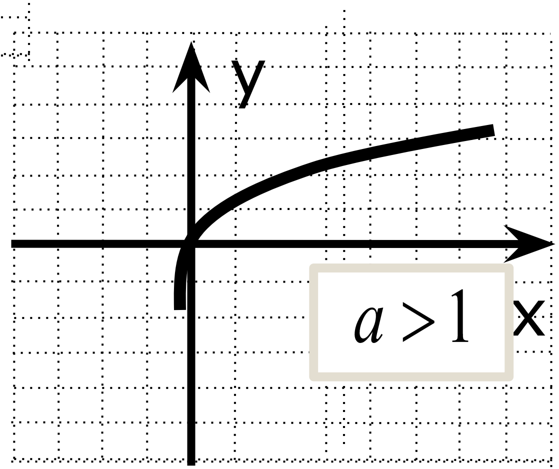
Установите для предложенных графиков значение параметра a ($a > 1$, $0 < a < 1$)







Не является графиком логарифмической функции



Блиц - опрос.
Отвечать только «да» или «нет»

- ✔Ось y является вертикальной асимптотой графика логарифмической функции.
- ✔Графики показательной и логарифмической функций симметричны относительно прямой $y = x$.
- ✔Область определения логарифмической функции – вся числовая прямая, а область значений этой функции – промежуток $(0, +\infty)$.
- ✔Монотонность логарифмической функции зависит от основания логарифма.
- ✔Не каждый график логарифмической функции проходит через точку с координатами (1;0).

Блиц - опрос.
Отвечать только «да» или «нет»

- ✔*Логарифмическая кривая это та же экспонента, только по - другому расположенная в координатной плоскости.*
- ✔**Выпуклость логарифмической функции не зависит от основания логарифма.**
- ✔*Логарифмическая функция не является ни чётной, ни нечётной.*
- ✔*Логарифмическая функция имеет наибольшее значение и не имеет наименьшего значения при $a > 1$ и наоборот при $0 < a < 1$.*

Проверка: *Да, да, нет, да, нет, да, нет, да, нет*

Удачи!!!!!

Используемые ресурсы и литература

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 10 – 11 кл.: Учебн. для общеобразоват. учреждений. – 3-е изд. – М.: Мнемозина, 2007.

Алгебра и начала анализа. 10 – 11 кл.: Задачник для общеобразоват. учреждений/А.Г.Мордкович, Л.О. Денищева, Т.А. Корешкова, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская. – 3-е изд., испр. – М.:Мнемозина, 2007.

Л.А. Александрова Алгебра и начала анализа. 11 класс. Самостоятельные работы:Учеб. пособие для общеобразоват. учреждений/ Под ред. А.Г. Мордковича. – 2-е изд. – М.: Мнемозина, 2006. – 96 с.

http://ru.wikipedia.org http://nayrok.ru