Урок- эстафета по теме « Логарифмическая функция в уравнениях»

Есть в математике тема одна,
Логарифмической функцией
зовётся она.
Логарифм появился, чтобы легче
считать,
Логарифм – п о к а з а т е л ь, это
всем надо знать!

Холодные числа, внешне сухие формулы математики полны внутренней красоты и жары сконцентрированной в них мысли.

Александров А.Д.

Свойства логарифмов.

1) $\log_a 1 = 0.$

2) $\log_a a = 1.$

3) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

4) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

5.1) $\log_a x^p = p \cdot \log_a x.$

5.2) $\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \log_a b.$

6) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Следствие: 1) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

Следствие: 2) $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b.$

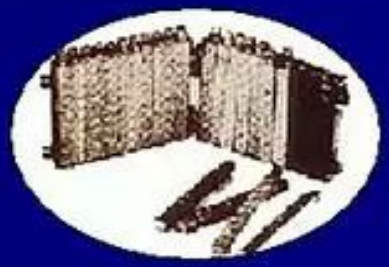
Следствие: 3) $\log_a b = \log_{a^\gamma} b^\gamma$

Джон Непер (1550-1617)

Шотландец, теолог, математик, изобретатель "оружия смерти", задумавший сконструировать систему зеркал и линз, которая поражала бы цель смертоносным лучом, изобрел логарифмы, о чем сообщалось в публикации 1614 года.

Таблицы Непера, расчет которых требовал очень много времени, были позже "встроены" в удобное устройство, чрезвычайно ускоряющее процесс вычисления – логарифмическая линейка.

Палочки Непера



Непер предложил в 1617 году другой (не логарифмический) способ перемножения чисел. Инструмент, получивший название

палочки (или костяшки) Непера, состоял из тонких пластин, или блоков. Каждая сторона блока несет числа, образующие математическую прогрессию. Манипуляции с блоками позволяют извлекать квадратные и кубические корни, а также умножать и делить большие числа.

Способы решения:

- 1. По определению логарифма
- 2. Потенциирование
- 3. Замена переменных
- 4. Приведение к одному основанию

1. По определению логарифма:

$$log_{2+x}(2x^2+3x-2)=2$$

Решение:

Зададим ОДЗ:

$$\begin{cases} 2+x\neq 1 \\ 2+x>0 \\ 2x^2+3x-2>0 \end{cases};\quad \begin{cases} x\neq -1 \\ x>-2 \\ 2(x-0{,}5)(x+2)>0 \end{cases};$$

значит x>0,5

Используем определение логарифма:

логарифм – это показатель степени.

$$(2+x)^2 = 2x^2 + 3x - 2;$$

$$x^2 + 4x + 4 = 2x^2 + 3x - 2$$

$$x^2 - x - 6 = 0;$$

x=3 или x=-2.

Число -2 не удовл. ОДЗ, значит x=3.

Ответ: 3.

2. Потенциирование (*применение свойств логарифма*)

$$\lg x - \lg(2x-5) = \frac{1}{3}\lg 8 - 2\lg\sqrt{x-3}$$

Решение:

ОДЗ: $\begin{cases} x-3>0 \\ 2x-5>0; \\ x>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x>3 \\ x>2{,}5; \\ x>0 \end{cases}$

Значит $x \in (3;+\infty)$

Применим свойства логарифма:

$$\lg\frac{x}{2x-5}=\lg\frac{8^{1/3}}{x-3};$$

значит $\frac{x}{2x-5}=\frac{8^{1/3}}{x-3};$ $\frac{x}{2x-5}=\frac{2}{x-3};$

по свойству пропорции $x(x-3)=2(2x-5);$

$x^2-3x=4x-10;$

$x^2-7x+10=0;$

$x=2$ или $x=5$

2 не удовл. ОДЗ.

Ответ: 5.

3. Замена переменных:

$$\lg^3 x^2 - \lg^2 x^3 + \lg x = 0$$

Решение: ОДЗ: $x > 0;$

Пусть : $t = \lg x$

$$\lg^3 x^2 = (\lg x^2)^3 = (2\lg x)^3 = 8\lg^3 x = \\ = 8t^3$$

$$\lg^2 x^3 = (3\lg x)^2 = (3t)^2 = 9t^2$$

Тогда: $8t^3 - 9t^2 + t = 0$

$$t(8t^2 - 9t + 1) = 0$$

$$t = 0;\ t = {}^1/_8 \text{ или } t = 1$$

Обратная замена:

$$\begin{cases} \lg x = \dfrac{1}{8} \\ lgx = 1 \\ lgx = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \sqrt[8]{10} \\ x = 10 \\ x = 1 \end{cases}$$

Все три значения удовлетворяют ОДЗ.

Ответ: $\sqrt[8]{10}$; 10; 1.

4. Приведение к одному основанию:

$$log_3 x - log_{\sqrt{3}} x + log_{\frac{1}{3}} x = 5$$

Решение: ОДЗ: $x > 0;$

$$log_3 x - log_{3^{\frac{1}{2}}} x + log_{3^{-1}} x = 5;$$

$$log_3 x - 2log_3 x - log_3 x = 5;$$

$$-2log_3 x = 5; \quad log_3 x = -\frac{5}{2}$$

$$x = 3^{-\frac{5}{2}}.$$

Данное значение удовлетворяет ОДЗ.

Да, путь познания не гладок
Но знаем мы со школьных лет
Загадок больше, чем разгадок
И поискам предела нет.

ЕГЭ и логарифмические уравнения

1)Квазилогарифмические уравнения;

2)Смешанные уравнения;

3)Показательно-логарифмические уравнения.

СОФИЗМ

рассуждение, кажущееся правильным, но содержащее скрытую логическую ошибку и служащее для придания видимости истинности ложному утверждению. Обычно С. обосновывает какую-нибудь заведомую нелепость, абсурд или парадоксальное утверждение, противоречащее общепринятым представлениям

- (от греч. sophisma — уловка, выдумка, головоломка), мнимое доказательство, в котором обоснованность заключения кажущаяся, порождается чисто субъективным впечатлением,
- вызванным недостаточностью логического анализа.

Логарифмический софизм

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$$

Заменим каждую дробь степенью

с основанием $\frac{1}{2}$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Логарифмический софизм

Большему числу соответствует больший логарифм

$$\lg\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \lg\left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$2\lg\left(\frac{1}{2}\right) > 3\lg\left(\frac{1}{2}\right)$$

Логарифмический софизм

Сократим на $\lg\left(\frac{1}{2}\right)$

Получаем

$$2 > 3$$

В чем ошибка этого доказательства?

“Музыка может возвышать или умиротворять душу,
Живопись – радовать глаз,
Поэзия - пробуждать чувства,
Философия – удовлетворять потребности разума,
Инженерное дело – совершенствовать материальную сторону жизни людей,
а математика способна достичь всех этих целей”.

Итог урока

Продолжите фразу:

- "Сегодня на уроке я повторил:."
- "Сегодня на уроке я закрепил:."
- "Для себя я понял:"

- **В самом деле, душой математики является красота и гармония. Я хочу, чтобы вы чувствовали эту красоту и это чувство помогало вам в изучении такого замечательного предмета, как математика.**

Спасибо за урок