Урок- эстафета по теме « Логарифмическая функция в уравнениях»

Есть в математике тема одна,
Логарифмической функцией
зовётся она.
Логарифм появился, чтобы легче
считать,
Логарифм – п о к а з а т е л ь, это
всем надо знать!

Холодные числа, внешне сухие формулы математики полны внутренней красоты и жары сконцентрированной в них мысли.

Александров А.Д.

Свойства логарифмов.

$$1)\ \log_a 1 = 0.$$

$$2)\ \log_a a = 1.$$

$$3)\ \log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$4)\ \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$5.1)\ \log_a x^p = p \cdot \log_a x.$$

$$5.2)\ \log_{a^p} b = \frac{1}{p} \log_a b.$$

$$6)\ \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\textit{Следствие}: 1)\ \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\textit{Следствие}: 2)\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b.$$

$$\textit{Следствие}: 3)\ \log_a b = \log_{a^\gamma} b^\gamma$$

Джон Непер
(1550-1617)

Шотландец, теолог,
 математик,
 изобретатель "оружия смерти",
задумавший сконструировать систему зеркал и линз,
 которая поражала бы цель смертоносным лучом,
 изобрел логарифмы,
о чем сообщалось
 в публикации 1614 года.

Таблицы Непера, расчет которых требовал очень много времени, были позже "встроены" в удобное устройство,
 чрезвычайно ускоряющее процесс вычисления – логарифмическая линейка.

Палочки Непера

Непер предложил в 1617 году другой (не логарифмический) способ перемножения чисел. Инструмент, получивший название

палочки (или костяшки) Непера, состоял из тонких пластин, или блоков. Каждая сторона блока несет числа, образующие математическую прогрессию. Манипуляции с блоками позволяют извлекать квадратные и кубические корни, а также умножать и делить большие числа.

Способы решения:

- 1. По определению логарифма
- 2. Потенциирование
- 3. Замена переменных
- 4. Приведение к одному основанию

1. По определению логарифма:

$$log_{2+x}(2x^2+3x-2)=2$$

Решение:

Зададим ОДЗ:

$$\begin{cases} 2+x \neq 1 \\ 2+x>0 \\ 2x^2+3x-2>0 \end{cases};\begin{cases} x \neq -1 \\ x>-2 \\ 2(x-0,5)(x+2)>0 \end{cases};$$

значит **x>0,5**

Используем определение логарифма:

логарифм – это показатель степени.

$$(2 + x)^2 = 2x^2 + 3x - 2;$$

$$x^2 + 4x + 4 = 2x^2 + 3x - 2$$

$$x^2 - x - 6 = 0;$$

x=3 или x=-2.

Число -2 не удовл. ОДЗ, значит x=3.

Ответ: 3.

2. Потенциирование (*применение свойств логарифма*)

$$\lg x - \lg(2x-5) = \frac{1}{3}\lg 8 - 2\lg\sqrt{x-3}$$

Решение:

ОДЗ: $\begin{cases} x-3>0 \\ 2x-5>0\,; \\ x>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x>3 \\ x>2{,}5\,; \\ x>0 \end{cases}$

Значит $x \in (3;+\infty)$

Применим свойства логарифма:

$$\lg\frac{x}{2x-5} = \lg\frac{8^{1/3}}{x-3};$$

значит $\frac{x}{2x-5} = \frac{8^{1/3}}{x-3};$ $\frac{x}{2x-5} = \frac{2}{x-3};$

по свойству пропорции $x(x-3) = 2(2x-5);$

$$x^2 - 3x = 4x - 10;$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0;$$

$$x = 2 \text{ или } x = 5$$

2 не удовл. ОДЗ.

Ответ: 5.

3. Замена переменных:

$$\lg^3 x^2 - \lg^2 x^3 + \lg x = 0$$

Решение: ОДЗ: $x > 0;$

Пусть : $t = \lg x$

$$\lg^3 x^2 = (\lg x^2)^3 = (2\lg x)^3 = 8\lg^3 x = \\ = 8t^3$$

$$\lg^2 x^3 = (3\lg x)^2 = (3t)^2 = 9t^2$$

Тогда: $8t^3 - 9t^2 + t = 0$

$$t(8t^2 - 9t + 1) = 0$$

$$t = 0;\ t = {}^1/_8 \text{ или } t = 1$$

Обратная замена:

$$\begin{cases} \lg x = \dfrac{1}{8} \\ lgx = 1 \\ lgx = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \sqrt[8]{10} \\ x = 10 \\ x = 1 \end{cases}$$

Все три значения удовлетворяют ОДЗ.

Ответ: $\sqrt[8]{10}$; 10; 1.

4. Приведение к одному основанию:

$$\log_3 x - \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 5$$

Решение: ОДЗ: $x > 0;$

$$\log_3 x - \log_{3^{\frac{1}{2}}} x + \log_{3^{-1}} x = 5;$$

$$\log_3 x - 2\log_3 x - \log_3 x = 5;$$

$$-2\log_3 x = 5; \qquad \log_3 x = -\frac{5}{2}$$

$$x = 3^{-\frac{5}{2}}.$$

Данное значение удовлетворяет ОДЗ.

Да, путь познания не гладок
Но знаем мы со школьных лет
Загадок больше, чем разгадок
И поискам предела нет.

ЕГЭ и логарифмические уравнения

1)Квазилогарифмические уравнения;

2)Смешанные уравнения;

3)Показательно-логарифмические уравнения.

СОФИЗМ

рассуждение, кажущееся правильным, но содержащее скрытую логическую ошибку и служащее для придания видимости истинности ложному утверждению. Обычно С. обосновывает какую-нибудь заведомую нелепость, абсурд или парадоксальное утверждение, противоречащее общепринятым представлениям

- (от греч. sophisma — уловка, выдумка, головоломка), мнимое доказательство, в котором обоснованность заключения кажущаяся, порождается чисто субъективным впечатлением,
- вызванным недостаточностью логического анализа.

Логарифмический софизм

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$$

Заменим каждую дробь степенью

с основанием $\frac{1}{2}$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Логарифмический софизм

Большему числу соответствует
большший логарифм

$$\lg\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \lg\left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$2\lg\left(\frac{1}{2}\right) > 3\lg\left(\frac{1}{2}\right)$$

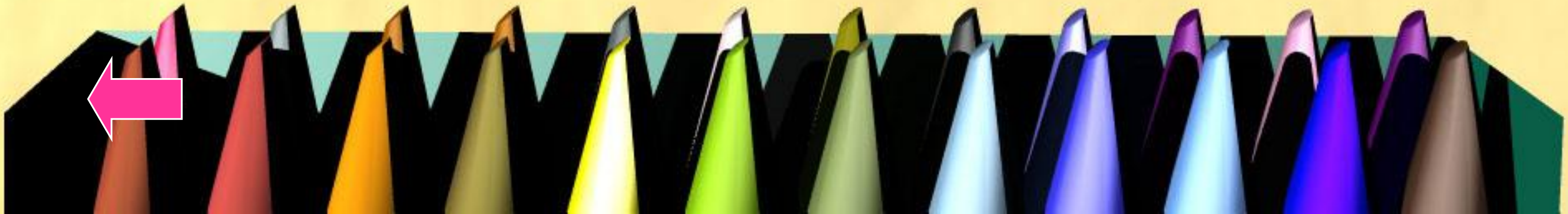
Логарифмический софизм

Сократим на $\lg\left(\frac{1}{2}\right)$

Получаем

$$2 > 3$$

В чем ошибка этого доказательства?



“Музыка может возвышать или умиротворять душу,
Живопись – радовать глаз,
Поэзия - пробуждать чувства,
Философия – удовлетворять потребности разума,
Инженерное дело – совершенствовать материальную сторону жизни людей,
а математика способна достичь всех этих целей”.

Итог урока

Продолжите фразу:

· "Сегодня на уроке я повторил:."

· "Сегодня на уроке я закрепил:."

· "Для себя я понял:"

- В самом деле, душой математики является красота и гармония. Я хочу, чтобы вы чувствовали эту красоту и это чувство помогало вам в изучении такого замечательного предмета, как математика.

Спасибо за урок