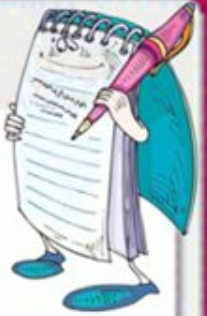
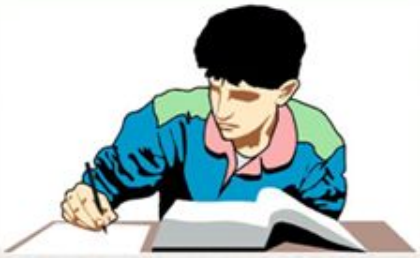
Думай о смысле,
а слова придут сами
Льюис Кэрролл



Формулы суммы и разности синусов и косинусов

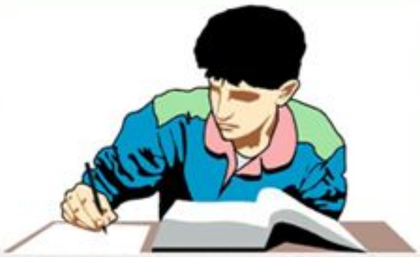


Формулы суммы и разности синусов и косинусов

" Не бойтесь формул! Учитесь владеть этим инструментом человеческого гения!

В формулах заключено величие и могущество разума..."

Марков А.А.



Формулы суммы и разности синусов и косинусов

Знать

Формулу суммы и разности синусов и косинусов

Уметь

Применять данные формулы при упрощении тригонометрических выражений

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2cin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

думаем

решаем

учимся

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{12}=\frac{6\pi}{12}=\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\frac{\pi}{2}}{2}=\frac{\pi}{2}:2=\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{7\pi}{12}+\frac{\pi}{12}=\frac{8\pi}{12}=\frac{2\pi}{3}$$

вычислить

$$\cos 105^0+\cos 75^0=$$

Проверить решение

$$\sin\frac{7\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}=$$

Пример 1

$$\sin 3x + \sin 15x =$$

$$= 2\sin\frac{3x+15x}{2}\cos\frac{3x-15x}{2} =$$

$$= 2\sin 9x\cos(-6x) =$$

$$= 2\sin 9x\cos 6x$$

Закрепление:

1) $\sin 6x - \sin 4x$
2) $\mathrm{Sin} 43^0 + \sin 17^0$
3) $\cos\frac{\pi}{8} - \cos\frac{3\pi}{8}$

Закрепление:

1) $\sin 6x - \sin 4x$
2) $\mathrm{Sin}43^0 + \sin 17^0$
3) $\cos\frac{\pi}{8} - \cos\frac{3\pi}{8}$

Закрепление:

1) $\sin 6x - \sin 4x$
2) $\sin 43^0 + \sin 17^0$
3) $\cos\frac{\pi}{8} - \cos\frac{3\pi}{8}$

Закрепление:

1) $\sin 6x - \sin 4x$
2) $\mathrm{S}in43^0 + \sin 17^0$
3) $\cos\frac{\pi}{8} - \cos\frac{3\pi}{8}$

Вычислить:

$$1)\cos 105^{\circ} + \cos 75^{\circ} = \ldots$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Вычислить:

$$1)\ \cos 105^{\circ} + \cos 75^{\circ} = 2\cos\frac{\ldots + \ldots}{2}\cos\frac{\ldots - \ldots}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Вычислить:

$$1)\ \cos 105^\circ + \cos 75^\circ = 2\cos\frac{105^\circ + 75^\circ}{2}\cos\frac{105^\circ - 75^\circ}{2} =$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Вычислить:

$$1)\ \cos 105^{\circ} + \cos 75^{\circ} = 2\cos\frac{105^{\circ} + 75^{\circ}}{2}\cos\frac{105^{\circ} - 75^{\circ}}{2} =$$

$$= 2\cos\frac{180^{\circ}}{2}\cos\frac{30^{\circ}}{2} =$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Вычислить:

$$1)\ \cos 105^\circ + \cos 75^\circ = 2\cos\frac{105^\circ + 75^\circ}{2}\cos\frac{105^\circ - 75^\circ}{2} =$$

$$= 2\cos\frac{180^\circ}{2}\cos\frac{30^\circ}{2} = 2\cos 90^\circ \cos 15^\circ =$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Вычислить:

$$1)\ \cos 105^{\circ} + \cos 75^{\circ} = 2\cos\frac{105^{\circ}+75^{\circ}}{2}\cos\frac{105^{\circ}-75^{\circ}}{2} =$$

$$= 2\cos\frac{180^{\circ}}{2}\cos\frac{30^{\circ}}{2} = 2\cos 90^{\circ}\cos 15^{\circ} = 2\cdot 0\cdot\cos 15^{\circ} = 0$$

Выполните самостоятельно 2)

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Вычислить:

$$2)\ \sin 105^\circ - \sin 75^\circ = 2\sin\frac{105^\circ - 75^\circ}{2}\cos\frac{105^\circ + 75^\circ}{2} =$$

$$= 2\sin\frac{30^\circ}{2}\cos\frac{180^\circ}{2} = 2\sin 15^\circ \cos 90^\circ = 2\cdot\sin 15^\circ\cdot 0 = 0$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

Стр.301, №171 (4) **Вычислить:**

$$4)\cos\frac{11\pi}{12}-\cos\frac{5\pi}{12}=$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Вычислить:

$$4)\cos\frac{11\pi}{12}-\cos\frac{5\pi}{12}=-2\sin\frac{\frac{11\pi}{12}+\frac{5\pi}{12}}{2}\sin\frac{\frac{11\pi}{12}-\frac{5\pi}{12}}{2}=$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Вычислить:

$$4)\ \cos\frac{11\pi}{12}-\cos\frac{5\pi}{12}=-2\sin\frac{\frac{11\pi}{12}+\frac{5\pi}{12}}{2}\sin\frac{\frac{11\pi}{12}-\frac{5\pi}{12}}{2}=$$

$$=-2\sin\frac{\frac{16\pi}{12}}{2}\sin\frac{\frac{6\pi}{12}}{2}=$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Вычислить:

$$4)\cos\frac{11\pi}{12}-\cos\frac{5\pi}{12}=-2\sin\frac{\frac{11\pi}{12}+\frac{5\pi}{12}}{2}\sin\frac{\frac{11\pi}{12}-\frac{5\pi}{12}}{2}=$$

$$=-2\sin\frac{\frac{16\pi}{12}}{2}\sin\frac{\frac{6\pi}{12}}{2}=-2\sin\frac{2\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}=$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Вычислить:

$$4)\cos\frac{11\pi}{12}-\cos\frac{5\pi}{12}=-2\sin\frac{\frac{11\pi}{12}+\frac{5\pi}{12}}{2}\sin\frac{\frac{11\pi}{12}-\frac{5\pi}{12}}{2}=$$

$$=-2\sin\frac{\frac{16\pi}{12}}{2}\sin\frac{\frac{6\pi}{12}}{2}=-2\sin\frac{2\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}=-2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Упростить выражение:

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

Упростить выражение:

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=$$

$$=\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right)\cdot\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right)=$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

Упростить выражение:

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=$$

$$=\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right)\cdot\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right)=$$

$$=2\sin\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha-\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha+\frac{\pi}{4}-\alpha}{2}\cdot 2\sin\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha+\frac{\pi}{4}-\alpha}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha-\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{2}=$$

Упростить выражение:

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right)\cdot\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right)=$$

$$=2\sin\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha-\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha+\frac{\pi}{4}-\alpha}{2}\cdot 2\sin\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha+\frac{\pi}{4}-\alpha}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha-\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{2}=$$

$$=2\sin\frac{2\alpha}{2}\cos\frac{2\cdot\frac{\pi}{4}}{2}\cdot 2\sin\frac{2\cdot\frac{\pi}{4}}{2}\cos\frac{2\alpha}{2}=$$

Упростить выражение:

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right)\cdot\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right)=$$

$$=2\sin\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha-\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha+\frac{\pi}{4}-\alpha}{2}\cdot2\sin\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha+\frac{\pi}{4}-\alpha}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha-\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{2}=$$

$$=2\sin\frac{2\alpha}{2}\cos\frac{2\cdot\frac{\pi}{4}}{2}\cdot2\sin\frac{2\cdot\frac{\pi}{4}}{2}\cos\frac{2\alpha}{2}=2\sin\alpha\cos\frac{\pi}{4}\cdot2\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha=$$

Упростить выражение:

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right)\cdot\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right)=$$

$$=2\sin\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha-\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha+\frac{\pi}{4}-\alpha}{2}\cdot 2\sin\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha+\frac{\pi}{4}-\alpha}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha-\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{2}=$$

$$=2\sin\frac{2\alpha}{2}\cos\frac{2\cdot\frac{\pi}{4}}{2}\cdot 2\sin\frac{2\cdot\frac{\pi}{4}}{2}\cos\frac{2\alpha}{2}=\boxed{2\sin\alpha}\cos\frac{\pi}{4}\cdot\boxed{2}\sin\frac{\pi}{4}\boxed{\cos\alpha}=$$

$$=2\sin 2\alpha\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=$$

Упростить выражение:

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right)\cdot\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right)=$$

$$=2\sin\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha-\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha+\frac{\pi}{4}-\alpha}{2}\cdot 2\sin\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha+\frac{\pi}{4}-\alpha}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha-\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{2}=$$

$$=2\sin\frac{2\alpha}{2}\cos\frac{2\cdot\frac{\pi}{4}}{2}\cdot 2\sin\frac{2\cdot\frac{\pi}{4}}{2}\cos\frac{2\alpha}{2}=\boxed{2\sin\alpha}\cos\frac{\pi}{4}\cdot\boxed{2}\sin\frac{\pi}{4}\boxed{\cos\alpha}=$$

$$=2\sin 2\alpha\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin 2\alpha$$

$$cos22^{\circ} + \cos 24^{\circ} + \cos 26^{\circ} + \cos 28^{\circ} =$$

Ваши предложения по решению:

Стр.301,№176(1)

$$\cos 22^\circ + \cos 24^\circ + \cos 26^\circ + \cos 28^\circ =$$

Примените формулу суммы для косинусов

Стр.301,№176(1)

$$\cos 22^{\circ}+\cos 24^{\circ}+\cos 26^{\circ}+\cos 28^{\circ}=$$

$$=2\cos\frac{22^{\circ}+28^{\circ}}{2}\cos\frac{22^{\circ}-28^{\circ}}{2}+2\cos\frac{24^{\circ}+26^{\circ}}{2}\cos\frac{24^{\circ}-26^{\circ}}{2}=$$

Стр.301,№176(1)

$$\cos 22^{\circ} + \cos 24^{\circ} + \cos 26^{\circ} + \cos 28^{\circ} =$$

$$= 2\cos\frac{22^{\circ}+28^{\circ}}{2}\cos\frac{22^{\circ}-28^{\circ}}{2} + 2\cos\frac{24^{\circ}+26^{\circ}}{2}\cos\frac{24^{\circ}-26^{\circ}}{2} =$$

$$= 2\cos 25^{\circ}\cos(-3^{\circ}) + \ 2\cos 25^{\circ}\cos(-1^{\circ}) =$$

Стр.301,№176(1)

$$\cos 22^{\circ} + \cos 24^{\circ} + \cos 26^{\circ} + \cos 28^{\circ} =$$

$$= 2\cos\frac{22^{\circ}+28^{\circ}}{2}\cos\frac{22^{\circ}-28^{\circ}}{2} + 2\cos\frac{24^{\circ}+26^{\circ}}{2}\cos\frac{24^{\circ}-26^{\circ}}{2} =$$

$$= 2\cos 25^{\circ}\cos(-3^{\circ}) + 2\cos 25^{\circ}\cos(-1^{\circ}) =$$

$$= 2\cos 25^{\circ}(\cos 3^{\circ} + \cos 1^{\circ})$$

Стр.301, №176(1)

$$\cos 22^\circ+\cos 24^\circ+\cos 26^\circ+\cos 28^\circ=$$

$$=2\cos\frac{22^\circ+28^\circ}{2}\cos\frac{22^\circ-28^\circ}{2}+2\cos\frac{24^\circ+26^\circ}{2}\cos\frac{24^\circ-26^\circ}{2}=$$

$$=2\cos 25^\circ\cos(-3^\circ)+2\cos 25^\circ\cos(-1^\circ)=$$

$$=2\cos 25^\circ(\cos 3^\circ+\cos 1^\circ)=2\cos 25^\circ\cdot 2\cos 2^\circ\cos 1^\circ=$$

Стр.301,№176(1)

$$\cos 22^\circ + \cos 24^\circ + \cos 26^\circ + \cos 28^\circ =$$

$$= 2\cos\frac{22^\circ + 28^\circ}{2}\cos\frac{22^\circ - 28^\circ}{2} + 2\cos\frac{24^\circ + 26^\circ}{2}\cos\frac{24^\circ - 26^\circ}{2} =$$

$$= 2\cos 25^\circ \cos(-3^\circ) + 2\cos 25^\circ \cos(-1^\circ) =$$

$$= 2\cos 25^\circ(\cos 3^\circ + \cos 1^\circ) = 2\cos 25^\circ \cdot 2\cos 2^\circ \cos 1^\circ =$$

$$= 4\cos 25^\circ \cos 2^\circ \cos 1^\circ$$

Доказать тождество

$$\frac{\sin\alpha+\sin 3\alpha}{\cos\alpha+\cos 3\alpha}=tg2\alpha$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=tg\alpha$$

Посмотреть решение

Записать в виде произведения

$$\cos 22^0 + \cos 24^0 + \cos 26^0 + \cos 28^0 =$$

(

Проверить решение

a+b+c+d=(a+d) +(b+c)

22+28=50

24+26=50

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

cos(-α)=cosα

ab-ac=a(b+c)