

# Решение тригонометрических уравнений

---

Простейшие тригонометрические  
уравнения

# Уравнение $\sin x = a$

- $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ 
  - $a \in [-1; 1]$      $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- $\arcsin(-a) = -\arcsin a$

# Частные виды решения уравнений $\sin x = a$

- $\sin x = -1$
- $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

- $\sin x = 0$
- $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

- $\sin x = 1$
- $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

# Уравнение $\cos x = a$

- $x = \pm \arccos a + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ 
  - $a \in [-1; 1] \quad x \in [-\pi; \pi]$
- $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$

# Частные виды решения уравнений $\text{Cos } x = a$

- $\text{Cos } x = -1$
- $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

- $\text{Cos } x = 0$
- $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

- $\text{Cos } x = 1$
- $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

# Уравнение $\operatorname{tg} x = a$

- $x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $a \in \mathbb{R} \quad \left[ x \in \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$
- $\operatorname{arctg} (-a) = -\operatorname{arctg} a$

# Уравнения, сводящиеся к квадратным

- $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$

Пусть  $\sin x = y$ , тогда получим уравнение  $y^2 + y - 2 = 0$ . Его корни  $y = 1$  и  $y = -2$ .

Решение исходного уравнения сводится к решению простейших уравнений  $\sin x = 1$  и  $\sin x = -2$ .

# Уравнения вида $a\sin x + b\cos x = 0$

- $2\sin x - 3\cos x = 0$

Поделив уравнение на  $\cos x$ ,  
получим  $2\operatorname{tg} x - 3 = 0$

Решение исходного уравнения  
сводится к решению простейшего  
уравнения  $\operatorname{tg} x = 3/2$

# Уравнения вида $a\sin x + b\cos x = c$

- $2\sin x + \cos x = 2$

- $\sin x = 2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$

- $\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}$

- $2 = 2 \cdot 1 = 2\left(\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}\right)$  Получаем:

- $3\sin^2 \frac{x}{2} - 4\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = 0$

Поделив это уравнение на  $\cos^2 \frac{x}{2}$ , получим

$$3 \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} - 4 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 = 0$$

обозначаем  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = y$ , получаем уравнение

$$3y^2 - 4y + 1 = 0. \text{ Его корни } y = 1, y = 1/3$$

Решение сводится к простейшим

уравнениям  $\operatorname{tg} x = 1$  и  $\operatorname{tg} x = 1/3$

## Уравнения, решаемые разложением левой части на множители

- $\sin 2x - \sin x = 0$

- $2 \sin x \cos x - \sin x = 0$

- $\sin x (2 \cos x - 1) = 0$

- $\sin x = 0$  или  $2 \cos x - 1 = 0$

Решение сводится к простейшим  
тригонометрическим уравнениям

**Спасибо за внимание.**

**Бовина Е.Ю.**