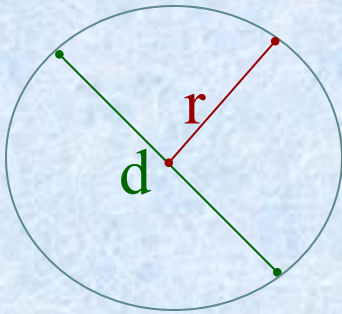


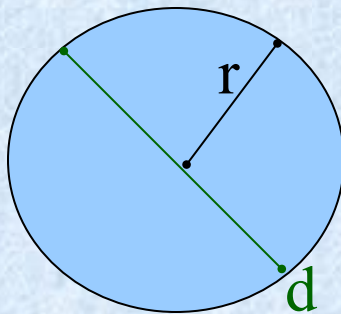
# СФЕРА И ШАР

# Окружность и круг



Окружностью называется геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии  $r$  от данной точки.

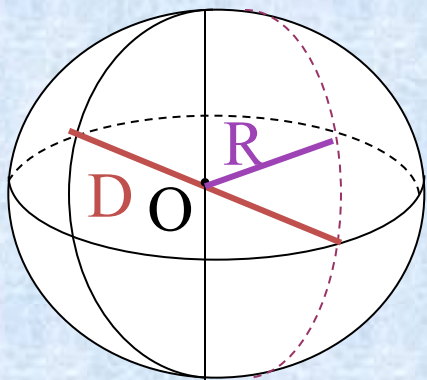
$r$  – радиус  
 $d$  – диаметр



Кругом называется часть плоскости, ограниченная окружностью.

# Определение сферы

Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии ( $R$ ) от данной точки (центра т.О).

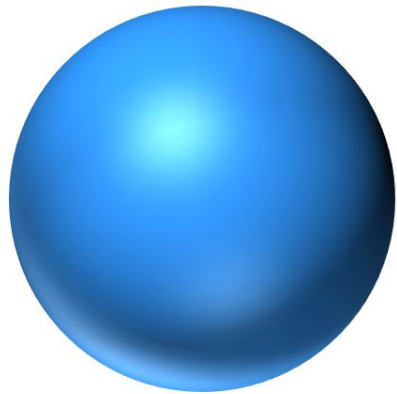


т. О – центр сферы

$R$  – радиус сферы – отрезок, соединяющий любую точку сферы с центром.

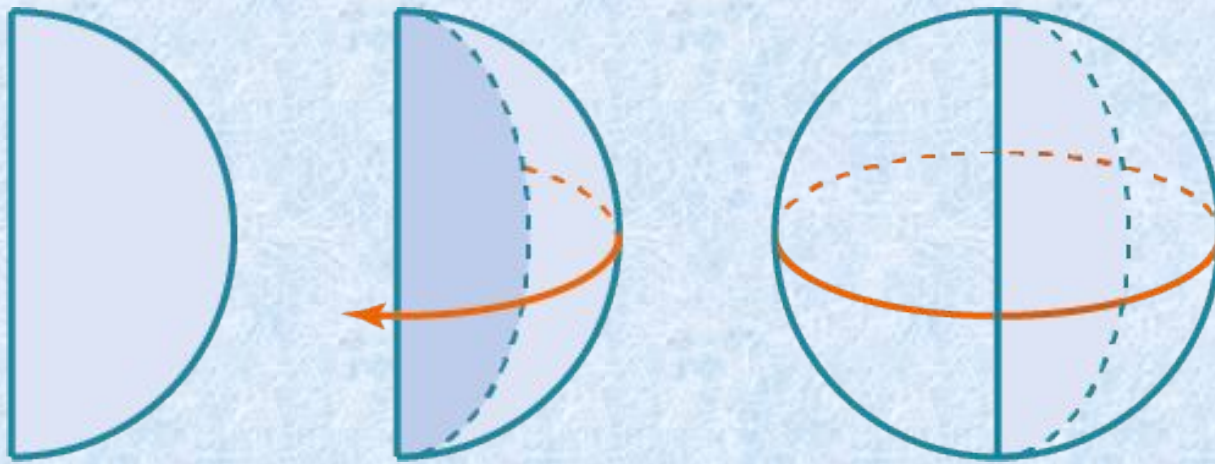
$D$  – диаметр сферы – отрезок, соединяющий любые 2 точки сферы и проходящий через центр.

# Шар

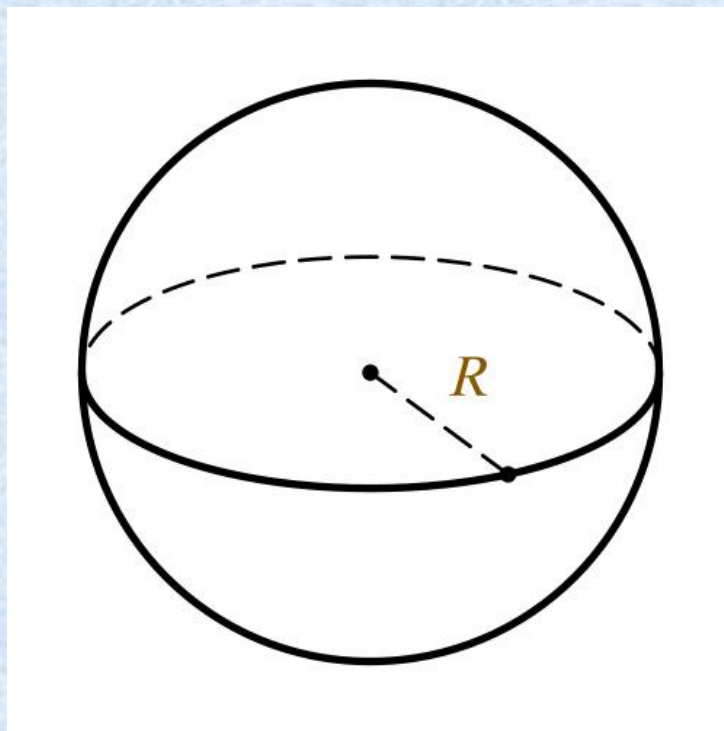


- Шаром называется тело, ограниченное сферой.
- Центр, радиус и диаметр сферы являются также центром, радиусом и диаметром шара.
- Шар радиуса  $R$  и центром  $O$  содержит все точки пространства, которые расположены от т.  $O$  на расстоянии, не превышающем  $R$ .

# Сфера и шар – тела вращения



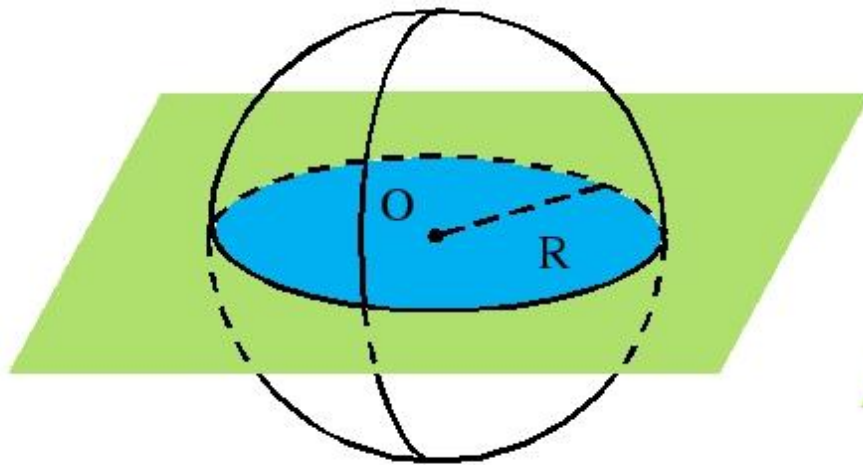
# Как изобразить сферу?





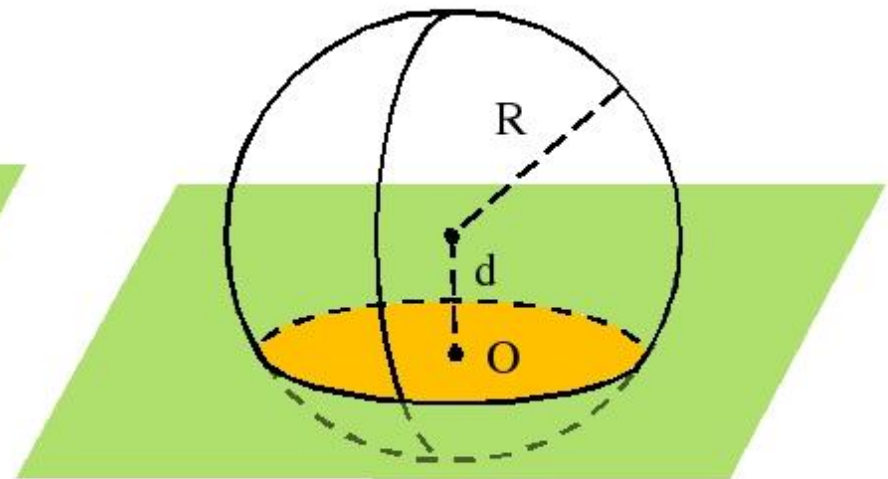
## Сечение шара плоскостью — круг

проходит через центр



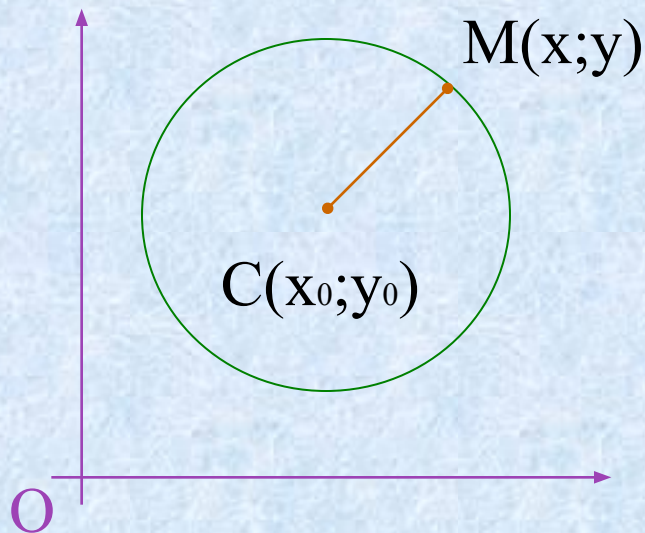
В сечении получается круг, радиус которого равен радиусу шара

не проходит через центр



В сечении получается круг, радиус которого меньше радиуса шара

# Уравнение окружности



Зададим прямоугольную систему координат  $Oxy$

Построим окружность с центром в т.  $C$  и радиусом  $r$

Расстояние от произвольной т.  $M(x; y)$  до т.  $C$  вычисляется по формуле:

$$MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

$$MC = r, \text{ или } MC^2 = r^2$$

Следовательно, уравнение окружности имеет вид:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$



# Уравнение сферы

Зададим прямоугольную систему координат  $Oxyz$

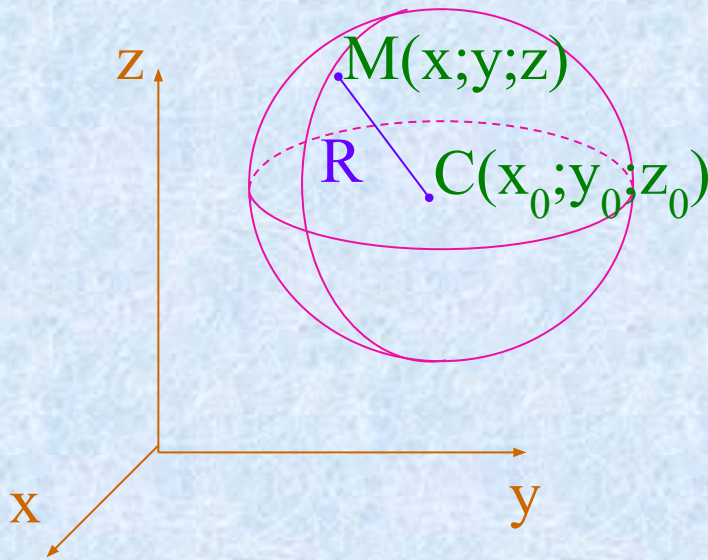
Построим сферу с центром в т.  $C$  и радиусом  $R$

$$MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

$$MC = R, \text{ или } MC^2 = R^2$$

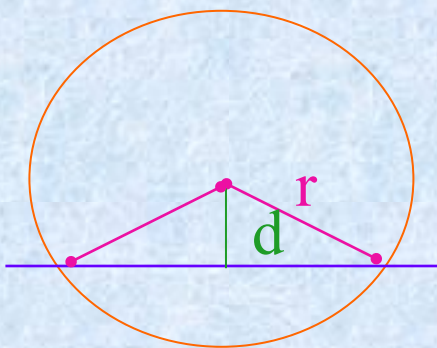
Следовательно, уравнение сферы имеет вид:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

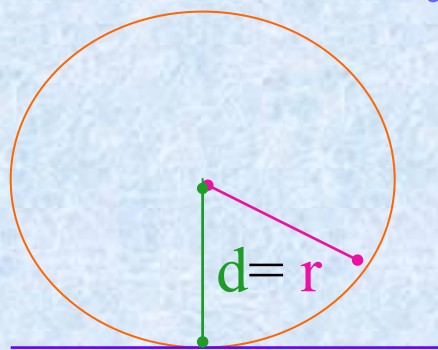


# Взаимное расположение окружности и прямой

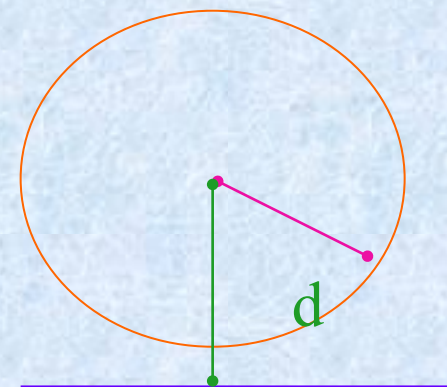
Возможны 3 случая:



Если  $d < r$ , то  
прямая и  
окружность имеют  
2 общие точки.

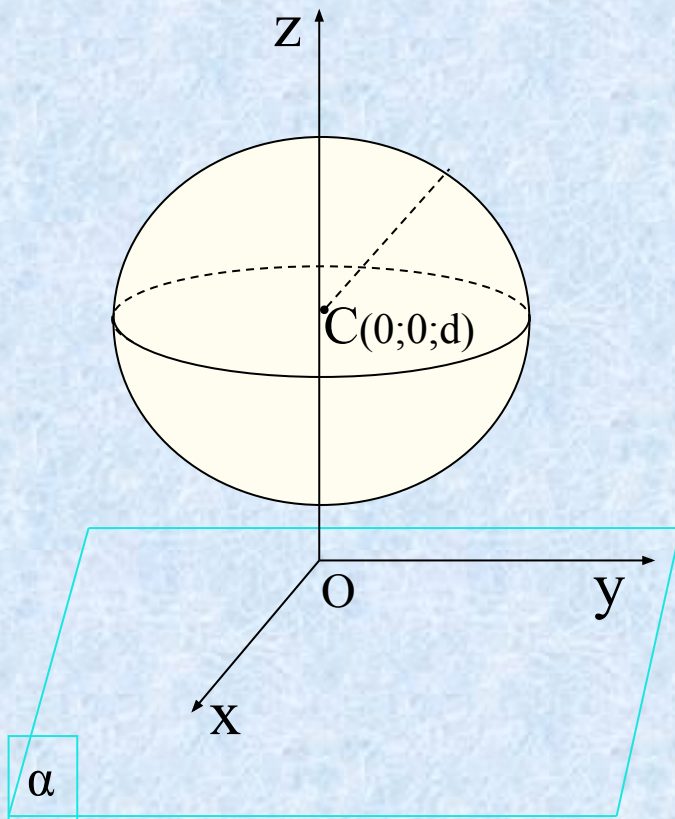


Если  $d = r$ , то  
прямая и  
окружность имеют  
1 общую точку.



Если  $d > r$ , то  
прямая и  
окружность не  
имеют общих точек.

# Взаимное расположение сферы и плоскости



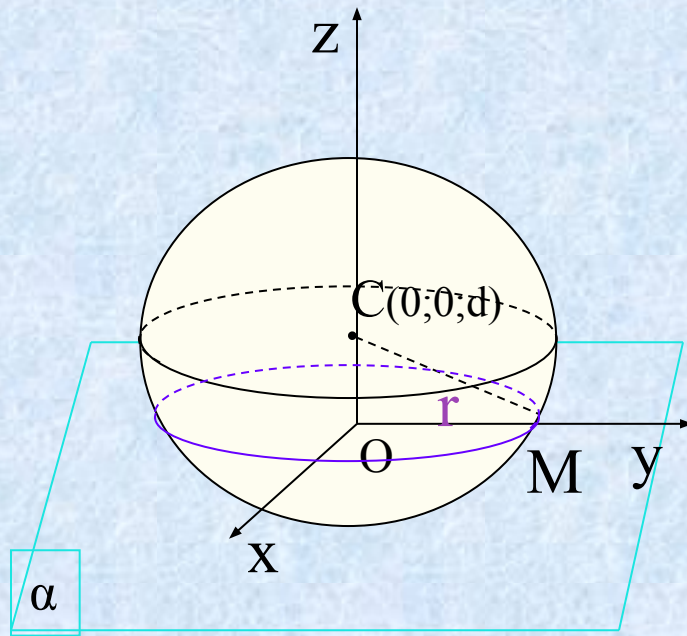
Введем прямоугольную систему координат  $Oxyz$

Построим плоскость  $\alpha$ , совпадающую с плоскостью  $Oxy$

Изобразим сферу с центром в т.С, лежащей на положительной полуоси  $Oz$  и имеющей координаты  $(0;0;d)$ , где  $d$  - расстояние (перпендикуляр) от центра сферы до плоскости  $\alpha$ .

В зависимости от соотношения  $d$  и  $R$  возможны 3 случая...

# Взаимное расположение сферы и плоскости



Рассмотрим 1 случай:

$d < R$ , т.е. если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность радиусом  $r$ .

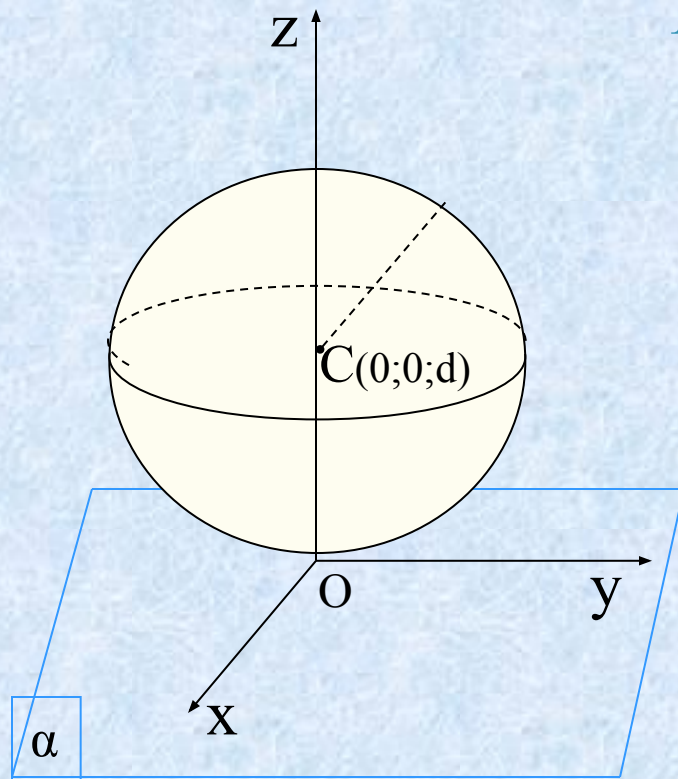
$$r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

Сечение шара плоскостью есть круг.

# Взаимное расположение сферы и плоскости

Рассмотрим 2 случай:

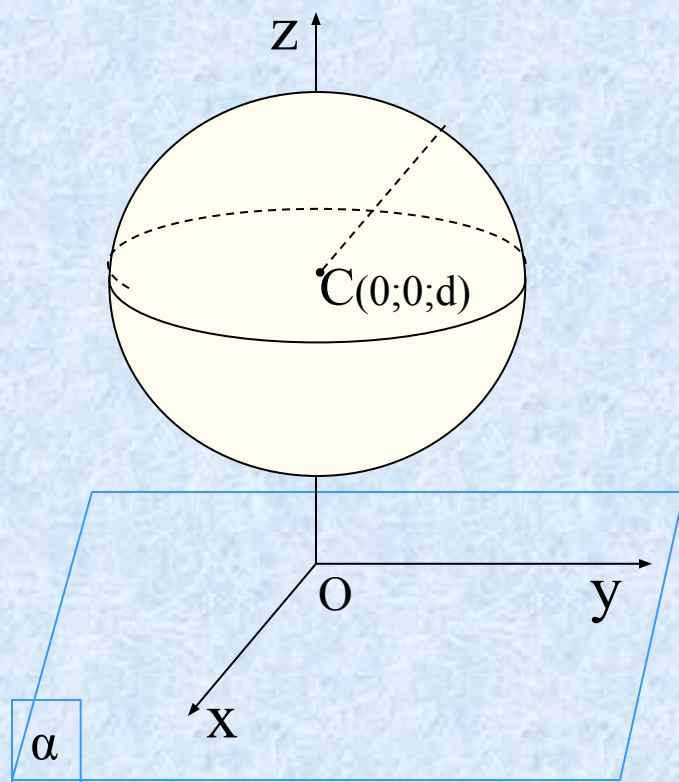
$d = R$ , т.е. если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют одну общую точку





# Взаимное расположение сферы и плоскости

Рассмотрим 3 случай:



$d > R$ , т.е. если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.