



Вводная лекция: математические методы и модели исследования операций



- *Математическая модель* - внутренне непротиворечивая замкнутая система математических соотношений, предназначенная для *воспроизведения* некоторого качества или группы качеств изучаемого реального процесса или явления.
- Метод математического моделирования состоит в замене исходного объекта его «образом» – математической моделью и в дальнейшем изучении полученной модели.

Основные этапы математического моделирования



- **Исследование операций** – научная дисциплина, занимающаяся разработкой и практическим применением методов наиболее эффективного управления различными организационными системами.
- **Цель** исследования операций – количественное обоснование принимаемых решений по организации управления.

Базовые понятия исследования операций

- **Операция** – любое управляемое мероприятие, направленное на достижение цели. Результат операции зависит от способа ее проведения, организации, иначе - от выбора некоторых параметров.
- Всякий определенный выбор параметров, зависящих от управляющего операцией, называется **решением X** .
- Выполнение операции зависит также от **условий S** .
- Эффективность операции характеризуется некоторым **показателем W** .
- Формулировка задачи исследования операции:
- **При заданном комплексе условий S найти такое решение X , которое обращает показатель эффективности W в максимум (минимум).**

Примеры управляемых мероприятий

1. План снабжения предприятий

Имеется ряд предприятий, потребляющих известные виды сырья, и есть ряд сырьевых баз, которые могут поставлять это сырье предприятиям. Базы связаны с предприятиями какими-то путями сообщения (железнодорожными, водными, автомобильными, воздушными) со своими тарифами. Требуется разработать такой план снабжения предприятий сырьем (с какой базы, в каком количестве и какое сырье доставляется), чтобы потребности в сырье были обеспечены при минимальных расходах на перевозки.

Показатель эффективности – суммарные расходы на перевозки сырья за единицу времени, например, месяц .

Примеры управляемых мероприятий

2. Постройка участка магистрали

Сооружается участок железнодорожной магистрали. Требуется спланировать строительство (т.е. назначить очередность работ, распределить машины и людей по участкам пути, обеспечить ремонтные работы) так, чтобы оно было завершено в минимально возможный срок.

Показатель эффективности - среднее ожидаемое время окончания стройки .

Примеры управляемых мероприятий

3. Продажа сезонных товаров

Для реализации определенной массы сезонных товаров создается сеть временных торговых точек. Требуется выбрать число торговых точек, их размещение, товарные запасы и количество персонала на каждой из них так, чтобы обеспечить максимальную экономическую эффективность распродажи.

Показатель эффективности - средняя ожидаемую прибыль от реализации товаров за сезон.

Примеры управляемых мероприятий

4. Выборочный контроль продукции.

Завод выпускает определенного вида изделия. Для обеспечения их высокого качества организуется система выборочного контроля. Требуется разумно организовать контроль (т.е. выбрать размер контрольной партии, набор тестов, правила браковки и т.д.) так, чтобы обеспечить заданный уровень качества при минимальных расходах на контроль.

Показатель эффективности - средние ожидаемые расходы на контроль за единицу времени, при условии, что система контроля обеспечивает заданный уровень качества, например, средний процент брака не выше заданного .

План курса

- Линейное программирование
- Теория игр
- Динамическое программирование
- Сетевые модели

Задача о назначениях

Задача: правильно распределить трудовые ресурсы в соответствии с профессиональными требованиями.

Трем претендентам А, В, С на должности П1, П2, П3 предлагается серия тестов по определению их способностей к профессиональным обязанностям, соответствующим указанным должностям.

Полученные баллы представлены в таблице 1.

Чем выше балл, тем выше способности претендента к данной профессии.

Необходимо распределить претендентов на должности с максимальной пользой для предприятия.

Таблица 1	П1	П2	П3
А	5	4	7
В	6	7	3
С	8	11	2

Задача о назначениях

Подход к решению задачи основан на допущении, что полученные баллы дают нам меру ценности человека для соответствующей работы и общая ценность всех назначений равна сумме баллов.

Оптимизируемая величина:
суммарная (общая) ценность.

Один из вариантов назначения представлен в Таблице 2. (1 – есть назначение; 0 – нет назначения).

Общая ценность данного варианта равна $5+7+2=14$.

Замечание: способ измерения общей ценности основан на том, что соотношения между ценностями индивидуальных назначений линейны.

Таблица 2	П1	П2	П3
А	5 1	4 0	7 0
В	6 0	7 1	3 0
С	8 0	11 0	2 1

Задача о назначениях

Для рассматриваемой задачи существует 6 возможных способов назначений. При возможном в этом случае переборе можно найти наилучший результат, дающий суммарную ценность $7+6+11=24$ (Таблица 3)

Таблица 3	П1	П2	П3
А	5 0	4 0	7 1
В	6 1	7 0	3 0
С	8 0	11 1	2 0

Однако, когда размерность задачи большая, метод перебора становится непрактичным.

Математическая модель задачи

Переменными задачи являются результаты назначения человека $A_i (i=1,2,\dots,n)$ на должность $\Pi_j (j=1,2,\dots,n)$. Каждая переменная x_{ij} принимает значение 1 или 0.

Ценность каждого претендента определяется числовыми значениями C_{ij} . Суммарная ценность претендентов - целевая функция, исследуемая

на максимум: $F = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n C_{ij} x_{ij} \rightarrow \max$ при выполнении условия

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = 1 \\ \dots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nn} = 1 \end{cases}$$

Замечание: можно рассмотреть условие минимизации целевой функции. Например, вместо назначения требуется переназначить людей на другую работу и значения C_{ij} показывают время, необходимое на переподготовку сотрудников. В этом случае целевая функция показывала бы суммарное время переподготовки, которое естественно минимизировать.