Тақырыбы:
КОМБИНАТОРИКА ЭЛЕМЕНТТЕРІ.

Орындаған: Рахметов Мақсат

Қарастырылатын сұрақтар:

1.Комплексті шарт, сынау, оқиға, жағдайлар

2.Оқиғалар классификациясы

3. Ықтималдықтың классикалық анықтамасы

4. Қосу теоремасы. Қосудың кеңейтілген теоремасы

5.Тәуелсіз және тәуелді оқиғалар

6.Ықтималдықтарды көбейту теоремасы

7.Бернулли схемасы және формуласы.

8. Лапластың локальдық формуласы.

9. Пуассон формуласы.

10. Лапластың интегралдық формуласы.

Комплексті шарт

Комплексті шарт деген терминнің орнына сынау, тәжірибе, эксперимент терминдерін де пайдаланады. Сынау нәтижесін оқиға деп атады. Әдетте оқиғаларды $A, B, C, \ldots$ бас әріптерімен белгілейді.

Сынау кезінде бірі пайда болғанда, екіншісі пайда болмайтын нәтижелерді (оқиғаларды) жағдайлар деп атайды. Оларды A_1, A_2, $\ldots, A_n$ әріптерімен және осы сыналатын жағдайлардың барлық (жалпы) санын n-мен белгілейді.

Мысалы, Сынап бағанасының 760мм қысымда суды 100^0С дейін қайнатсақ, ол буға айнала бастайды. Судың буға айналуы оқиға болады да, ал сол бу пайда болғанға дейінгі барлық әрекеттер жиыны комплексті шарт болып табылады

Сынау жүргізілгенде А оқиғасы пайда болуы да, пайда болмау да мүмкін болса, ондай оқиғаны кездейсоқ оқиға дейді. Сынау нәтижесінде оқиға (*А* оқиғасы) сөзсіз пайда болатын болса, ондай оқиғаны ақиқат оқиға дейді.

Сынау нәтижесінде оқиға (*А* оқиғасы) сөзсіз пайда болмайтын болса, ондай оқиғаны мүмкін емес оқиға дейді.

Сынау жүргізгенде оқиғаның бірі пайда болғанда, екіншісі пайда болмайтын екі оқиғаны үйлесімсіз оқиғалар дейді.

Кез келген екі-екіден алынған оқиғалар үйлесімсіз болса, ондай оқиғаларды қос-қостан үйлесімсіз дейді.

Сынау жүргізгенде оқиғаның бірі пайда болғанда, екіншісінің де пайда болуы мүмкін болатын екі оқиғаны үйлесімді оқиғалар деп атайды.

Мысалы, Мұғалімнің белгілі бір оқушыдан сұрауы-сынау.
Оқушының5,4,3,2 баға алуы- кездейсоқ оқиға;
Нысананы көздеп ату- сынау. Нысанаға тию (А оқиғасы)
не тимеу (В оқиғасы)- кездейсоқ оқиға.

Ықтималдықтың классикалық анықтамасы

A оқиғасы қолайлы жағдайлар санының (m) сынаудың тең мүмкіндікті барлық жағдайлар санын (n) қатынасын *A* оқиғасының ықтималдығы деп атайды және былай жазады:

$$p(A) = \frac{m}{n}$$

Ықтималдықтың бұл анықтамасын классикалық анықтама дейміз.

1.Ақиқат оқиға ықтималдығы 1-ге тең. Шынында, оқиға ақиқат болу үшін *A* оқиғасына қолайлы жағдайлар саны m сынаудың барлық тең мүмкіндікті жағдайлар саны n-ге тең, яғни $m=n$ болады.

$$p(U) = \frac{m}{n} = 1$$

2.Мүмкін емес оқиға ықтималдығы нөлге тең.
Шынында да, егер оқиға мүмкін емес болса, онда *A* оқиғасына қолайлы жағдайлар саны *m* нөльге тең болады.

$$p(V)=\frac{0}{n}=0$$

3. А оқиғасының ықтималдығы *p(A)* нөль мен бір аралығындағы оң таңбалы сан. Шынында, *A* оқиғасына қолайлы жағдайлар саны *m* нөльден *n*-ге дейінгі, өздерін қоса алғандағы, мәндерді қабылдайды.

$$0\le m\le n$$

$$\frac{0}{n}\le\frac{m}{n}\le\frac{1}{n}$$ немесе $$0\le\frac{m}{n}\le 1$$

$$0\le p(A)\le 1$$

Мыс: Жәшікте 8 шар бар. Олардың 2-еуі ақ, 6-уы қызыл шар. Жәшіктегі шарларды араластырып жіберіп, қарамай тұрып бір шар алып шығудың ықтималдығын табуға болады.

Қосу теоремасы

<u>Қосу теоремасы</u>. Үйлесімсіз A және B оқиғаларының қосындысының ықтималдығы олардың ықтималдықтардың қосындысына тең,

$$p(A+B)=p(A)+p(B)$$

Егер $A_1, A_2, \dots, A_n$ қос-қостан үйлесімсіз оқиғалар болса, онда бұлардың қосындысының ықтималдығы олардың әрқайсысының ықтималдықтарының қосындысына тең болады, яғни

$$p(A_1+A_2+\dots+A_n)=p(A_1)+p(A_2)+\dots+p(A_n)$$

1-салдар. Оқиғалардың толық тобын құрайтын қос-қостан үйлесімсіз сынау нәтижелері ықтималдықтарының қосындысы бірге тең.

$$1=p(A_1+A_2+\dots+A_n)=p(A_1)+p(A_2)+\dots+p(A_n)$$

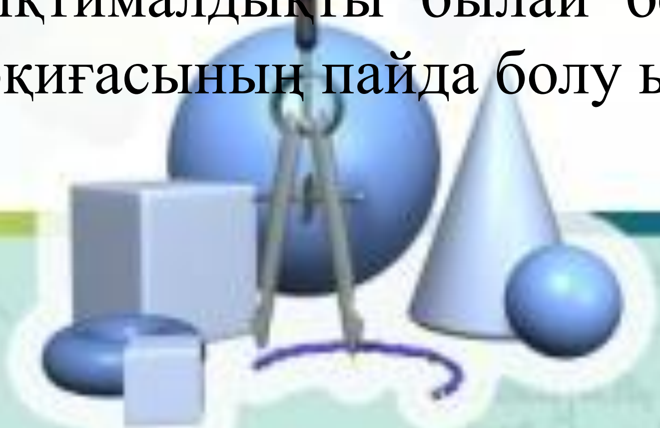
2-салдар. Қарама-қарсы екі оқиға ықтималдықтарының қосындысы бірге тең, яғни

$$p(A)+p(\overline{A})=1$$

Тәуелсіз және тәуелді оқиғалар

Егер екі оқиғаның бірінің пайда болуы екіншісінің пайда болу ықтималдығын өзгертпесе, ондай екі оқиғаны тәуелсіз деп атайды. Егер екі оқиғаның бірінің пайда болуы екіншісінің пайда болу ықтималдығын өзгертетін болса, ондай оқиғаны тәуелді оқиғалар деп атайды.

A оқиғасының пайда болуы *B* оқиғасының пайда болуына байланысты, яғни *A* оқиғасының пайда болу ықтималдығы *B* оқиғасының пайда болуына байланысты өзгереді. Мұндай ықтималдықты шартты ықтималдық деп атайды. Шартты ықтималдықты былай белгілейді: - *B* оқиғасы орындалғанда *A* оқиғасының пайда болу ықтималдығы.



$$P_{B_1, B_2, ..., B_n}(A)$$

$B_1, B_2, ..., B_n$ оқиғалары орындалғанда *A* оқиғасының пайда болу ықтималдығы.

Ықтималдықтарды көбейту теоремасы

Екі тәуелді оқиға көбейтіндісінің ықтималдығы біреуінің шартсыз ықтималдығын сол оқиға пайда болды деп алынғандағы екінші оқиғаның шартты ықтималдығына көбейткенге тең:

$$P(AB)=P(A)\cdot P_A(B) \quad \text{немесе} \quad P(AB)=P(B)\cdot P_B(A)$$

Екі тәуелсіз оқиғалар көбейтіндісінің ықтималдығы олардың шартсыз ықтималдықтарының көбейтіндісіне тең, яғни

$$P(AB)=P(A)P(B)$$

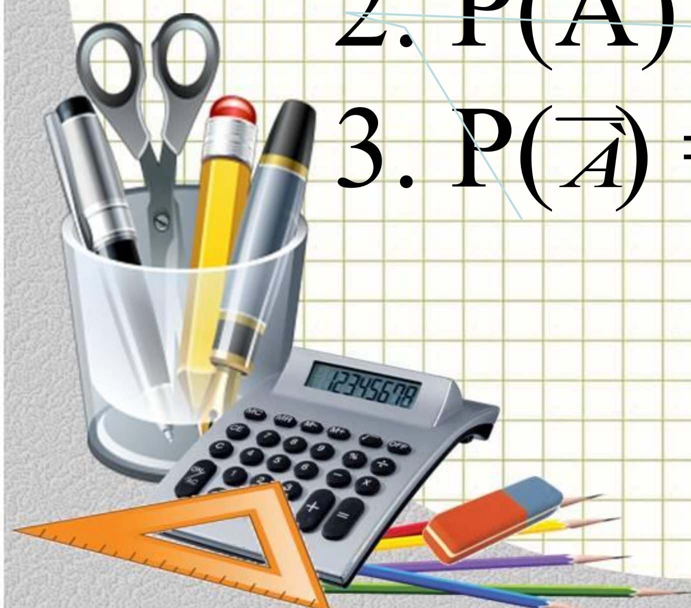
Мыс: Елімізде автомашиналардың серияларын анықтау ісімен мемлекеттік автоинспекция шұғылданады.Олар екі, үш әріптен неше комбинация (қосылыс,тіркес) жасайтынын білу керек.Бұл фактіні байланыс қызметкері де ,кодтау мамандары да білуге тиісті,орыс алфавитіндегі 32 әріптен үш әріптен құрылатын комбинациясын неше тәсілмен жасалатынын табуға болады.

Бернулли схемасы :

1. $P(A) – p$- әр тәжірибеде A оқиғасының ықтималдығы тұрақты

2. $P(A) \neq 1$ және 0

3. $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = q$



Бернулли формуласы :

$$\text{Đ}_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

n- тәуелсіз тәжірибелерде *A* оқиғасы *k* рет пайда болу ықтималдығын анықтайды, (әдетте *n* кіші шама болғанда қолданылады).

Лапластың локалдық формуласы:

$$Đ_n(k)=\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi\left(\frac{k-np}{\sqrt{npq}}\right),$$

мұнда

$$\varphi(\tilde{o})=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathring{a}^{-\frac{\tilde{o}^2}{2}}$$

- Лапластың локалдық функциясы.

Лапластың локалдық функциясының касиеттері:

1.Функция $\varphi(-x) = \varphi(x)$ **жұп функция;**

2.өспейтін функция;

3. x>5 болғанда функцияны мәні $\varphi(x) = 0$

Лапластың интегралдық формуласы:

n - тәуелсіз тәжірибелерде *A* оқиғасы *k* ден *k* рет пайда болу ықтималдығы Лапластың интегралдық формуласымен анықталады:

$$Đ_n(k_1,k_2)=\hat{O}\left(\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}\right) - \hat{O}\left(\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}\right)$$

мұнда

$$\hat{O}(\tilde{o})=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\tilde{o}} \mathring{a}^{-\frac{\tilde{o}^2}{2}}dx$$

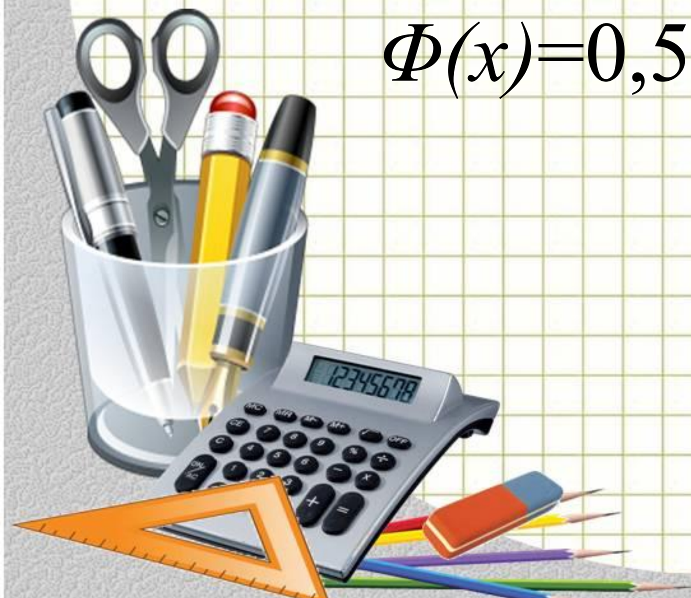
- Лапластың интегралдық функциясы.

Лапластың интергалдық функциясының касиеттері:

1. $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ тақ функция;

2. Өспелі функция яғни $x_1 < x_2$ болса, $\Phi(x_1) < \Phi(x_2)$ болады;

3. Егер $x > 5$ болғанда, функцияның мәні $\Phi(x) = 0{,}5$



Пуассон формуласы:

$$P_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$ мұнда $$\lambda = np$$

мұнда - p ықтималдық өте аз шама (сирек оқиғалар)
және n тәжірибие саны үлкен шама болғанда қолданылады.

Ескерту 1.

Лаплас және Пуассон формулалары *n* өскен сайын дәлдігі артатын жуық мәндерін береді.

Ескерту 2.

$$\varphi(x) \quad \text{және} \quad \Phi(x)$$

функцияларының мәндері кестеде келтірілген, ол кез келген ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика оқулықтарында болады.

Ескерту 2.

$\varphi(x)$ және $\Phi(x)$

функцияларының мәндері кестеде келтірілген, ол кез келген ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика оқулықтарында, есеп кітаптарында бар.

Назар қойып тыңдағандарыңызға рахмет!