Фотометрическое приближение

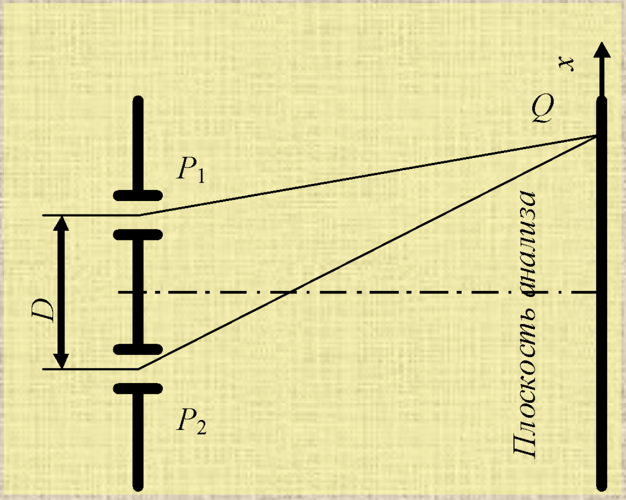
Будак Владимир Павлович,

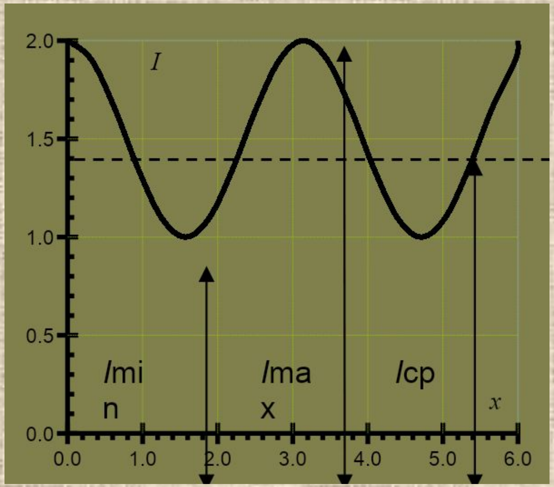
Московский энергетический институт (ТУ)
кафедра светотехники

: +7 (495) 763-5239 BudakVP@mpei.ru

Понятие когерентности

- поле как лучевое поле;
- по каждому из лучей распространяется энергия;
- поток энергии через любую точку пространства определяется суммированием потоков через каждый луч





$$U(Q) = U_1 + U_2$$

$$I(Q) = \left\langle U(Q) U^*(Q) \right\rangle$$

$$= \left\langle \left(U_1 + U_2^*\right)\left(U_1^* + U_2\right) \right\rangle$$

$$= I_1 + I_2 + 2\,\mathrm{Re}\,\Gamma_{12}$$

$$\gamma_{12} = \frac{\Gamma_{12}}{\sqrt{I_1 I_2}} = \left|\gamma_{12}\right| \exp\left(i\alpha_{12}\right), \text{где} \qquad \alpha_{12} = \arg\gamma_{12}$$

Вместо суммирования интенсивностей происходит пере-распределение энергии излучения, называемое интерференцией

Видность интерференционных полос

$$I(Q) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,|\gamma_{12}|\cos\alpha_{12}$$

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{\Delta I}{I}$$

$$V = \frac{(I_1 + I_2 + 2|\gamma_{12}|\sqrt{I_1 I_2}) - (I_1 + I_2 - 2|\gamma_{12}|\sqrt{I_1 I_2})}{(I_1 + I_2 + 2|\gamma_{12}|\sqrt{I_1 I_2}) + (I_1 + I_2 - 2|\gamma_{12}|\sqrt{I_1 I_2})} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}|\gamma_{12}|$$

Последнее выражение особенно наглядно, если в опыте сделать совершенно одинаковые отверстия:

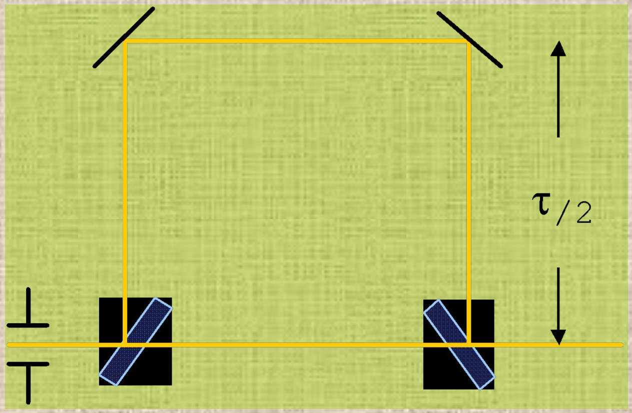
$$I_1 = I_2 \Rightarrow V = |\gamma_{12}|$$

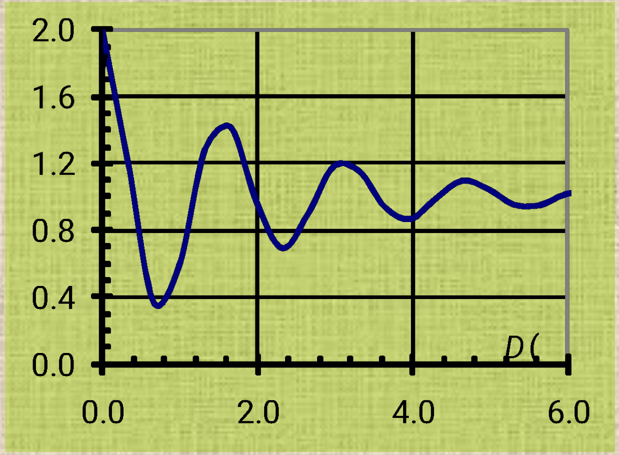
Степень когерентности определяет видимость интер-ференционной картины: γ_{12}=0, то интенсивности складываются

Среднее поле

$$I(Q)=|\gamma_{12}|\left\{I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\alpha_{12}\right\}+\left(1-|\gamma_{12}|\right)\left(I_1+I_2\right)$$

$$I_{\text{ког}}=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\alpha_{12},\quad I_{\text{неког}}=I_1+I_2,\quad \frac{I_{\text{ког}}}{I_{\text{полн}}}=|\gamma_{12}|$$





время и пространство когерентности – область, где излучение в соответствии с критерием следует считать когерентным

Распространение функции когерентности

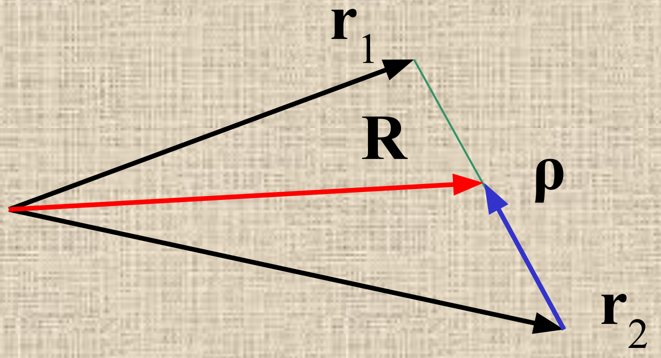
$$I(\mathbf{r}) = I(\mathbf{r}_1) + I(\mathbf{r}_2) + 2\,\mathrm{Re}\,\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$$

$$I(\mathbf{r}) = \left\langle U(\mathbf{r})U^*(\mathbf{r})\right\rangle \equiv \Gamma(\mathbf{r},\mathbf{r}) \Rightarrow I(\mathbf{r}) = \Gamma(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_1) + \Gamma(\mathbf{r}_2,\mathbf{r}_2) + 2\,\mathrm{Re}\,\Gamma(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)$$

$$\begin{cases} \Delta_1 U_1 + k^2 U_1 = 0, \\ \Delta_2 U_2 + k^2 U_2 = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta_1 \Gamma_{12} + k^2 \Gamma_{12} = 0, \\ \Delta_2 \Gamma_{12} + k^2 \Gamma_{12} = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} (\Delta_1 - \Delta_2)\Gamma_{12} = 0, \\ \dfrac{1}{2}(\Delta_1 + \Delta_2)\Gamma_{12} + k^2\Gamma_{12} = 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2), \quad \boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$$

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{R} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}, \quad \mathbf{r}_2 = \mathbf{R} - \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}$$



координата центра тяжести и разностной координатой

Уравнение распространения когерентности

$$\nabla_1 = \frac{1}{2}\nabla_{\mathbf{R}} + \nabla_{\boldsymbol{\rho}}, \quad \Delta_1 = \frac{1}{4}\Delta_{\mathbf{R}} + \Delta_{\boldsymbol{\rho}} + \nabla_{\mathbf{R}}\nabla_{\boldsymbol{\rho}},$$

$$\nabla_2 = \frac{1}{2}\nabla_{\mathbf{R}} - \nabla_{\boldsymbol{\rho}}, \quad \Delta_2 = \frac{1}{4}\Delta_{\mathbf{R}} + \Delta_{\boldsymbol{\rho}} - \nabla_{\mathbf{R}}\nabla_{\boldsymbol{\rho}}$$

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{R}}\nabla_{\boldsymbol{\rho}}\Gamma_{12}(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = 0, \\ \left(\frac{1}{4}\Delta_{\mathbf{R}} + \Delta_{\boldsymbol{\rho}} + k^2\right)\Gamma_{12}(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = 0 \end{cases}$$

$$\Gamma_{12}(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = \int F(\mathbf{R},\boldsymbol{\kappa})e^{i\boldsymbol{\kappa\rho}}d^3\kappa \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \boldsymbol{\kappa}\nabla_{\mathbf{R}}F(\mathbf{R},\boldsymbol{\kappa}) = 0, \\ \left(\frac{1}{4}\Delta_{\mathbf{R}} - \kappa^2 + k^2\right)F(\mathbf{R},\boldsymbol{\kappa}) = 0. \end{cases}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 + \zeta\hat{\mathbf{l}} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{d\zeta}F(\mathbf{R}_0 + \zeta\hat{\mathbf{l}},\kappa) = 0 \quad \Rightarrow \quad F(\mathbf{R}_0,\boldsymbol{\kappa}) = F(\mathbf{R}_0 + \zeta\hat{\mathbf{l}},\boldsymbol{\kappa})$$

Луч распространения функции когерентности и луч приближения геометрической оптики в общем случае не совпадают

Квазиоднородные волны

$$\frac{1}{4}\Delta_{\mathbf{R}}F + (k^2 - \kappa^2)F = 0, \quad \Delta_{\mathbf{R}}F \sim \frac{F}{L_R^2}$$

$$\frac{1}{L_R^2} \sim k^2 - \kappa^2 \quad \text{или} \quad \frac{1}{L_R^2} \sim (k-\kappa)(k+\kappa) \Rightarrow \frac{1}{L_R^2} \sim k\Delta k \Rightarrow \frac{1}{k^2 L_R^2} \sim \frac{\Delta k}{k}$$

$$\frac{\lambda^2}{L_R^2} \sim \frac{\Delta k}{k} \Rightarrow (k^2 - \kappa^2)F >> \frac{1}{4}\Delta_{\mathbf{R}}F$$

$$\boxed{\left|\nabla_{\mathbf{R}}\Gamma_{12}(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho})\right| << \left|\nabla_{\boldsymbol{\rho}}\Gamma_{12}(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho})\right|}$$

Можно выделить область пространства, где квазиоднородная волна ведет себя приблизительно подобно плоской волне

Световое поле

$$(k^2 - \kappa^2)F = 0 \quad \Rightarrow \quad F(\mathbf{R},\boldsymbol{\kappa}) = \frac{L(\mathbf{R},\hat{\mathbf{l}})}{k^2}\delta(k-\kappa)$$

$$\Gamma_{12}(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = \int F(\mathbf{R},\boldsymbol{\kappa})e^{i\boldsymbol{\kappa\rho}}d^3\kappa = \oint\int\limits_0^\infty \frac{L(\mathbf{R},\hat{\mathbf{l}})}{k^2}\delta(k-\kappa)e^{i\boldsymbol{\kappa\rho}}k^2 d\kappa d\hat{\mathbf{l}}$$

$$\Gamma_{12}(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}) = \oint L(\mathbf{R},\hat{\mathbf{l}})e^{ik\boldsymbol{\rho}\hat{\mathbf{l}}}d\hat{\mathbf{l}} \quad \Rightarrow \quad (\hat{\mathbf{l}},\nabla)L(\mathbf{R},\hat{\mathbf{l}}) = 0: \quad L(\mathbf{R}+\zeta\hat{\mathbf{l}},\hat{\mathbf{l}}) = L(\mathbf{R},\hat{\mathbf{l}})$$

$$I(\mathbf{r}) = \Gamma_{12}(\mathbf{R}=\mathbf{r},\boldsymbol{\rho}=0) = \oint L(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}})d\hat{\mathbf{l}}, \quad \langle\mathbf{S}(\mathbf{r})\rangle = \frac{1}{ik}\nabla\Gamma_{12}(\mathbf{r},\boldsymbol{\rho}=0) = \oint L(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}})\hat{\mathbf{l}}d\hat{\mathbf{l}}$$

$$\boxed{L(\mathbf{R}_\perp,\hat{\mathbf{l}}) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 l_{\square}\int\Gamma_{12}(\mathbf{R}_\perp,\boldsymbol{\rho}_\perp)\exp(-ik\hat{\mathbf{l}}\boldsymbol{\rho}_\perp)d^2\rho_\perp}$$

Отрицательные значения обобщенной яркости несут информацию о фазе волны и корреляции точек

Аксиомы светового поля

1. Электромагнитное поле представляется совокупностью лучей – приближение геометрической оптики.
2. Лучи приходящие с различных направлений некогерентны между собой.
3. Постоянная времени и характерный размер квадратичного оптического приемника существенно превышают период и длину волны – применимость для исследований выводов статистической теории.
4. Поле эргодично: усреднение по времени соответствует усреднениям по ансамблю реализаций – соответствие теории с практическими измерениями.