

# Электромагнетизм

## Лекция 8

**Лектор профессор А.М. Тишин**

**рекомендованная литература:**

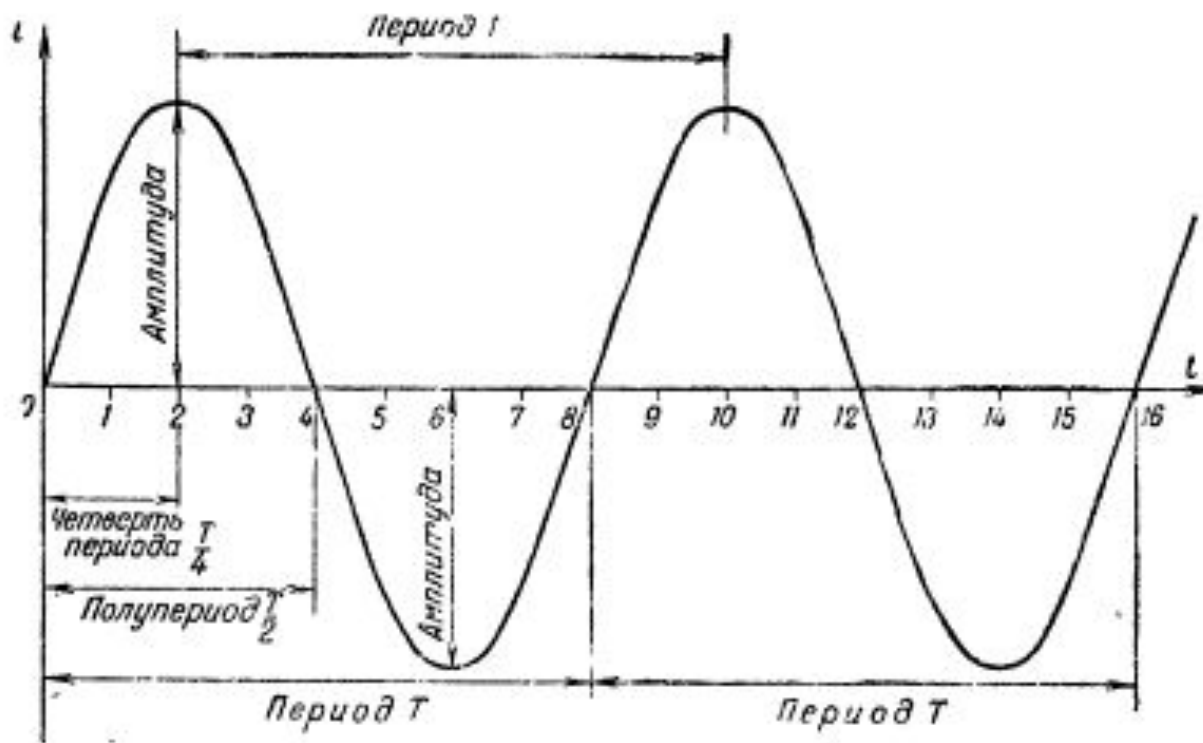
- 1. Д.В.Белов, Электромагнетизм и волновая оптика, Уч. Пособие, М.: Изд-во МГУ, 1994, 208 с.**
- 2. И.В. Савельев, Курс Физики, том 2.**

Переменный ток. Получение переменного тока. Прохождение переменного тока через емкость и индуктивность. Векторные диаграммы. Закон Ома для переменного тока. Мощность переменного тока. Эффективные значения тока и напряжения

# Переменный ток

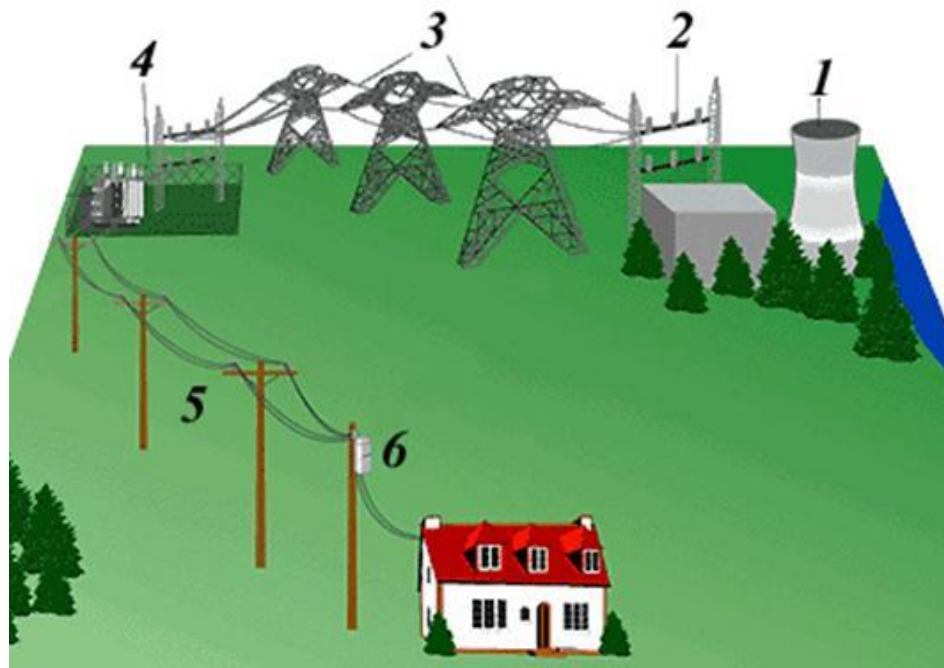
**Переменный ток** – это ток, модуль и направление которого периодически (т.е. точно повторяются через равные промежутки времени) меняются во времени.

На рисунке представлен случай **синусоидального тока** и показаны его основные параметры: амплитуда и период.



# Переменный ток

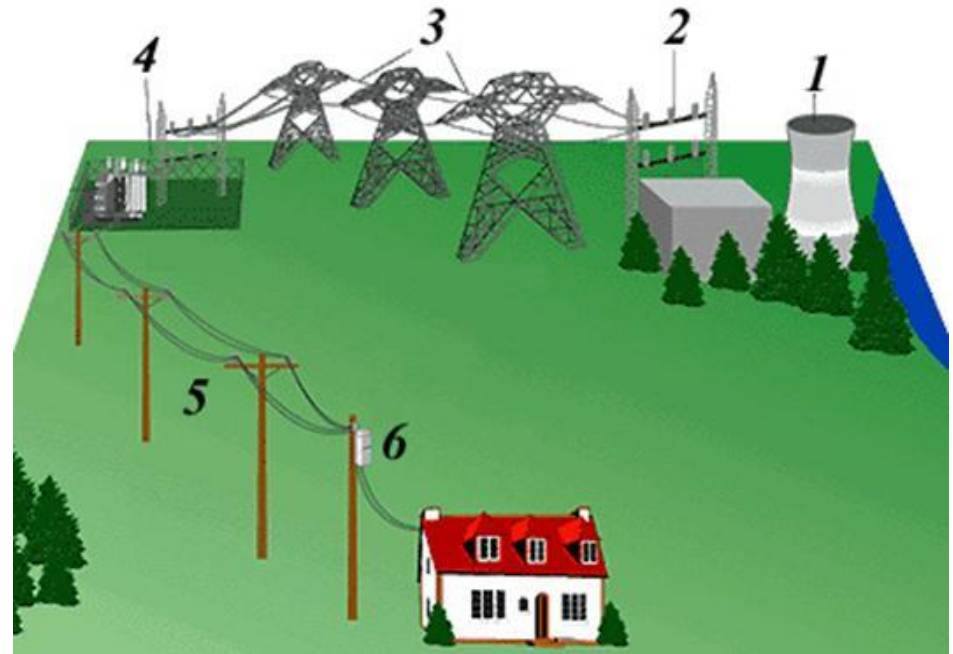
В современном мире переменный ток протекает по проводке в квартирах, в промышленных электросетях, в высоковольтных линиях электропередач. При этом, для питания электротехники, например, **автомашин, телевизора, мобильного телефона и бытовых приборов**, часто требуется постоянный ток, поэтому в них используются **выпрямители переменного тока**.



# Переменный ток

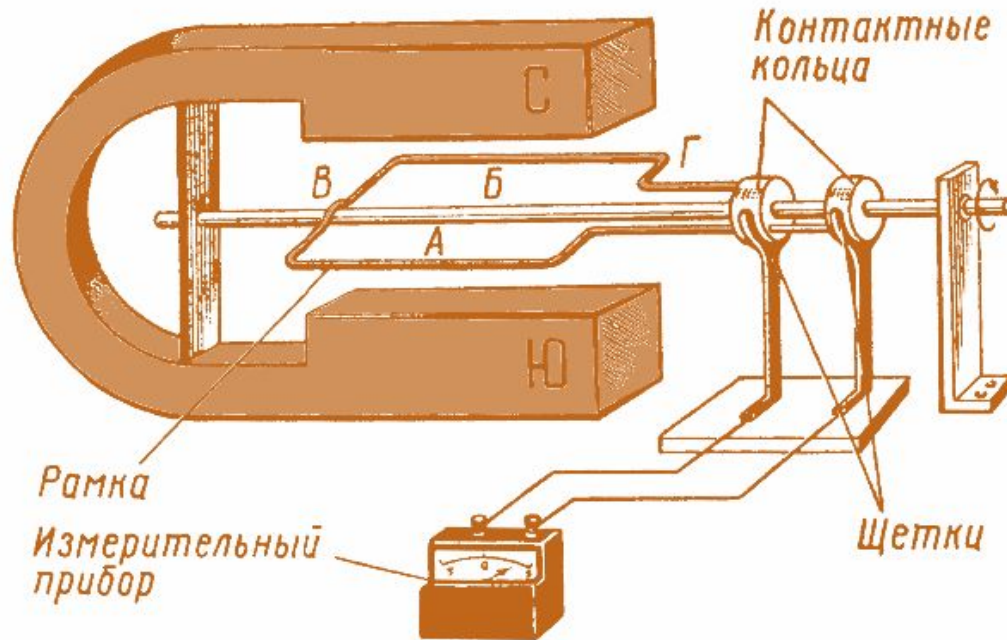
Почему именно переменный ток **получил столь широкое** распространение? Ответ состоит в том, **что получить** переменный ток намного проще, чем постоянный.

Более того, он лучше подходит для передачи электроэнергии по проводам. Также, мы можем легко и практически без потерь энергии изменить напряжение переменного тока (с помощью трансформатора)



# Получение переменного тока

Для получения переменного тока, используют источники переменного тока, которые создают переменную ЭДС. Такие источники называются **электрогенераторами**. Поясняющая схема электрогенератора показана на рисунке:



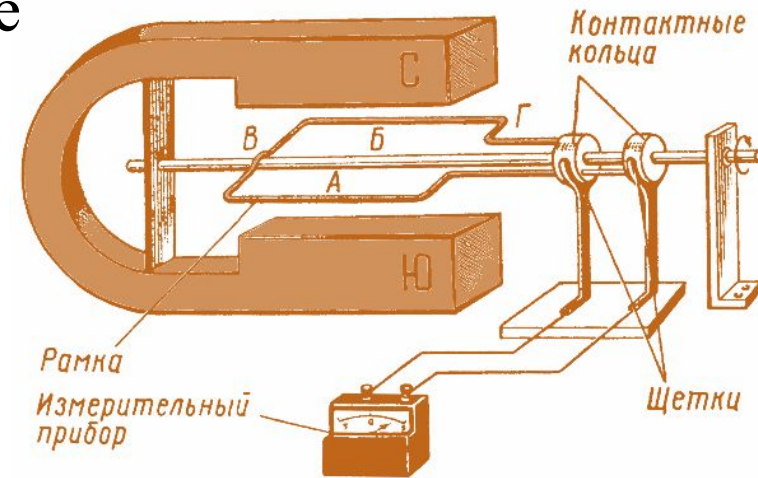
Работа генератора основана на явлении **электромагнитной индукции**. В зазоре **между полюсами** постоянного магнита **С** и **Ю** находится прямоугольная рамка. Рамка может поворачиваться вокруг оси, проходящей через ее середину.

# Получение переменного тока.

При вращении рамки ее площадь, а также индукция магнитного поля в зазоре не изменяются. Меняется лишь угол  $\alpha$  между нормалью к поверхности рамки и направлением магнитного поля. Таким образом, величина **ЭДС индукции** определяется выражением:

$$\xi = BS \frac{d}{dt} (\cos \alpha)$$

где  $B$  – магнитная индукция поля между полюсами,  $S$  – площадь рамки. **Направление тока** в проводниках А и Б рамки будет **различно**, в этом легко убедиться, воспользовавшись **правилом правой руки**. Рамка соединена с контактными кольцами (см. рис.), которые посредством «щеток» соединяются с выходом электрогенератора. Частота переменного тока соответствует частоте вращения генератора, для большинства стран, включая Россию, это 50 Гц, для США – 60 Гц. (щетки как правило уже не используются)



Посмотрим модель генератора

# Квазистационарные токи

При рассмотрении переменного тока необходимо отметить одну особенность. Пусть напряжение в цепи изменяется по синусоидальному закону. Это значит, что **сила тока не будет точно одинаковой во всей цепи**, так как на передачу взаимодействия необходимо какое-то время. В этом случае закон Ома для постоянного тока неприменим. **Но на практике** зачастую мы можем считать, что сила тока всюду одинакова. Например, при частоте тока  $f = 50 \text{ Гц}$  (стандарт для России), которой соответствует период колебаний  $T = 1/f = 0,02 \text{ с}$  за один период колебаний взаимодействие передается на расстояние  $l = cT = 6000 \text{ км}$ ,  $c$  – скорость света.

# Квазистационарные токи

Таким образом, если длина цепи намного меньше этого расстояния, мы можем считать что сила тока в ней одинакова по всей длине (но в разные моменты времени сила тока различна). Такой ток называется **квазистационарным**. Приставка «квази» используется в значении слова «почти». Итак, можем записать **условие квазистационарности** переменного тока для общего случая:

$$l \ll cT,$$

где  $l$  – длина цепи,  $T = 1/f$  - период колебаний силы тока.



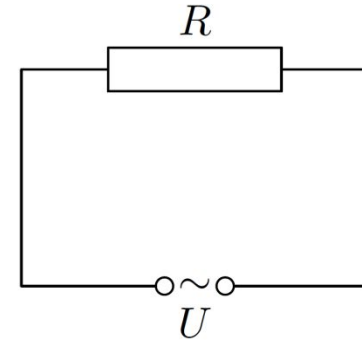
# Резистор в цепи переменного тока

Рассмотрим **самую простую цепь** переменного тока.

Пусть к источнику переменного напряжения

$U = U_0 \sin \omega t$  подключен резистор. Такое

сопротивление называют **активным**.

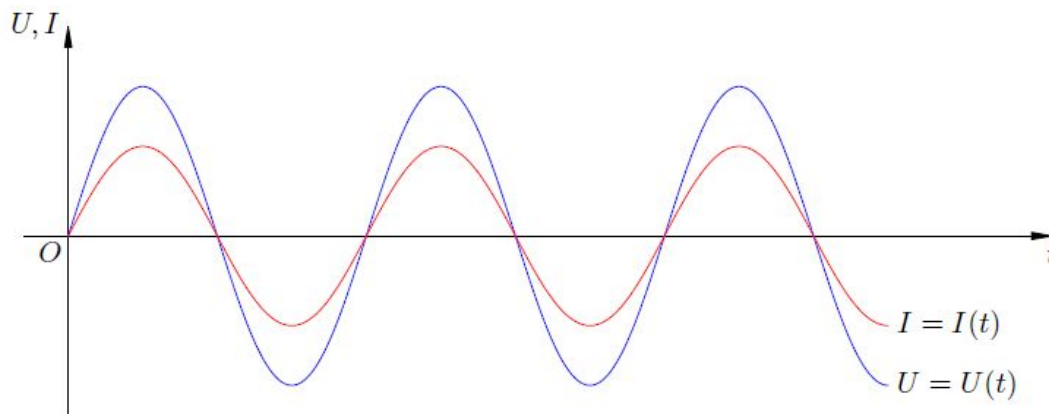


В этом случае значения силы тока и напряжения в каждый момент времени подчиняются закону, **аналогичному закону Ома** для

постоянного тока:

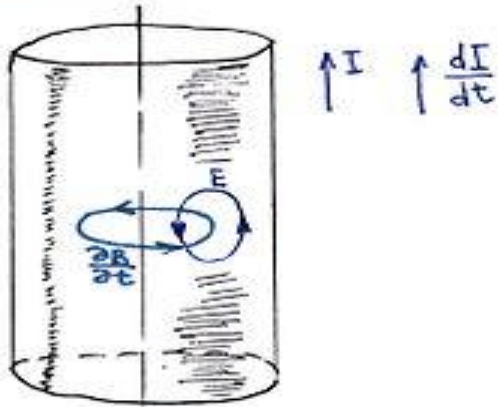
$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \sin \omega t$$

Следовательно, **значения силы тока и напряжения в резисторе изменяются синфазно (одновременно, синхронно)**.

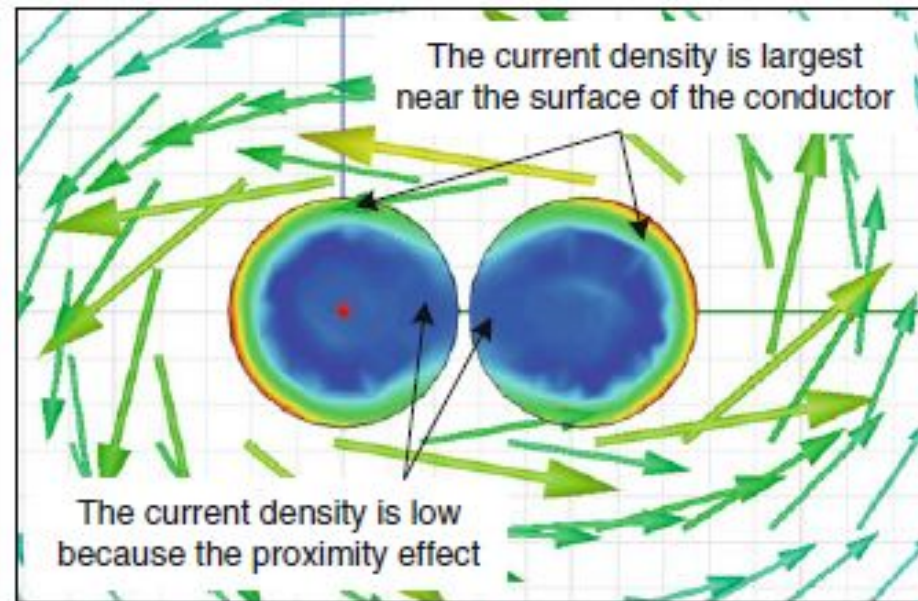
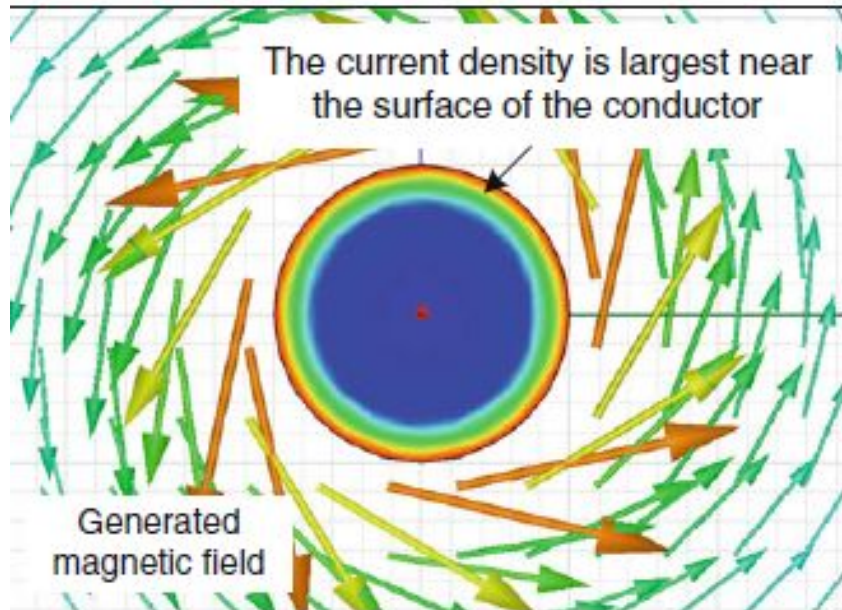


# Переменный ток в проводнике

$$R = l\rho/D\pi\delta$$

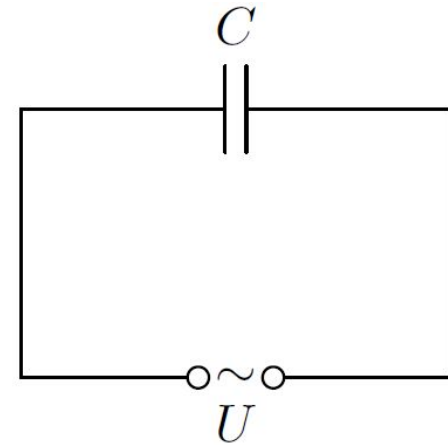


Плотность переменного тока не равномерно распределяется по сечению проводника. Наибольшее значение наблюдается вблизи поверхности. Из-за маленькой толщины скин-слоя  $\delta$  в металлах, на переменном токе сопротивление следующим образом зависит от длины  $l$  и диаметра  $D$



# Конденсатор в цепи переменного тока

Для постоянного тока конденсатор является разрывом цепи, поэтому по нему постоянный ток не течет. Но это не так для переменного тока, который протекает через конденсатор посредством периодического изменения заряда на его обкладках.



Так как конденсатор в нашем случае это единственный элемент цепи, то напряжение на нем **равно напряжению источника**:

$$q/C = U = U_0 \sin \omega t \Rightarrow q = CU_0 \sin \omega t$$

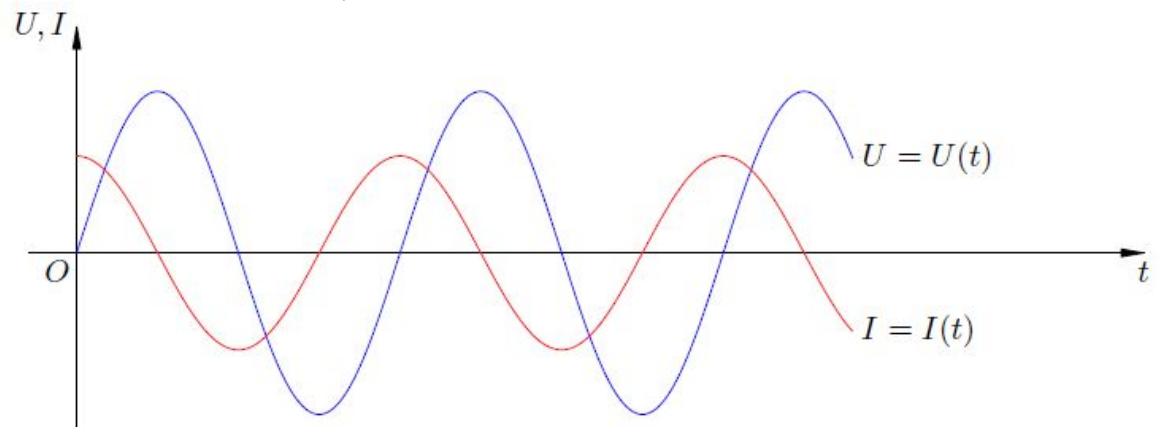
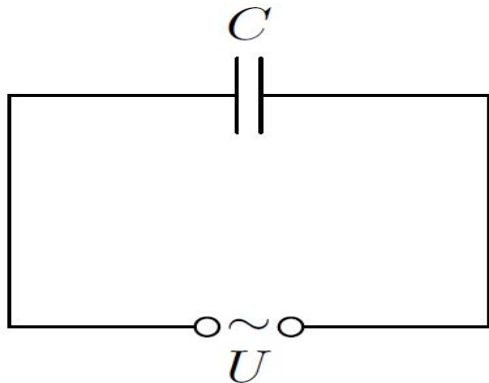
где  $q$  – заряд одной из обкладок конденсатора емкости  $C$ .

# Конденсатор в цепи переменного тока

Сила тока по определению – это **производная заряда по времени**, поэтому дифференцируя, получаем:

$$I = \dot{q} = CU_0 \omega \cos \omega t$$

Таким образом, если **напряжение источника** изменяется **по «синусу»**, то **сила тока** на конденсаторе меняется **по «косинусу»**, т.е. между силой тока и напряжением присутствует разность фаз  $\pi/2$  – **сила тока опережает напряжение на  $\pi/2$**  (т.е., сначала надо доставить заряд на обкладки)



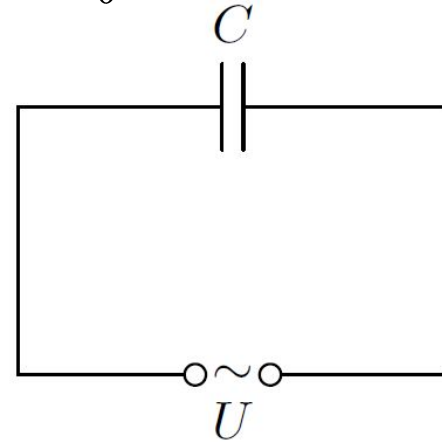
# Конденсатор в цепи переменного тока

Итак в случае конденсатора сила тока:  $I = CU_0\omega \cos \omega t$

Откуда **амплитуда силы тока**:  $I_0 = CU_0\omega$ .

Запишем это выражение в другом виде:

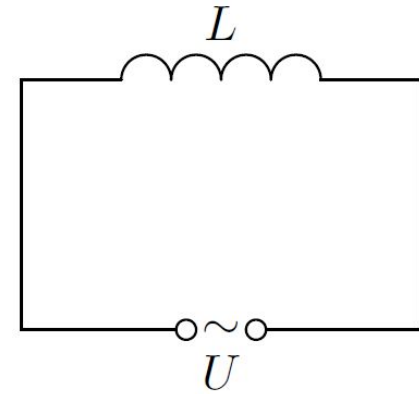
$$I_0 = \frac{U_0}{1/\omega C}$$



Последнее выражение **имеет форму закона Ома**, где в роли сопротивления выступает величина  $X_c = 1/(\omega C)$ , которая называется **емкостным сопротивлением конденсатора**. Чем больше емкостное сопротивление конденсатора, тем меньше амплитуда протекающего по нему тока.

# Катушка в цепи переменного тока

Катушка индуктивности  $L$  с **нулевым** омическим сопротивлением **не оказывает сопротивления** протеканию **постоянному току** (так как омическое сопротивление равно нулю).



Но для **переменного** тока катушка оказывает **ненулевое сопротивление**, которое имеет совершенно другую природу. В катушке создается меняющееся **магнитное поле**, которое порождает вихревое электрическое поле  $\mathbf{E}_{\text{вихр}}$  (переменное магнитное поле всегда создает переменное электрическое и наоборот). Оказывается, что это **вихревое поле полностью уравнивает кулоновское поле** движущихся по катушке зарядов, т.е.:  $\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{вихр}} = 0$ .

Вспоминая определение напряжения (работа по перемещению единичного заряда полем  $\mathbf{E}$ ). А работа вихревого поля  $\mathbf{E}_{\text{вихр}}$  — это ЭДС индукции  $\xi_{\text{инд}}$  откуда:

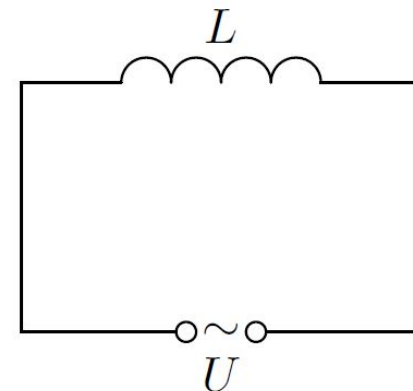
$$U + \xi_{\text{инд}} = 0.$$

# Катушка в цепи переменного тока

Далее,  $\xi_{\text{инд}} = -L \dot{I}$  (Закон Фарадея), таким образом

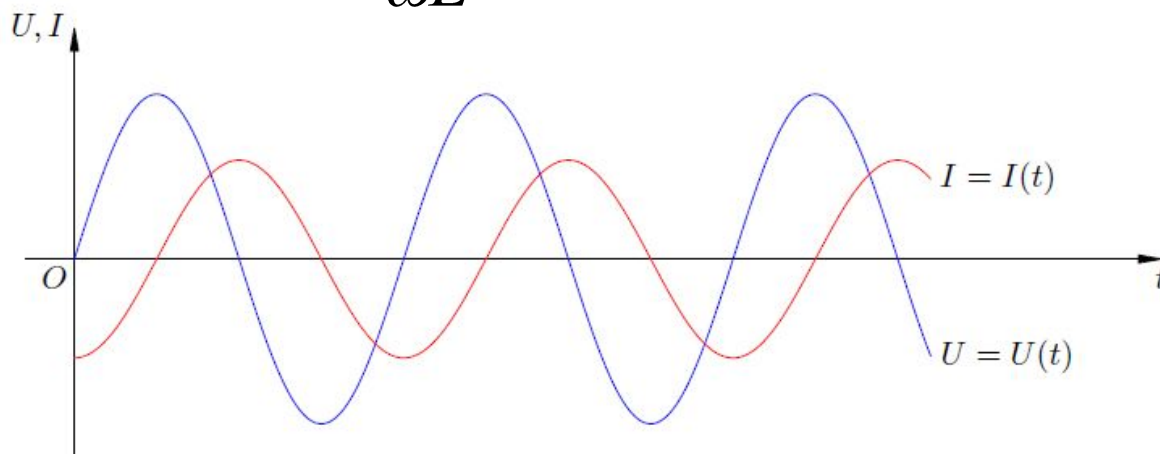
$$U - L \dot{I} = 0$$

Откуда 
$$I = \frac{U}{L} = \frac{U_0}{L} \sin \omega t$$



Решение этого дифференциального уравнения дает **силу тока** через катушку:

$$I = -\frac{U_0}{\omega L} \cos \omega t$$



**Сила тока на катушке индуктивности отстает по фазе от напряжения на  $\pi/2$ .**

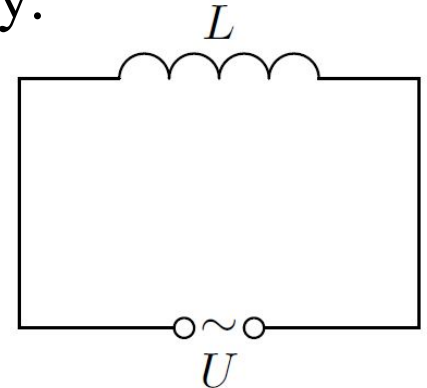
# Катушка в цепи переменного тока

Так как сила тока на катушке изменяется по закону:

$$I = -\frac{U_0}{\omega L} \cos \omega t$$

Ее амплитуда равна

$$I_0 = \frac{U_0}{\omega L}$$



Данное выражение имеет **форму закона Ома**, где в роли сопротивления выступает величина  $X_L = \omega L$ , которая называется **индуктивным сопротивлением катушки**. Это то сопротивление, которое оказывает катушка переменному току.

Итак, **как в случае конденсатора, так и в случае катушки закону Ома удовлетворяют только амплитудные значения силы тока и напряжения, но не мгновенные**. Это связано с существованием **сдвига фаз** между током и напряжением на емкости и индуктивности.





**Катушки бывают разные. Например, такие, через которые ездят железнодорожные вагоны. В данном случае катушка создана группой компаний АМТ&С и использовалась для определения количества металлолома в движущемся вагоне.**

# Векторные диаграммы

Итак, при переменном гармоническом токе в цепи ток и напряжение на резисторе, конденсаторе и катушке индуктивности **изменяются гармонически** и их зависимости от времени имеют следующий общий вид:

$$I = I_0 \sin (\omega t + \varphi) \qquad U = U_0 \sin (\omega t + \varphi)$$

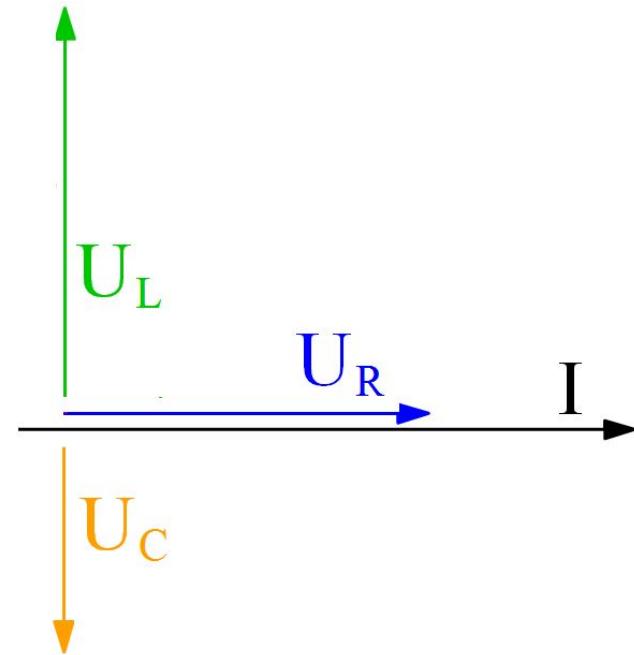
Любое гармоническое колебание такого вида может быть представлено в виде так называемой **векторной диаграммы**, в которой **длина вектора определяет амплитуду** колебания **а угол** между горизонтальной прямой и вектором – **начальную фазу  $\varphi$** .

# Векторные диаграммы

Тогда напряжение  $U_R$  на сопротивлении  $R$  отобразится в виде горизонтального вектора (показано синим).

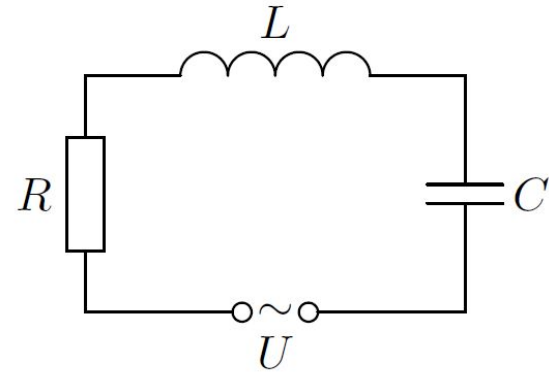
Напряжение  $U_C$  на конденсаторе – в виде, вектора, повернутого вниз на  $90$  градусов (показано желтым).

Напряжение на катушке  $U_L$  – в виде вектора, повернутого вверх на  $90$  градусов (показано зеленым)



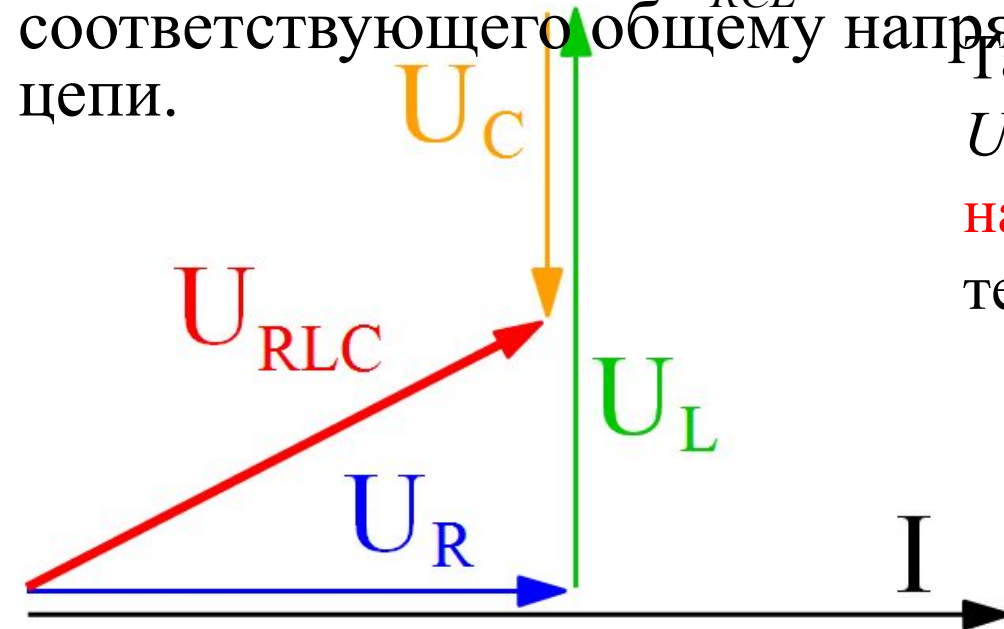
# Векторные диаграммы

Если в цепи присутствует **несколько разных элементов**, например, резистор, конденсатор и катушка (как показано на рисунке справа), то общее напряжение  $U_{RCL}$  цепи определится как **геометрическая сумма** отдельных векторов, соответствующих каждому из элементов цепи. На рисунке снизу показан принцип определения вектора  $U_{RCL}$ , соответствующего общему напряжению цепи.



Таким образом длина вектора  $U_{RCL}$  (**амплитуда общего напряжения**) определяется по теореме Пифагора:

$$U_{RCL}^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$$

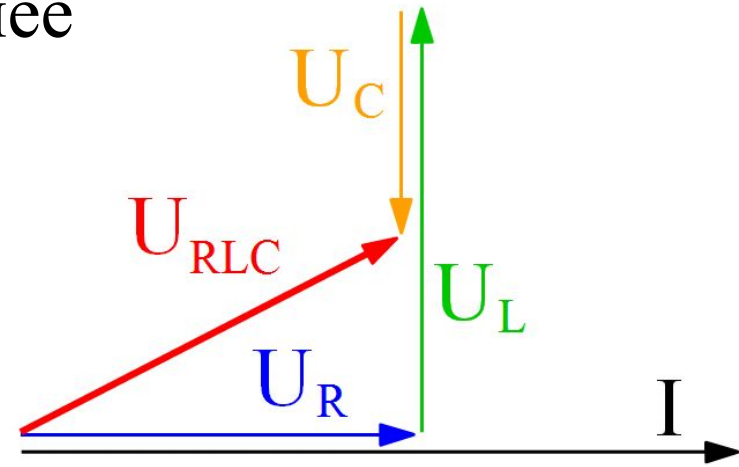


# Закон Ома для переменного тока

Далее, подставляя полученные ранее выражения:

$$U_R = IR, U_C = I \frac{1}{\omega C}, U_L = I\omega L$$

получим:  $U_{RCL}^2 = I^2 \left[ R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]$



Извлекая квадратный корень из обеих частей получаем выражение

$$U_{RCL} = I \sqrt{\left[ R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]}$$

Полученное выражение имеет вид закона Ома, поэтому его называют **законом Ома для переменного тока**.

# Мощность переменного тока

**Переменный ток несёт энергию**, поэтому вопрос о мощности в цепи переменного тока является крайне важным. Пусть  $U$  и  $I$  – **мгновенные значения** напряжения и силы тока на определенном участке цепи. Для мгновенной мощности можем применить **закон Джоуля – Ленца**:  $W = IU = I_0 U_0 \sin \omega t \sin(\omega t + \phi)$ .

Мгновенная мощность совершает колебания. Однако **на практике** больший интерес представляет мощность, **усредненная по времени**. Определим **среднюю мощность переменного тока за один период тока**. Как известно, для нахождения среднего значения из набора, необходимо сложить все числа из набора и поделить на их количество.

В нашем – непрерывном – случае суммирование заменяется на **интегрирование в пределах одного периода**. Затем среднее значение определяется делением на продолжительность периода, на следующем слайде.

# Мощность переменного тока

$$\begin{aligned}\langle W \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T U_0 I_0 \sin(\omega t + \varphi) \sin \omega t dt = \frac{1}{T} \int U_0 I_0 \{ \sin^2 \omega t \cos \varphi + \cos \omega t \sin \omega t \sin \varphi \} dt = \\ &= \frac{U_0 I_0}{2T} \cos \varphi \int_0^T (1 - \cos 2\omega t) dt + \frac{U_0 I_0}{2T} \sin \varphi \int_0^T \sin 2\omega t dt = -\frac{U_0 I_0}{2T} \cos \varphi \int_0^T \cos 2\omega t dt + \\ &+ \frac{U_0 I_0}{2T} \sin \varphi \int_0^T \sin 2\omega t dt + \frac{U_0 I_0}{2} \cos \varphi\end{aligned}$$

**Среднее за период значение любой периодической функции равно нулю, поэтому в последнем выражении останется только последний член.** Таким образом, средняя мощность переменного тока равна:

$$\langle W \rangle = \frac{U_0 I_0}{2} \cos \varphi$$

# Мощность переменного тока

Выражение для мощности переменного тока часто записывают не через амплитуды напряжения и силы тока, а через их, так называемые, **эффективные значения**:

$$\langle W \rangle = U_{\text{эфф}} I_{\text{эфф}} \cos \varphi$$

Где эффективные значения равны  $U_{\text{эфф}} = U_0 / \sqrt{2}$  и  $I_{\text{эфф}} = I_0 / \sqrt{2}$

Вольтметры и амперметры переменного тока показывают именно эффективные значения. Более того, 220 вольт из розетки — это тоже эффективное значение напряжения бытовой электросети.

Эффективные значения силы тока и напряжения часто называют также и **действующими значениями**. Это одно и то же.



# Мощность переменного тока

$$\langle W \rangle = U_{\text{эфф}} I_{\text{эфф}} \cos \varphi$$

Полученная формула для средней мощности напоминает формулу мощности для постоянного тока. Разница только в коэффициенте  $\cos \varphi$ . Этот коэффициент называют **коэффициентом мощности** (совокупный показатель, говорящий о емкостной и индуктивной структуре нагрузки).

Важной практической задачей является увеличение этого коэффициента до 0.98-0.99. Как видно, если разность фаз между током и напряжением составит  $\varphi=90^0$ , то полезная (активная) мощность  $\langle W \rangle$  будет равна нулю. Чтобы избежать этого, в цепь включают дополнительные элементы, сдвигающие фазу, например компенсирующие конденсаторы.

# Величина $\cos\phi$ крайне важна

Мощность бывает полная, реактивная и активная:

– полная мощность измеряется в кВА (килоВольтАмперах), характеризует полную электрическую мощность и являются геометрической суммой активной и реактивной мощности. При активной нагрузке (например, ТЭН) полная и активная мощность в идеале равны ( $\cos\phi=1$ ).

– активная (полезная) мощность измеряется в кВт (килоВаттах) и характеризует активную потребляемую электрическую мощность.

Отношение активной и полной мощности и есть  $\cos\phi$ . Например, 1 кВА полной мощности может дать 0.9 кВт активной мощности, которая является геометрической разностью полной и реактивной мощности.

Активная мощность характеризует скорость необратимого превращения электрической энергии в другие виды энергии, например, световую или тепловую. Те. электролампы, нагревательные приборы

– реактивная составляющая мощности измеряется в кВар (килоВарах или вольт-ампер реактивных) и характеризуется скорость передачи электроэнергии от источника тока к потребителю и обратно, например, в электродвигателях (полная мощность больше активной).