

# Уравнение плоскости, проходящей через три точки

---

**Задачи ЕГЭ (С2)**

# Уравнение плоскости

---

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

где  $A, B, C, D$  – числовые  
коэффициенты

---

# Особые случаи уравнения:

---

- **$D = 0, Ax + By + Cz = 0$**   
плоскость проходит через начало координат.
  - **$A = 0; By + Cz + D = 0$**   
плоскость параллельна оси  $Ox$
  - **$B = 0; Ax + Cz + D = 0$**   
плоскость параллельна оси  $Oy$
  - **$C = 0, Ax + By + D = 0$**
  - **плоскость параллельна оси  $Oz$ .**
-

# Особые случаи уравнения:

---

□  $A = B = 0, Cz + D = 0$

плоскость параллельна плоскости  
Oxy

□  $A = C = 0, By + D = 0$

плоскость параллельна плоскости  
Oxz

□  $B = C = 0, Ax + D = 0$

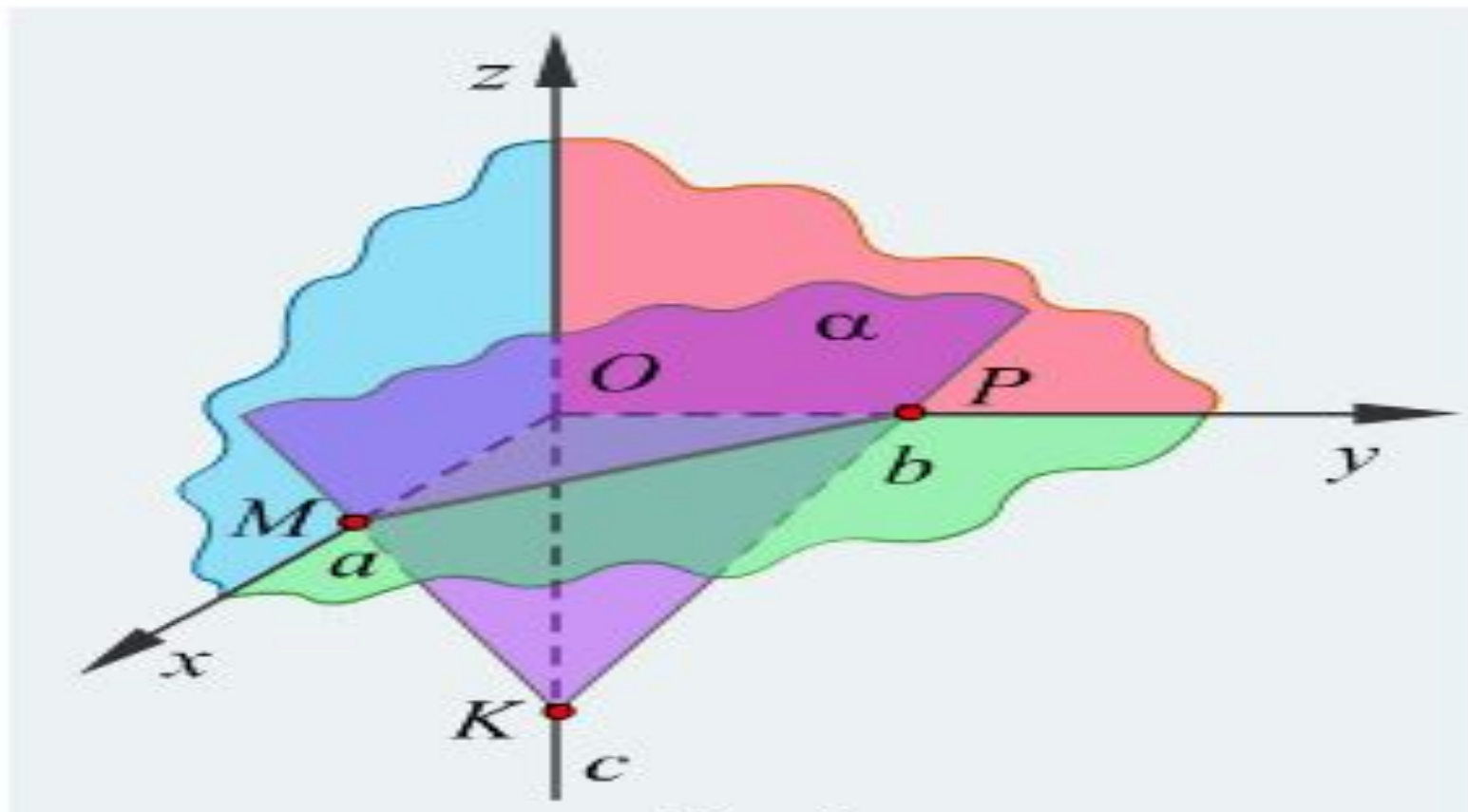
плоскость параллельна плоскости  
Oyz.

# Особые случаи уравнения:

---

- $C = D = 0, Ax + By = 0$   
плоскость проходит через ось  $Oz$ .
  - Уравнения координатных плоскостей:  
 $x = 0,$   
плоскость  $Oyz$   
 $y = 0,$  плоскость  $Oxz$   
 $z = 0,$  плоскость  $Oxy$
-

# Плоскость не проходит через начало координат, не параллельна координатным ОСЯМ



# Точки пересечения с осями координат

---

- с осью  $Ox$ :  $(-D/A; 0; 0)$
  - с осью  $Oy$ :  $(0; -D/B; 0)$
  - с осью  $Oz$ :  $(0; 0; -D/C)$
-

# Две плоскости

■  $\alpha: A_1x + B_1y + C_1z + D = 0$  и  $\beta: A_2x + B_2y + C_2z + D = 0$  —

– **совпадают**, если существует такое число  $k$ , что

$$\begin{cases} A_1 = kA_2, \\ B_1 = kB_2, \\ C_1 = kC_2, \\ D_1 = kD_2; \end{cases}$$

– **параллельны**, если существует такое число  $k$ , что

$$\begin{cases} A_1 = kA_2, \\ B_1 = kB_2, \\ C_1 = kC_2, \\ D_1 \neq kD_2. \end{cases}$$

В остальных случаях плоскости пересекаются.



# Алгоритм составления уравнения плоскости, проходящей через три точки

---

$$M(x^1, y^1, z^1), \quad N(x^2, y^2, z^2), \\ K(x^3, y^3, z^3)$$

- Подставить координаты точек в уравнение плоскости. Получится система трех уравнений с четырьмя переменными.
-

# Замечание

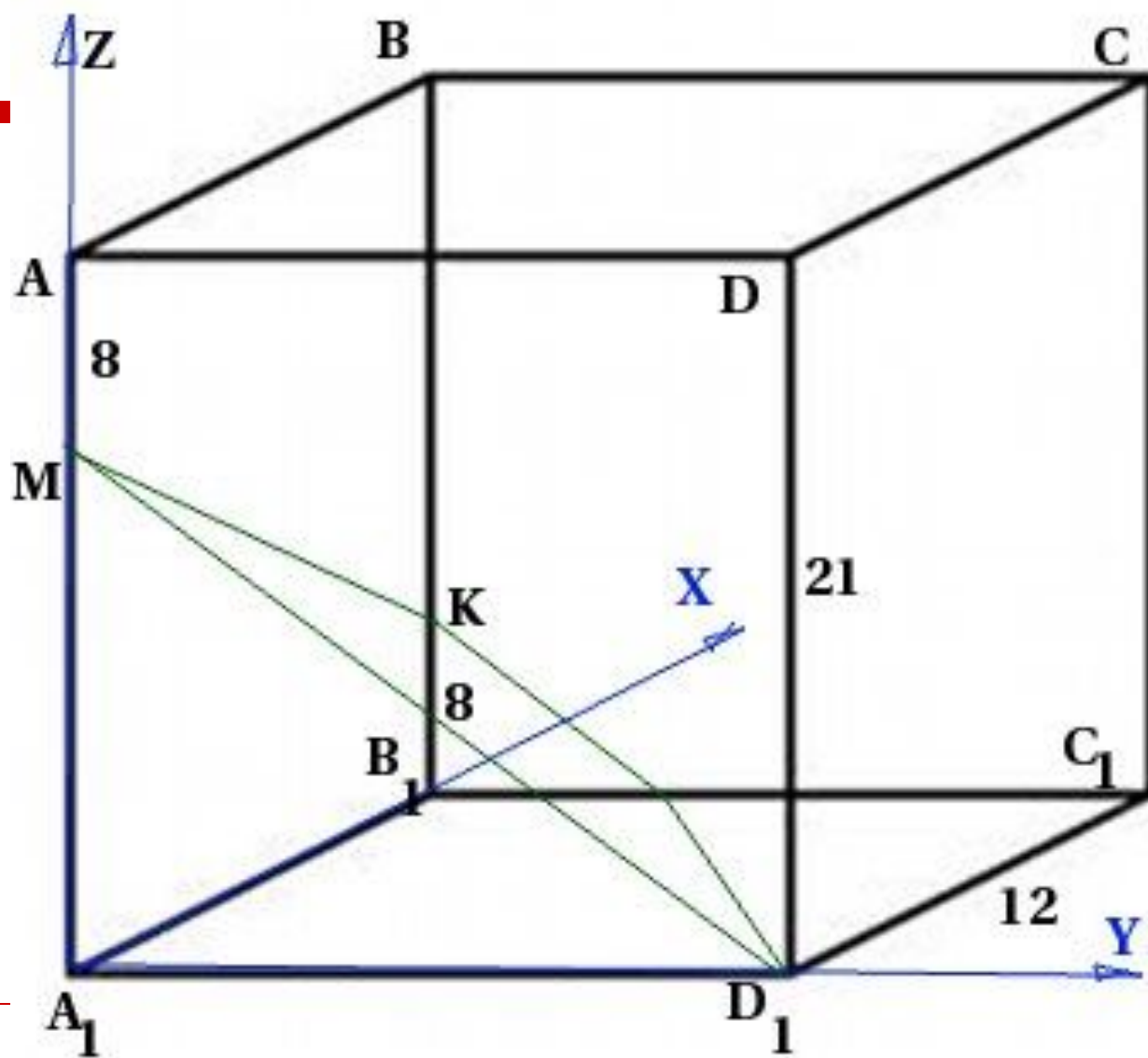
---

- Если плоскость проходит через начало координат, положить  $D = 0$ ,
  - если не проходит, то  $D = 1$
-

# Задача

---

- В правильной четырехугольной призме  $ABCD A^1 B^1 C^1 D^1$  со стороной основания 12 и высотой 21 на ребре  $AA^1$  взята точка  $M$  так,  $AM = 8$ , на ребре  $BB^1$  взята точка  $K$  так, что  $B^1K$  равно 8. Написать уравнение плоскости  $D^1MK$ .
-



# Запишем координаты точек

---

- $M(0, 0, 13)$
  - $K(12, 0, 8)$
  - $D^1(0, 12, 0)$
-

# Подставим в систему уравнений

---

$$\begin{cases} 0 \times A + 0 \times B + 13C + 1 = 0 \\ 12A + 0 \times B + 8C + 1 = 0 \\ 0 \times A + 12B + 0 \times C + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13C + 1 = 0 \\ 12A + 8C + 1 = 0 \\ 12B + 1 = 0 \end{cases}$$

---

# Найдем A, B, C

---

$$C = -\frac{1}{13}$$

$$B = -\frac{1}{12}$$

$$A = \frac{-5}{12 \times 13}$$

---

# Уравнение плоскости

---

$$\frac{-5}{12 \times 13} x - \frac{1}{12} y - \frac{1}{13} z + 1 = 0$$

---



**Умножим обе части  
уравнения на  
-156**

---

**Уравнение плоскости D<sup>1</sup>МК**

$$5x + 13y + 12z - 156 = 0$$

---

# Задача 1

---

В правильной четырехугольной призме  $ABCD A^1 B^1 C^1 D^1$  сторона основания равна 2, и диагональ боковой грани равна  $\sqrt{10}$ .

Написать уравнение плоскостей  $AB^1C$  и плоскости основания призмы.

---

## Задача 2

---

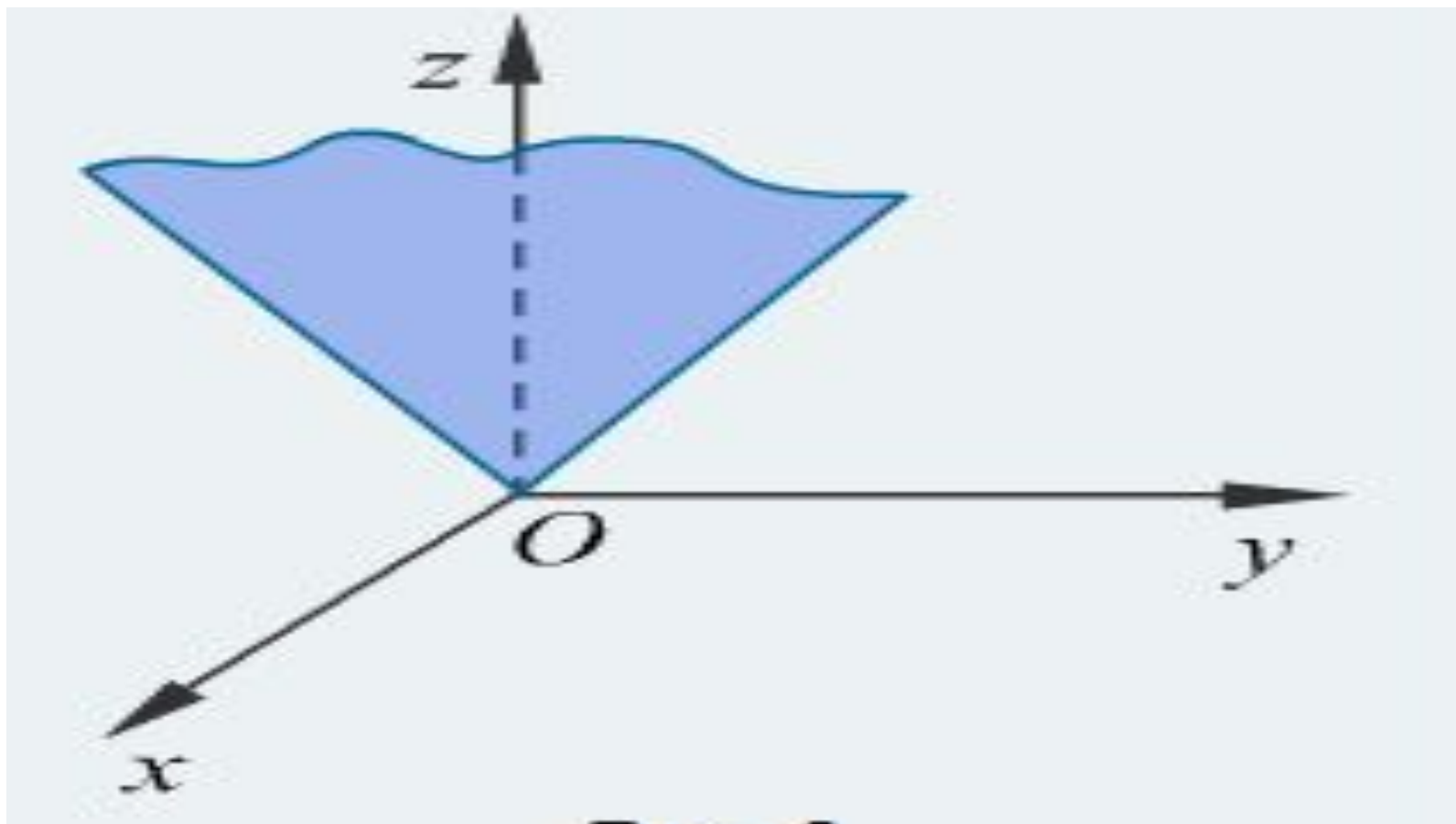
**В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A^1 B^1 C^1 D^1 E^1 F^1$  сторона основания равна 4, и диагональ боковой грани равна 5.**

**Написать уравнение плоскостей  $A^1 B^1 E$  и плоскости основания призмы.**

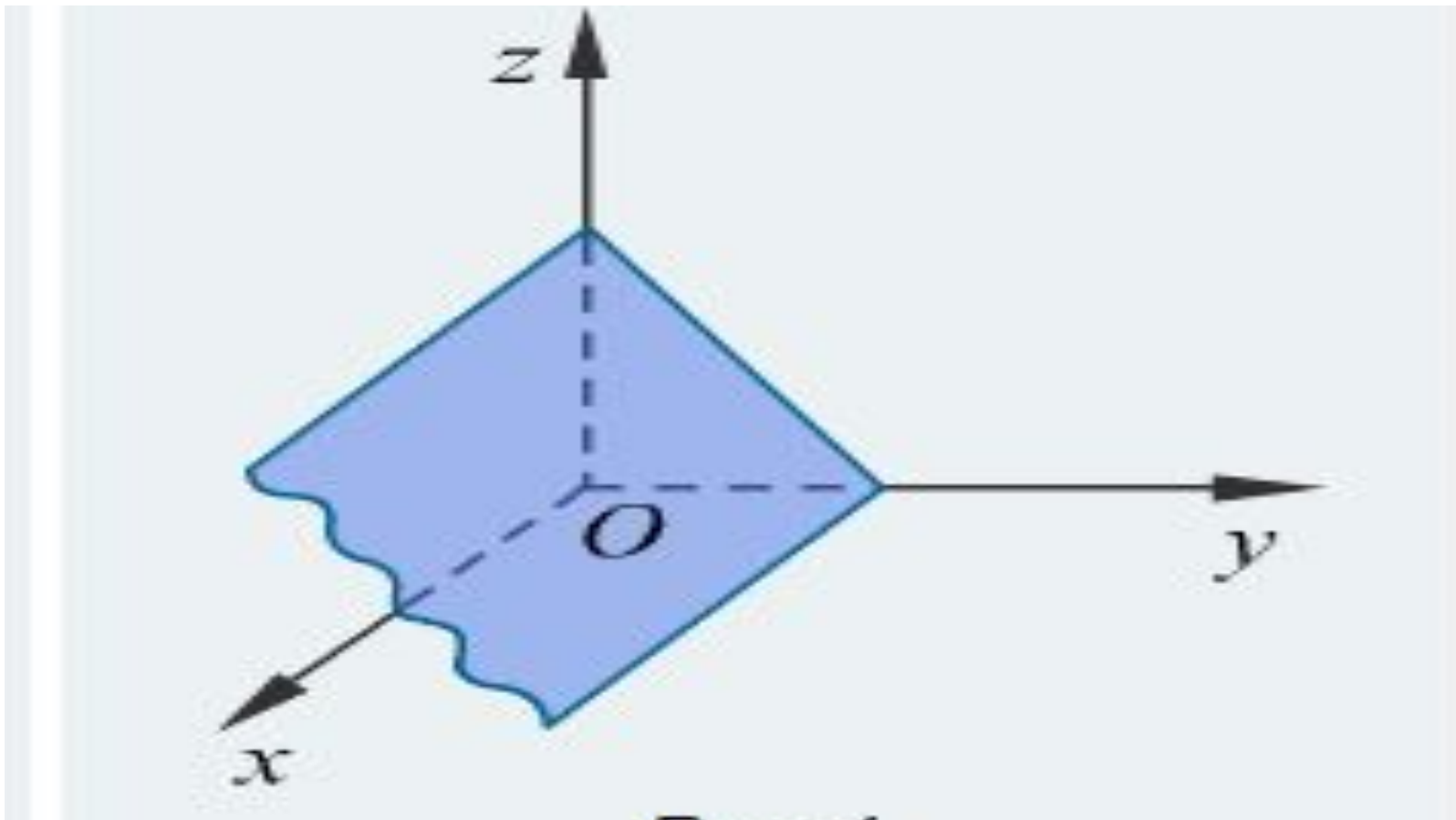
---

# Плоскость проходит через начало координат

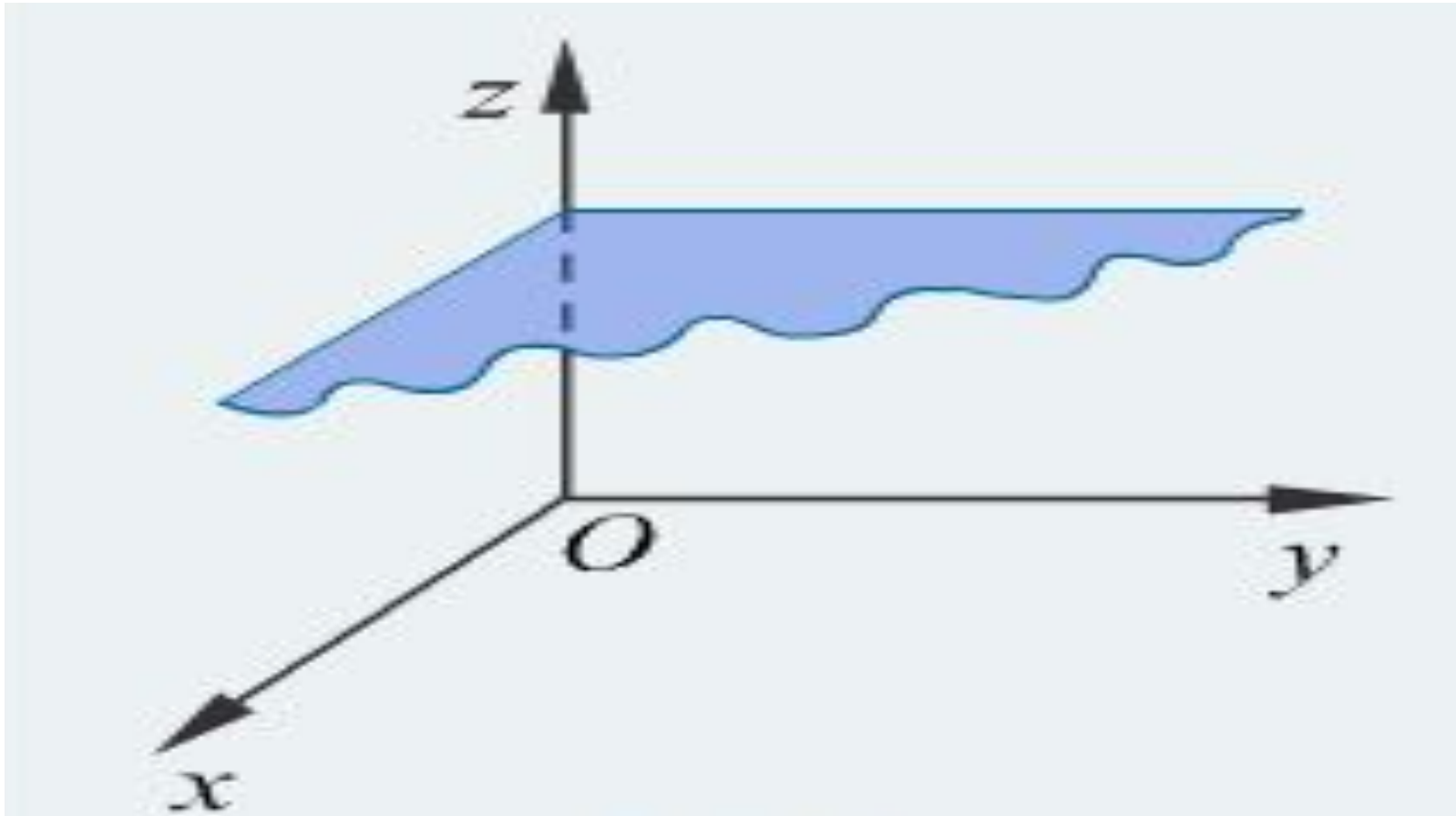
---



# Плоскость параллельна оси $Ox$

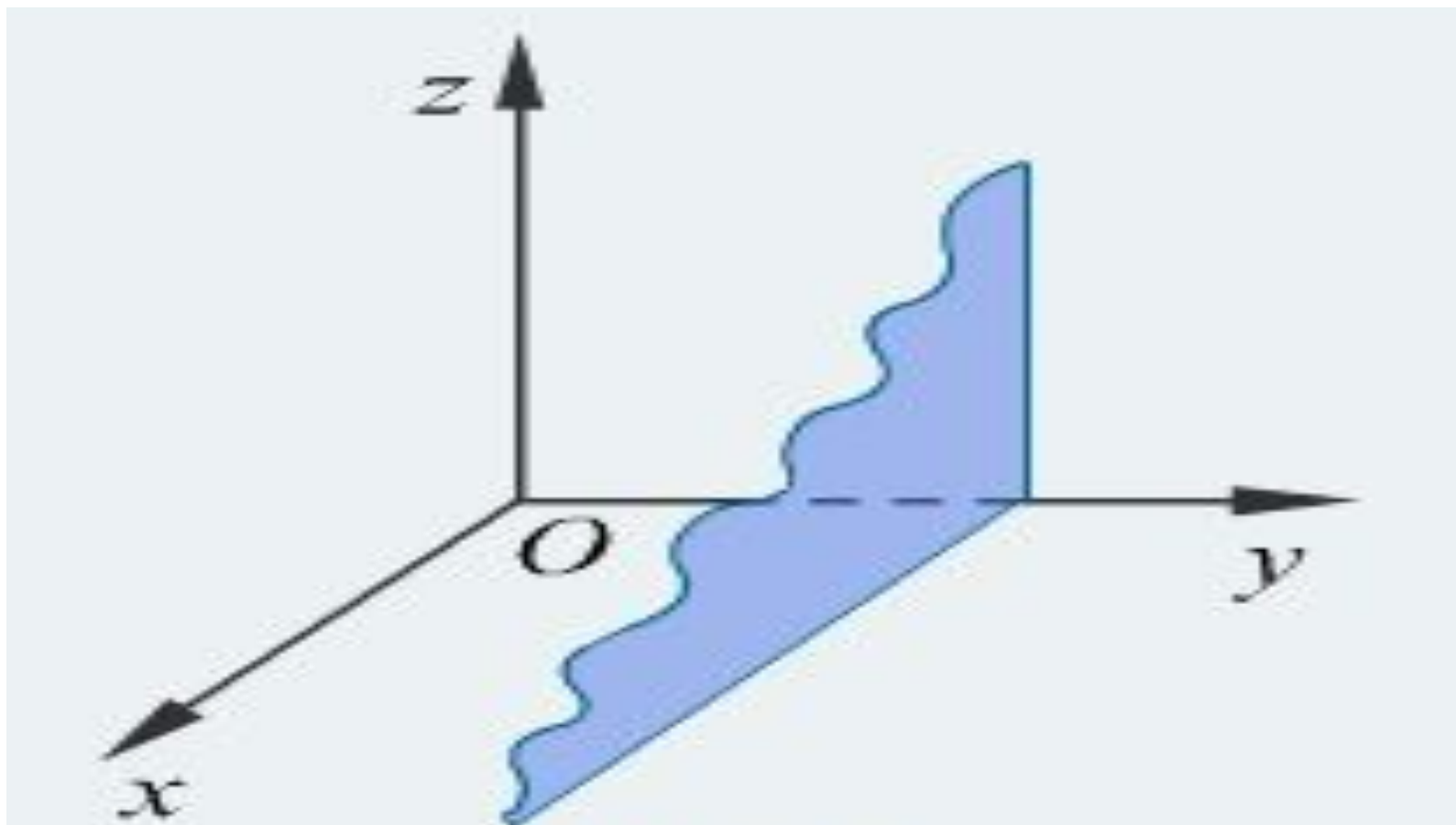


# Плоскость параллельна плоскости $Oxy$



# Плоскость параллельна плоскости $Oxz$

---



# Плоскость $Oxy$

---

