

# Статистические гипотезы

Обычно проверяемую гипотезу называют **«нулевой гипотезой»** и обозначают  **$H_0$** .

□ **Нулевая гипотеза** – это основное проверяемое предположение.

□ Обычно формулируется как:

- отсутствие различий, отсутствие влияние фактора, - отсутствие эффекта,
- равенство нулю значений выборочных характеристик и т.п.

- Называется нулевой, так как содержит число 0:  $X_1 - X_2 = 0$ , где  $X_1$ ,  $X_2$  - сопоставляемые значения признаков.

□ «Принять» означает «не получить убедительных аргументов для отклонения гипотезы».

□ Нулевая гипотеза - это то, что мы хотим опровергнуть, если перед нами стоит задача доказать значимость различий.

- Обратное утверждение - между генеральными совокупностями в действительности есть различие - называется **альтернативной гипотезой**, и обозначают  $H_1$ .
- Это гипотезы отличающиеся от  $H_0$  и противопоставляемых ей.
- Это гипотеза о значимости различий.
- **Альтернативная гипотеза - это то, что мы хотим доказать, поэтому иногда ее называют **экспериментальной гипотезой**.**

## Таблица

Распределение вероятностей (P) при испытании нулевой гипотезы  $H_0$  против альтернативной гипотезы  $H_1$

Решение	Истина	
	$H_0$ верна	$H_1$ верна ( $H_0$ <b>ошибочна</b> )
Отклонить $H_0$ (принять $H_1$ )	Ошибка первого рода, $P = \alpha$	Верно, $P = 1 - \beta$
Принять $H_0$ (отклонить $H_1$ )	Верно, $P = 1 - \alpha$	Ошибка второго рода, $P = \beta$

С вероятностью  $\alpha$  при проверке может быть совершена ошибка I-рода, **когда отвергается верная гипотеза** и с вероятностью  $\beta$  ошибка II-рода, когда **принимается не верная гипотеза**.

- Величину  $1 - \beta$  т.е. вероятность недопущения ошибки второго рода, называется **мощностью критерия** и представляет собой вероятность отклонения неверной нулевой гипотезы, то есть вероятность правильного решения.
- **Мощность критерия** – вероятность попадания критерия в критическую область при условии, что справедлива альтернативная гипотеза.
- Чем больше  $1 - \beta$ , тем вероятность ошибки 2-го рода меньше.



Любая гипотеза должна формулироваться, а уровень значимости задаваться исследователем, всегда до получения экспериментальных данных, по которым эта гипотеза будет проверяться.

- В частности, при фиксированном объеме выборки обычно задаются величиной альфа ( $\alpha$ ) вероятности ошибочного отвержения проверяемой гипотезы  $H_0$ .
- Эту вероятность ошибочного отклонения «нулевой» гипотезы (это вероятность ошибки первого рода при принятии решения) и то есть принять неверную гипотезу принято **называть уровнем значимости**.
- На практике часто пользуются след. стандартными значениями альфа: 0,1 , 0,05 , 0,025 , 0,01 , 0,005 , 0,001. Минимальный % - 5  
→  $P < 0,05$ .

Альтернативные гипотезы принимаются тогда и только тогда, когда опровергается нулевая гипотеза.

Это бывает в случаях, когда различия, скажем, в средних арифметических экспериментальной и контрольной групп настолько значимы (статистически достоверны), что риск ошибки отвергнуть нулевую гипотезу и принять альтернативную не превышает одного из трех принятых уровней значимости статистического вывода.

- Обычно считают достаточным  $\alpha = 0,05$  (5%), иногда  $\alpha = 0,01$ , редко  $\alpha = 0,001$ . но если выводы, которые предстоит сделать по результатам проверки гипотез, связаны с большой ответственностью, то рекомендуется выбирать  $\alpha = 0,01$  или  $\alpha = 0,001$ .
- Особенно распространенной является величина уровня значимости альфа равная 0,05. Она означает, что в среднем в пяти случаях из ста ошибочно отвергают высказанную гипотезу при пользовании данным критерием статистическим.

## Статистические критерии

- Всякое правило, на основе которого отклоняется или принимается нулевая гипотеза называется статистическим **критерием** для проверки данной гипотезы.
- Статистический критерий (**критерий**) – это случайная величина, которая служит для проверки статистических гипотез.
- **Статистика критерия** ( $T$ ) — некоторая функция от исходных данных, по значению которой проверяется нулевая гипотеза.
- Чаще всего статистика критерия является числовой функцией, но она может быть и любой другой функцией, например, многомерной функцией.

- Статистические критерии обозначают также метод расчета определенного числа и само это число.
- Когда мы говорим, что достоверность различий определялась по критерию  $\chi^2$ , то имеем в виду, что использовали метод  $\chi^2$  - для расчета определенного числа.
- Когда мы говорим, далее, что  $\chi^2=12,676$ , то имеем в виду определенное число, рассчитанное по методу  $\chi^2$ . Это число обозначается как эмпирическое значение критерия.

Множество значений статистики включает:

- **область принятия гипотезы** (*область допустимых значений*), то есть множество тех значений статистики, при которых гипотеза  $H_0$  принимается.
- **критическую область**, то есть множество тех значений статистики, при которых гипотеза  $H_0$  отклоняется и принимается альтернативная гипотеза.

При справедливости нулевой гипотезы вероятность того, что статистика критерия попадает в область принятия нулевой гипотезы должна быть равна  $1 - P_{кр}$ .

# Общая схема проверки гипотез

1. Формулируем основную и альтернативную гипотезы

2. Задаем уровень значимости

3. Выбираем статистику - критерий проверки гипотезы

4. Определяем критическую область

5. Вычисляем значение статистики по выборке

6. Сравниваем значение статистики с критической областью, делаем вывод

Если  $K_{набл} < K_{критич}$ , то гипотеза  $H_0$  принимается на заданном уровне значимости  $\alpha$ .

Если  $K_{набл} > K_{критич}$ , то гипотеза  $H_0$  отклоняется в пользу гипотезы  $H_1$  при данном уровне значимости  $\alpha$ .

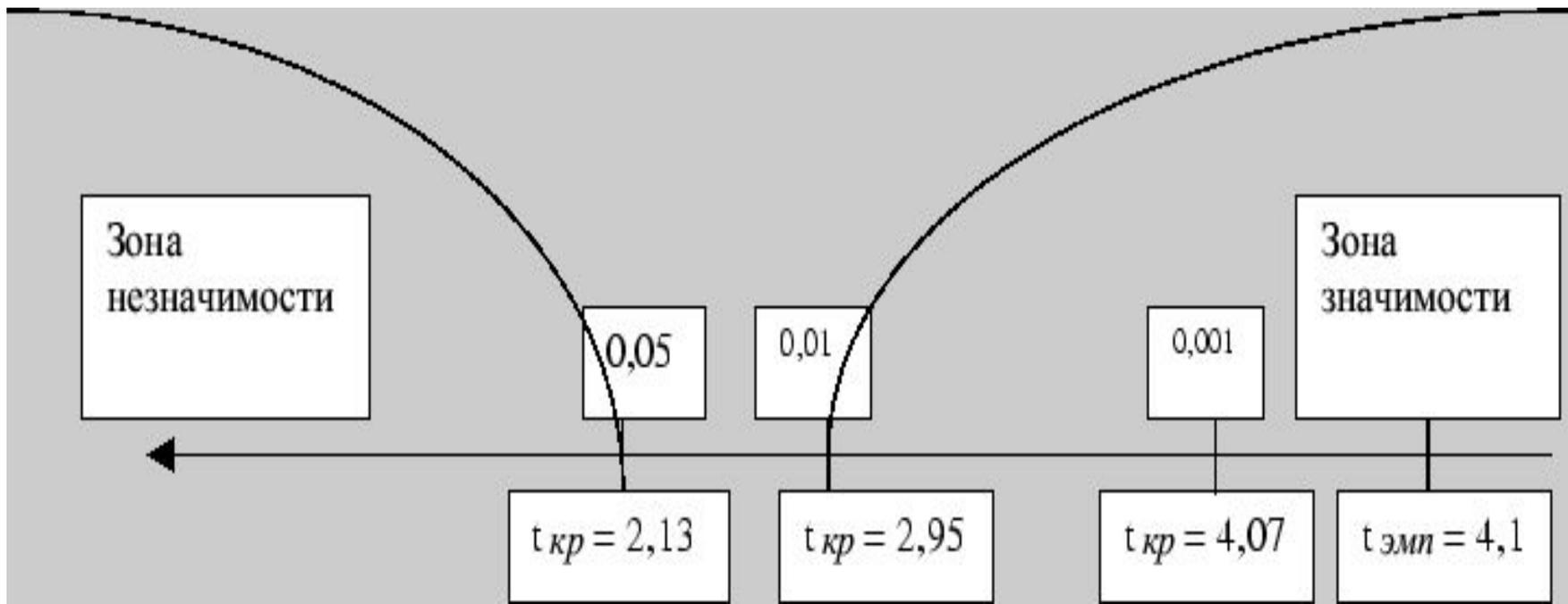
- *Случай несвязных выборок*
- В общем случае формула для расчета по t - критерию Стьюдента такова

$$t_{\text{эмп}} = \left| \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_d} \right|$$

$$S_d = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$$

$$n_1 = n_2 = n$$

$$S_d = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 + \sum (y_i - \bar{y})^2}{(n-1) \times n}}$$



$$t_{эмп} = \frac{112}{27,14} = 4,1$$

Различия между экспериментальной и контрольными группами значимы более чем на 0,1% уровне.

В терминах статистических гипотез это утверждение звучит так: гипотеза о сходстве отклоняется ( $H_0$ ) и на 0,1% уровне значимости принимается альтернативная гипотеза ( $H_1$ ).